

VISIT...

LANZAROTE
Caliente.COM

М. М. РУСИНОВ

ТЕХНИЧЕСКАЯ ОПТИКА

*Допущено Министерством
высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов оптических
специальностей вузов*



ЛЕНИНГРАД
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1979

ББК 22.34я7

P88

УДК 535.31 + 535.8 (075)

Рецензенты: кафедра «Оптико-электронные приборы»
МВТУ им. Н. Э. Баумана и канд. техн. наук В. А. ЗВЕРЕВ

Редактор канд. техн. наук Н. А. АГАЛЬЦОВА

Русинов М. М.

P88 Техническая оптика: Учеб. пособие для вузов. — Л.:
Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1979. — 488 с., ил.
В пер.: 1 р. 40 к.

ББК 22.34я7

P $\frac{20405-262}{038(01)-79}$ 262—79

1704050000

6П5.8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Оптическое приборостроение имеет своеобразную историю. До первой мировой войны разработка оптических приборов была сосредоточена главным образом в Германии, на небольшом числе предприятий (заводы фирм «Карл Цейсс», «Герц», «Лейтц» и некоторые другие). Расчеты оптических систем отличались большой трудоемкостью и были по силам лишь специализированным вычислительным бюро этих предприятий. Засекречивание методов расчета препятствовало развертыванию работ на новых предприятиях.

Царская Россия, не имевшая к началу первой мировой войны своей оптико-механической промышленности, испытывала особенно большие затруднения. Поэтому в конце войны было принято создание в Петрограде оптико-механического завода (ныне производственное объединение ЛОМО). Уже после Великой Октябрьской социалистической революции был основан Государственный оптический институт.

Советской оптической промышленности предстояло решить серьезную задачу: преодолеть отсталость отечественного оптического приборостроения и догнать передовые капиталистические страны.

Представлялось возможным, ориентируясь на зарубежный опыт, копировать различные оптические приборы посредством обмера конструктивных оптических элементов; это, с одной стороны, ускоряло процесс создания необходимых стране оптических приборов, но, с другой стороны, тормозило самостоятельную разработку оптических систем.

Из-за большой трудоемкости вычислительных работ при создании оптических систем основное внимание оптиков-вычислителей было направлено на усовершенствование приближенных методов расчета, базировавшихся на теории аберраций третьего порядка; таким образом, вопросы, связанные с выбором исходной схемы оптической системы, от которого в большинстве случаев зависит успех требуемой разработки, оставались в тени.

В этом отношении весьма характерно высказывание А. И. Тудоровского: «Простейшим элементарным приемом расчета оптической системы является подбор элементов этой системы на удачу. . .»¹

¹ Теория оптических приборов, М.—Л., Изд-во АН СССР, 1952, с. 386.

После Великой Отечественной войны бурное развитие получила вычислительная техника с использованием ЭВМ, позволявших ускорить выполнение вычислительных процессов в сотни и тысячи раз; однако применение ЭВМ для расчета оптических систем ускорило их разработки всего в 2—3 раза.

Такой более чем скромный результат объясняется тем, что при неудачном выборе исходной оптической системы, не обеспечивающей возможности получения требуемых оптических характеристик, отпадает сама возможность получения положительного результата. Отсюда возникла необходимость выявления возможностей исходной оптической системы заранее, до ее окончательного расчета.

Повышение требований, предъявляемых к современным оптическим системам как в количественном (увеличение светосилы, полей зрения), так и в качественном (повышение разрешающей способности, улучшение мерительных свойств) отношении не может основываться на приближенных методах расчета и требует установления точных зависимостей для конструктивных оптических элементов.

Опыт практической разработки новых оптических систем на протяжении последних десятилетий позволил автору накопить обширный материал по изучению свойств отдельных элементов оптической системы и использованию этих элементов для устранения аберраций.

Систематизация этого материала привела к своеобразной классификации оптических систем, построенной на последовательном усовершенствовании простейших базовых систем. Достоинством такой классификации является то, что она обеспечивает правильную композицию исходной оптической системы.

Накопленный опыт и послужил основанием для написания настоящего учебного пособия. В первой, второй и третьей частях книги рассмотрены общетеоретические вопросы геометрической оптики, но применительно к большим полям зрения и апертурам. Четвертая часть посвящена изучению свойств отдельных конструктивных оптических элементов и узлов, в том числе поверхностей несферической формы. В пятой части дана классификация простейших оптических систем и рассмотрена композиция объективов различного рода и назначения.

В книге приведено большое число практических примеров, иллюстрирующих те или иные теоретические выводы. Очевидно, что при изложении новых материалов, посвященных композиции оптических систем, невозможно было осветить все вопросы, возникающие при разработке этих систем.

Автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность заслуженному деятелю науки и техники профессору Л. П. Лазареву и лауреату Ленинской премии кандидату технических наук В. А. Звереву, рецензировавшим рукопись, и кандидату технических наук Н. А. Агальцовой, взявшей на себя ее научное редактирование и активно помогавшей при издании книги.

Глава 1

СОЛИНЕЙНОЕ СРОДСТВО

§ 1. Сопряженные пространства
с одной плоскостью симметрии

Создание оптической системы, удовлетворяющей быстро возрастающим современным требованиям, является серьезной технической задачей; ее решение требует достаточно глубокого понимания тех явлений, с которыми связано образование оптического изображения.

При рассмотрении этих явлений можно использовать аппарат геометрической оптики; в некоторых случаях невозможно обойтись без привлечения волновой теории света; к использованию электромагнитной теории света прибегают реже, главным образом в лазерной технике; квантовая теория световых явлений широко применяется при изучении фотоэлектрического эффекта, а также в телевидении.

При ограничении рамками создания оптической системы представляется достаточным использовать законы геометрической и волновой оптики.

Представления геометрической оптики опираются на прямолинейность распространения света, т. е. на прямолинейность световых лучей; если учесть также строгое подобие изображения и предмета, то становится возможным моделировать процесс образования изображения как зависимость между элементами предметного пространства и пространства изображений, когда прямой линии в предметном пространстве соответствует прямая линия в пространстве изображений и когда точке в предметном пространстве соответствует точка в пространстве изображений. Эти зависимости называют солинейным сродством или коллинеарными зависимостями, и их можно выразить дробно-линейными функциями.

Однако условия коллинеарности практически соблюдаются для любых оптических систем лишь в весьма ограниченной области пространства, в частности, для центрированных систем — в ближайшей окрестности оси оптической системы.

Для хорошо скорректированных оптических систем эти условия могут быть созданы искусственным путем; и в этом случае коллинеарность будет иметь свои ограничения, обусловленные

некоторыми общими законами образования изображения. Поэтому использование дробно-линейных преобразований в общем случае создания оптической системы с большим полем зрения или с большой светосилой не представляется возможным.

С другой стороны, при создании подобных систем нельзя ограничиться и областью пространства в окрестности оптической оси; это обстоятельство требует нахождения компромиссного решения.

Таким компромиссным решением, достаточно хорошо оправданным практически, является рассмотрение области предметного пространства и соответствующей ей области пространства изображений, расположенных в окрестности какого-то одного луча, который будем называть главным лучом.

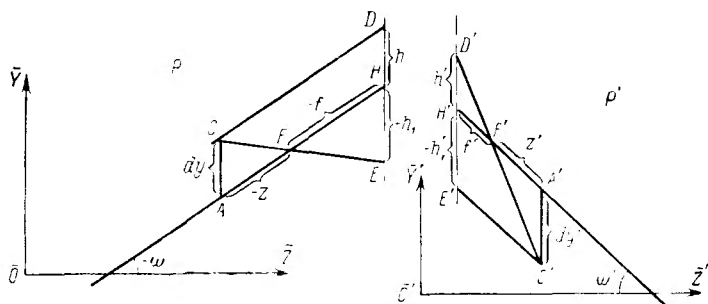


Рис. 1.1. Фокусные расстояния вдоль главного луча

Понятие главного луча достаточно широко, и им можно пользоваться и тогда, когда оптическая система не имеет «оптической оси» (под которой подразумевают ось круговой симметрии); это позволяет использовать закономерности в областях пространства вокруг главного луча не только в широкоугольных центрированных системах, но и в системах с одной плоскостью симметрии или с двумя плоскостями симметрии (анаморфотные системы).

Перейдем непосредственно к установлению основных закономерностей, имеющих место в окрестности главного луча.

Полагая, что в предметном пространстве можно выбрать два луча, пересекающихся с главным лучом и образующих плоскость, проходящую через главный луч, нетрудно представить себе, что эти же два луча пересекутся с главным лучом и в пространстве изображений, образуя некоторый треугольник (так как трем точкам в предметном пространстве должны соответствовать три точки в пространстве изображений), плоскость которого будет сопряженной предметной плоскости, проходившей через главный луч в предметном пространстве.

Обратимся к рис. 1.1, на котором представлены ход главного луча AFH в предметном пространстве и ход того же главного луча $A'F'H'$ в пространстве изображений. Предметную плоскость P , проходящую через главный луч, и сопряженную ей плоскость P'

в пространстве изображений прием совмещенными с плоскостью рисунка.

Расположим (совершенно произвольно) в предметной плоскости и в плоскости изображений системы координатных осей $\overline{Y}\overline{O}\overline{Z}$ и $\overline{Y'}\overline{O'}\overline{Z'}$. Угол главного луча с осью $\overline{O}\overline{Z}$ обозначим через ω , а угол главного луча с осью $\overline{O'}\overline{Z'}$ — через ω' . Углы лучей будем считать положительными, если главный луч будет пересекать ось сверху вниз.

Предположим далее, что точки A и A' и точки H и H' на главном луче сопряжены друг с другом.

Построим в точке A элемент предмета $AC = dy$, перпендикулярный оси $\overline{O}\overline{Z}$, и сделаем допущение, что элемент изображения $A'C' = dy'$ также будет перпендикулярен оси $\overline{O'}\overline{Z'}$.

Отношение величин dy' и dy назовем линейным, или поперечным увеличением и обозначим его через V . Знаки элементов dy и dy' определяются направлениями соответственных координатных осей.

Предположим далее, что в точках H и H' линейное увеличение V будет равно единице. Такие сопряженные точки условимся называть главными точками.

Проведем через вершину C элемента dy луч, параллельный главному лучу; этот луч пересечет прямую, перпендикулярную оси OZ и проходящую через главную точку H , в некоторой точке D , образуя отрезок $HD = h = dy$, который можно рассматривать как элемент предмета в точке H .

В соответствии с определением главных точек отрезок HD должен изобразиться отрезком $H'D' = h' = h$ в точке H' , чем и определится положение точки D' в пространстве изображений.

Соединяя точки D' и C' прямой, сопряженной прямой DC , образуем ход сопряженного луча в пространстве изображений; точку пересечения F' такого луча с главным лучом назовем задним главным фокусом.

Отрезок от главной точки H' до фокуса F' назовем задним главным фокусным расстоянием и обозначим через f' . Отрезок от заднего фокуса F' до точки A' обозначим через z' . Тогда, пользуясь подобием треугольников $H'D'F'$ и $A'C'F'$, находим

$$-dy'/h' = -dy'/h = -dy'/dy = -V = z'/f'. \quad (1.1)$$

Проводя через вершину C' элемента изображения dy' луч $C'E'$, параллельный главному лучу $H'A'$, определим положение переднего фокуса F в предметном пространстве и величину переднего главного фокусного расстояния f .

Пользуясь затем подобием треугольников HEF и ACF , получаем формулу, аналогичную формуле (1.1):

$$-dy'/dy = -V = f/z = z'/f'. \quad (1.2)$$

Формулы (1.1) и (1.2) для линейного увеличения позволяют получить формулу Ньютона для отрезков от фокусов:

$$zz' = ff'. \quad (1.3)$$

Заметим, что отрезки z , z' никак не связаны с системами координатных осей, тогда как фокусные расстояния f и f' , отсчитываемые от главных точек H и H' , будут изменяться с изменением положения этих точек; напомним, что положение главных точек будет зависеть от выбора систем координат. Вместе с тем произведение главных фокусных расстояний, как постоянная величина, также не должно зависеть от расположения координатных осей.

§ 2. Угловое увеличение. Узловые точки и узловые фокусные расстояния

Зависимость главных фокусных расстояний от выбора координатных осей создает известные неудобства; поэтому представляет интерес выбор таких точек отсчета для фокусных расстояний, расположение которых на главном луче было бы постоянным.

В качестве таких точек могут быть выбраны так называемые узловые точки, определяемые равенством углового увеличения единице.

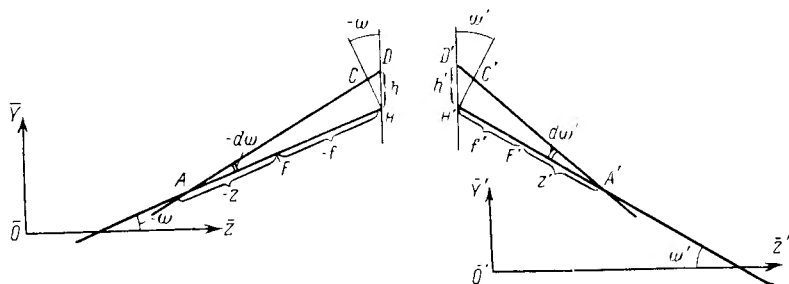


Рис. 1.2. К определению углового увеличения

Угловое увеличение W для пары сопряженных точек A и A' , представленных на рис. 1.2, определяется отношением элементарных углов $d\omega'$ и $d\omega$, составленных лучами AD и $A'D'$ с главным лучом в точках A и A' .

Согласно рис. 1.2, величины углов $d\omega$ и $d\omega'$ могут быть выражены отношениями:

$$-d\omega = \frac{HC}{HA} = \frac{HD \cos \omega}{-z - f}; \quad d\omega' = \frac{H'D' \cos \omega'}{z' + f'}, \quad (1.4)$$

откуда

$$W = \frac{d\omega'}{d\omega} = \frac{z + f}{z' + f'} \frac{\cos \omega'}{\cos \omega}. \quad (1.5)$$

Выражая при помощи формулы Ньютона величину z через z' , получаем после сокращений

$$W = \frac{f}{z'} \frac{\cos \omega'}{\cos \omega} = -\frac{f}{f'V} \frac{\cos \omega'}{\cos \omega}; \quad (1.6)$$

следовательно,

$$VW = -\frac{f}{f'} \frac{\cos \omega'}{\cos \omega}. \quad (1.7)$$

Задавая угловое увеличение равным единице, получим величину линейного увеличения в узловых точках

$$V_N = -\frac{f}{f'} \frac{\cos \omega'}{\cos \omega}. \quad (1.8)$$

Обозначим отрезки от фокусов до узловых точек через z_N и z'_N ; вместе с тем, рассматривая расстояния от узловых точек до фокусов как узловые фокусные расстояния f и f' можно написать:

$$z_N = -f; \quad z'_N = -f'. \quad (1.9)$$

Величины z_N и z'_N можно выразить через главные фокусные расстояния, пользуясь формулами (1.2) и (1.8):

$$z_N = -\frac{f}{V_N} = \frac{f' \cos \omega}{\cos \omega'} = -f; \quad z'_N = -f' V_N = \frac{f \cos \omega'}{\cos \omega} = -f'. \quad (1.10)$$

Формулы (1.10) дают выражения узловых фокусных расстояний через главные фокусные расстояния. Перемножая формулы (1.10), получаем

$$ff' = ff' = \text{const.} \quad (1.11)$$

Таким образом, произведения узловых и главных фокусных расстояний получаются равными друг другу.

Развертывая формулу (1.7), можно получить инвариант Лагранжа—Гельмгольца

$$\frac{f'}{\cos \omega'} dy' d\omega' = -\frac{f}{\cos \omega} dy d\omega. \quad (1.12)$$

Этот же инвариант может быть выражен и через узловые фокусные расстояния:

$$\frac{dy'}{f'} \cos \omega' d\omega' = -\frac{dy}{f} \cos \omega d\omega. \quad (1.13)$$

§ 3. Совокупность двух систем. Телескопическая система

Рассмотрим совокупность двух систем, расположенных таким образом, что изображение после первой системы является предметом для второй системы.

На рис. 1.3 представлены элемент предмета — $dy = -dy_1$, промежуточный элемент изображения dy'_2 после первой системы, который будет являться элементом предмета dy_2 для второй системы, и элемент изображения dy'_2 , который можно рассматривать также как элемент изображения для совокупности обеих систем.

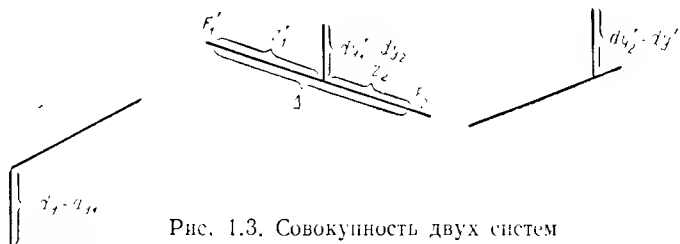


Рис. 1.3. Совокупность двух систем

Обозначая линейное увеличение для совокупности двух систем через V , линейные увеличения для составляющих систем через V_1 и V_2 , можно написать:

$$V = dy'/dy; \quad V_1 = dy'_1/dy_1; \quad V_2 = dy'_2/dy_2. \quad (1.14)$$

Но так как

$$dy_1 = dy; \quad dy_2 = dy'_1; \quad dy' = dy'_2, \quad (1.15)$$

то, перемножая увеличения V_1 и V_2 , получаем

$$V_1 V_2 = \frac{dy'_1}{dy_1} \frac{dy'_2}{dy_2} = \frac{dy'}{dy} = V. \quad (1.16)$$

Пользуясь формулой увеличения, можно написать

$$V = V_1 V_2 = \frac{z'_1}{f'_1} \frac{f_2}{z_2} = \frac{f_2}{f'_1} \frac{z'_1}{z'_1 - \Delta} = \frac{f_2}{f'_1} \frac{1}{1 - \Delta/z'_1}. \quad (1.17)$$

Величина Δ , согласно рис. 1.3, определяет расстояние между задним фокусом F'_1 первой системы и передним фокусом F_2 второй системы.

Величина z'_1 , являющаяся функцией от z_1 , связана с положением предмета относительно переднего фокуса первой системы; поэтому при перемещении предмета будет происходить и изменение увеличения V , за исключением случая, когда величина Δ окажется

равной нулю, что произойдет при совпадении заднего фокуса первой системы с передним фокусом второй системы. Тогда

$$V = f_2/f_1 = \text{const} \quad (1.18)$$

независимо от положения предмета. Совмещение фокусов первой и второй систем имеет место в телескопической системе.

Равным образом, пользуясь формулой для углового увеличения (1.6), можно написать

$$W = W_1 W_2 = \frac{f_1 \cos \omega'_1}{z'_1 \cos \omega_1} \frac{z_2 \cos \omega'_2}{f'_2 \cos \omega_2}, \quad (1.19)$$

откуда следует

$$W = \frac{f_1 \cos \omega'_2}{f'_2 \cos \omega_1} \frac{z'_1 - \Delta}{z'_1}, \quad (1.20)$$

что при равенстве $\Delta = 0$ также приводит к постоянству углового увеличения:

$$W = \frac{f_1}{f'_2} \frac{\cos \omega'}{\cos \omega} = \text{const}. \quad (1.21)$$

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Беря в предметном пространстве луч, параллельный главному лучу, мы должны получить после первой системы точку пересечения этих двух лучей в фокусе первой системы.

Так как задний фокус первой системы совпадает с передним фокусом второй системы, то после второй системы оба луча должны выйти снова параллельными друг другу, следствием чего явится отсутствие точки заднего фокуса для совокупности обеих систем; равным образом не получим и положения переднего фокуса и положения главных точек, в которых по определению линейное увеличение должно быть равным единице. Таким образом, телескопическая система будет являться системой афокальной.

Располагая одну оптическую систему после другой и продолжая ход главного луча через последующую систему, образуем составную, или сложную, систему. В связи с этим возникает задача определения фокусных расстояний совокупности двух систем по известным фокусным расстояниям составляющих систем.

Обратимся к рис. 1.4, на котором представлен ход главного луча $F_1 H_1 H'_1 H_2 H'_2 F_2$ через две последовательно расположенные друг за другом оптические системы.

Углы главного луча с осью обозначим через ω , ω' и ω'' , главные фокусные расстояния первой системы через f_1 и f'_1 и главные фокусные расстояния второй системы через f_2 и f'_2 .

Расстояние между задней главной точкой первой системы и передней главной точкой второй системы — косую толщину — обозначим через $\tilde{d}$ и расстояние между задним фокусом первой системы и передним фокусом второй — оптический интервал — через Δ .

Строя в предметном пространстве ход луча, параллельного главному лучу, на расстоянии dh от последнего вдоль оси ординат, можем определить величины главных фокусных расстояний после первой системы и после совокупности обеих систем по формулам:

$$f'_1 = \frac{dh \cos \omega'}{d\sigma'}; \quad f' = \frac{dh \cos \omega''}{d\sigma''}, \quad (1.22)$$

где $d\sigma'$ и $d\sigma''$ — углы между обоими лучами в пространстве между системами и после обеих систем.

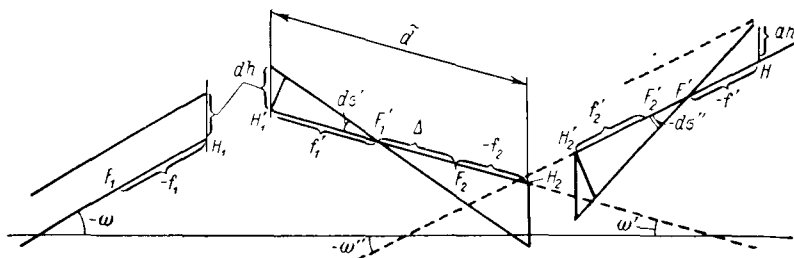


Рис. 1.4. К определению фокусного расстояния двух систем

Отношение этих углов можно рассматривать как угловое увеличение для второй системы W_2 ; оно, согласно формуле (1.6), может быть выражено через f'_2 и z_2 :

$$W_2 = \frac{z_2 \cos \omega''}{f'_2 \cos \omega'}. \quad (1.23)$$

Но в нашем случае величина отрезка z_2 может рассматриваться как величина оптического интервала Δ , взятая с обратным знаком. Тогда, сопоставляя формулы (1.22), (1.23), получаем

$$f' = \frac{dh \cos \omega'' d\sigma' \cos \omega'}{d\sigma'' d\sigma' \cos \omega'} = \frac{\cos \omega''}{W_2 \cos \omega'} f'_1, \quad (1.24)$$

или

$$f' = -f'_1 f'_2 / \Delta. \quad (1.25)$$

Условимся называть величины, обратные задним фокусным расстояниям, оптическими силами. Тогда формула (1.25) может быть представлена в виде

$$\Phi = -\Phi_1 \Phi_2 \Delta. \quad (1.26)$$

При рассмотрении приведенных систем в обратном ходе лучей задние фокусные расстояния становятся передними и наоборот. Поэтому в формуле (1.25) можно заменить задние главные фокусные расстояния на передние:

$$-f = -f_1 f_2 / \Delta. \quad (1.27)$$

В соответствии с формулами (1.10) можно перейти от главных фокусных расстояний к узловым. Тогда

$$f' = f' \frac{\cos \omega}{\cos \omega''} = - \frac{f'_1 \cos \omega f'_2 \cos \omega'}{\Delta \cos \omega' \cos \omega''}, \quad (1.28)$$

что после сокращений дает

$$f' = - f'_1 f'_2 / \Delta, \quad (1.29)$$

или, если назвать обратные величины узловых фокусных расстояний узловыми оптическими силами и обозначить их через Θ ,

$$\Theta = - \Theta_1 \Theta_2 \Delta. \quad (1.30)$$

Формула (1.30) по внешнему виду тождественна формуле (1.26). Добавляя после двух систем третью и зная расстояние между задним фокусом совокупности первых двух систем и передним фокусом третьей системы, можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{1+2+3} &= \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3 \Delta_{1, 2} \Delta_{1+2, 3}; \\ \Theta_{1+2+3} &= \Theta_1 \Theta_2 \Theta_3 \Delta_{1, 2} \Delta_{1+2, 3}. \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

Совершенно очевидно, что указанный прием может быть распространен на любое число систем; однако формулы вида (1.31) неудобны тем, что требуют знания оптических интервалов между последовательно составляемыми системами.

От формул (1.26) и (1.30) можно перейти к формулам, содержащим расстояния между главными точками сопрягаемых систем или между узловыми точками. Тогда

$$\Phi = - \Phi_1 \Phi_2 (\tilde{d} - f'_1 + f_2), \quad (1.32)$$

что после раскрытия скобок дает

$$\Phi = - \frac{f_2}{f'_2} \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_1 \Phi_2 \tilde{d}, \quad (1.33)$$

где символом $\tilde{d}$ обозначена косая толщина между задней главной точкой первой системы и передней главной точкой второй системы.

Равным образом для узловых точек

$$\Theta = - \frac{f_2}{f'_2} \Theta_1 + \Theta_2 - \Theta_1 \Theta_2 \tilde{d}_N, \quad (1.34)$$

где символом $\tilde{d}_N$ обозначено расстояние между задней узловой точкой первой системы и передней узловой точкой второй системы.

Для телескопических систем оптические силы, согласно формуле (1.26), обращаются в нуль.

§ 4. Центрированная оптическая система

Рассматривая в предыдущих параграфах ход главного луча, мы не делали никаких ограничений при выборе систем координат как в предметном пространстве, так и в пространстве изображений. При анализе же центрированной оптической системы уместно координатные оси совместить с осью системы. Тогда ход главного луча в предметном пространстве и в пространстве изображений будет лежать в сопряженных плоскостях, проходящих через ось системы и называемых меридиональными плоскостями.

В этом случае полученные нами ранее формулы останутся справедливыми лишь только для этих меридиональных плоскостей и все величины, входящие в эти формулы, следует снабдить индексом t .

Вместе с тем всегда можно представить себе, что и элемент предмета, и элемент изображения, и ход луча, пересекающегося с главным лучом, не будут лежать в меридиональной плоскости; в частности, эти элементы и лучи могут лежать в плоскости, проходящей через главный луч перпендикулярно меридиональной плоскости. Такие плоскости принято называть сагиттальными плоскостями.

В сагиттальных плоскостях и элемент предмета, и элемент изображения остаются всегда перпендикулярными главному лучу и поэтому углы ω_s и ω'_s обращаются в нуль, а соответственные косинусы становятся равными единице; таким образом, при переходе к сагиттальной плоскости все ранее выведенные формулы несколько упрощаются.

Так, для линейного увеличения в сагиттальной плоскости получаем

$$V_s = -f_s/z_s = -z'_s/f'_s; \quad (1.35)$$

для углового увеличения

$$W_s = f_s/z'_s = z_s/f'_s = -f_s/f'_s V_s. \quad (1.36)$$

Произведение из углового увеличения на линейное

$$W_s V_s = -f_s/f'_s = V_{sN}, \quad (1.37)$$

где V_{sN} — линейное увеличение в узловых точках.

Узловые и главные фокусные расстояния связываются друг с другом:

$$f'_s = -f_s; \quad f_s = -f'_s, \quad (1.38)$$

и инварианты вдоль главного луча в сагиттальной плоскости принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} f'_s dy'_s d\omega'_s &= -f_s dy_s d\omega_s; \\ \frac{dy'_s}{f'_s} d\omega'_s &= -\frac{dy_s}{f_s} d\omega_s. \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

Заметим, что формулы (1.35)—(1.39) будут справедливыми также и для систем, обладающих лишь одной плоскостью симметрии, которую и принимают за меридиональную плоскость.

Вместе с тем в сагиттальной плоскости существуют и некоторые дополнительные соотношения, обусловленные центрированностью системы.

Так, обращаясь к рис. 1.5, на котором представлен ход главного луча AP и $P'A'$ с парой сопряженных точек A и A' , расположенных на расстояниях y и y' от оптической оси системы, путем поворота меридиональной плоскости на малый угол γ образуем

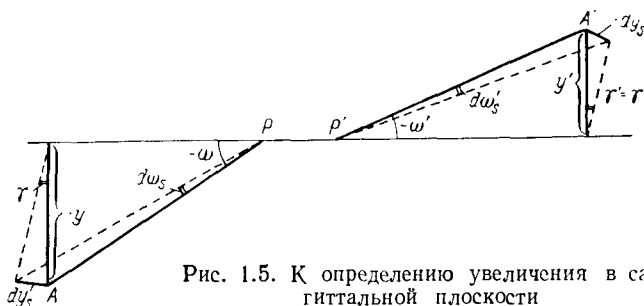


Рис. 1.5. К определению увеличения в сагиттальной плоскости

сагиттальный элемент предмета dy_s и сагиттальный элемент изображения dy'_s . Величины этих элементов легко находятся из рисунка:

$$dy_s = -y\gamma; \quad dy'_s = -y'\gamma. \quad (1.40)$$

Их отношение и дает величину сагиттального линейного увеличения

$$V_s = dy'_s/dy_s = y'/y. \quad (1.41)$$

Рис. 1.5 можно воспользоваться также и для определения углового сагиттального увеличения в точках P и P' , расположенных на оси системы:

$$W_{sP} = d\omega'_s/d\omega_s. \quad (1.42)$$

Величины элементарных сагиттальных углов $d\omega_s$ и $d\omega'_s$ нетрудно выразить через углы ω и ω' и величины y и y' . Согласно рис. 1.5,

$$d\omega_s = \frac{dy_s}{PA} = -\frac{dy_s}{y} \sin \omega; \quad d\omega'_s = \frac{dy'_s}{P'A'} = -\frac{dy'_s}{y'} \sin \omega'. \quad (1.43)$$

Составляя отношение величин $d\omega'_s$ и $d\omega_s$, получаем угловое сагиттальное увеличение в точках P и P' , которое после сокращения на угол $\gamma = dy/y = y'/y$ будет равным

$$W_{sP} = \frac{d\omega'_s}{d\omega_s} = \frac{dy'_s \sin \omega'}{y'} \frac{y}{dy_s \sin \omega} = \frac{\sin \omega'}{\sin \omega}. \quad (1.44)$$

Пользуясь формулой (1.37), находим и линейное сагиттальное увеличение в точках на оси

$$V_{sP} = - \frac{f_s}{f'_s W_{sP}} = - \frac{f_s \sin \omega}{f'_s \sin \omega'} \quad (1.45)$$

§ 5. Искажение изображения — дисторсия.

Изменение дисторсии при изменении положения предмета

Создавая ту или иную оптическую систему, обычно стремятся получить изображение, подобное предмету; однако (в особенности для широкоугольных оптических систем) обеспечить строгое подобие предмета и изображения удастся лишь в некоторых частных случаях, поэтому обычно имеют место искажения изображения — так называемая дисторсия.

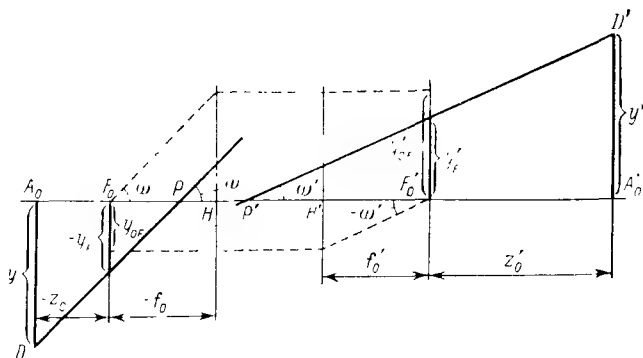


Рис. 1.6. К определению дисторсии при произвольном положении предмета

В случае центрированных систем искажения изображения имеют в силу их центрированности радиальную направленность — к центру или от центра поля — и поэтому для рассмотрения дисторсии можно ограничиться лишь одной меридиональной плоскостью.

Обратимся к рис. 1.6, на котором представлен ход главного луча в меридиональной плоскости. Точки и отрезки, расположенные на оси системы, будем обозначать с индексом нуль.

Полагая предмет y расположенным в точке A_0 и его искаженное изображение y' — в точке A'_0 и сопоставляя их с отрезками y_F и y'_F , отсекаемыми главным лучом на плоскостях, проходящих через передний F_0 и задний F'_0 фокусы системы перпендикулярно ее оси, нетрудно установить следующие соотношения:

$$\frac{y' - y'_F}{z'_0} = - \operatorname{tg} \omega'; \quad \frac{y - y_F}{z_0} = - \operatorname{tg} \omega, \quad (1.46)$$

откуда

$$y' = y'_F - z'_0 \operatorname{tg} \omega'; \quad y = y_F - z_0 \operatorname{tg} \omega. \quad (1.47)$$

Величины z_0 и z'_0 , пользуясь формулами для линейного увеличения, можно выразить через фокусные расстояния. Тогда

$$y' = y'_F + Vf'_0 \operatorname{tg} \omega'; \quad y = y_F + \frac{f_0}{V} \operatorname{tg} \omega. \quad (1.48)$$

Величина неискаженного изображения y'_0 определится через линейное увеличение и величину предмета:

$$y'_0 = Vy_0 = Vy. \quad (1.49)$$

Величины же неискаженного изображения y'_{0F} и y_{0F} в фокальных плоскостях могут быть определены по следующим формулам:

$$y'_{0F} = f'_0 \operatorname{tg} \omega'; \quad y_{0F} = f_0 \operatorname{tg} \omega. \quad (1.50)$$

Составляя разность величин $y' - y'_0$ в соответствии с формулами (1.48) и (1.49), получаем

$$y' - y'_0 = y'_F - y'_{0F} + Vf'_0 \operatorname{tg} \omega' - Vy + \frac{f_0}{V} \operatorname{tg} \omega, \quad (1.51)$$

или

$$\Delta y' = \Delta y'_F + V(f'_0 \operatorname{tg} \omega' - y - y_F + y) = \Delta y'_F - V \Delta y_F. \quad (1.52)$$

Формула (1.52) является точной и определяет величину дисторсии для выбранного хода главного луча через дисторсию в фокальных плоскостях и линейное увеличение на оси системы. Заметим, что, зная величину дисторсии для выбранного хода главного луча, нетрудно определить величину дисторсии в фокальных плоскостях. Используя формулу (1.52) дважды:

$$\Delta y'_1 = \Delta y'_F - V_1 \Delta y_F; \quad \Delta y'_2 = \Delta y'_F - V_2 \Delta y_F \quad (1.53)$$

и составляя разность величин $\Delta y'_1$ и $\Delta y'_2$:

$$\Delta y'_1 - \Delta y'_2 = (V_2 - V_1) \Delta y_F, \quad (1.54)$$

легко определяем величину дисторсии в передней фокальной плоскости

$$\Delta y_F = - \frac{\Delta y'_2 - \Delta y'_1}{V_2 - V_1}. \quad (1.55)$$

Пользуясь затем любой из формул (1.53), находим дисторсию в задней фокальной плоскости:

$$\Delta y'_F = \Delta y'_1 - V_1 \frac{\Delta y'_2 - \Delta y'_1}{V_2 - V_1} = \frac{V_2 \Delta y'_1 - V_1 \Delta y'_2}{V_2 - V_1}. \quad (1.56)$$

§ 6. Меридиональные и сагиттальные увеличения и фокусные расстояния при наличии дисторсии

Рассматривая меридиональные и сагиттальные увеличения, мы не делали никаких ограничений для этих величин, если не считать формулы (1.41) предыдущего параграфа. Вместе с тем и меридиональные и сагиттальные увеличения в центрированной системе связаны с величиной и характером дисторсии.

Обратимся к рис. 1.7, на котором представлен ход главного луча при наличии дисторсии. Полагая величину предмета равной



Рис. 1.7. К выводу меридионального и сагиттального увеличений при наличии дисторсии

$y = y_0$, величину неискаженного изображения y'_0 и величину дисторсии $\Delta y'$, для искаженного изображения y' можно написать

$$y' = y'_0 + \Delta y' = y'_0 (1 + \Delta y' / y'_0) = y'_0 (1 + \Delta), \quad (1.57)$$

где Δ обозначает относительную дисторсию $\Delta y' : y'_0$.

Так как величина неискаженного изображения y'_0 должна быть равна величине предмета y , умноженной на увеличение V_0 , для элементов, расположенных на оси системы, получаем

$$y' = V_0 y (1 + \Delta). \quad (1.58)$$

Величина сагиттального увеличения V_s согласно формуле (1.41) должна быть равна отношению

$$V_s = y' / y = V_0 (1 + \Delta). \quad (1.59)$$

Величина же меридионального увеличения V_t может быть получена как производная от y' по y . В соответствии с этим находим, дифференцируя формулу (1.58):

$$V_t = \frac{dy'}{dy} = V_0 (1 + \Delta) + V_0 y \frac{d\Delta}{dy} = V_s + V_0 y \frac{d\Delta}{dy}. \quad (1.60)$$

В случае отсутствия дисторсии для рассматриваемого главного луча сагиттальное увеличение V_s становится равным увеличению V_0 на оси системы; но для меридионального увеличения необхо-

димо учитывать характер дисторсии, определяемый производной $d\Delta/dy$.

Если учитывать изменение дисторсии, определяемое формулой (1.52), то формулы (1.59), (1.60) позволяют находить меридиональные и сагиттальные увеличения для любых положений предмета и изображения; зная же эти увеличения, нетрудно определить и величины фокусных расстояний вдоль главного луча как в меридиональной, так и в сагиттальной плоскости.

Обратимся к рис. 1.8, на котором представлено расположение двух точек A'_1 и A'_2 на главном луче, для которых известны линейные увеличения V_1 и V_2 и расстояние между ними $z'_2 - z'_1$.

Для этих точек в соответствии с формулой для линейного увеличения можно написать:

$$z'_2 = -f'V_2; \quad z'_1 = -f'V_1. \quad (1.61)$$

Составляя разности этих формул, находим

$$z'_2 - z'_1 = -(V_2 - V_1)f', \quad (1.62)$$

откуда

$$f' = -\frac{z'_2 - z'_1}{V_2 - V_1}; \quad (1.63)$$

аналогичным образом можно было бы получить и формулу для переднего фокусного расстояния

$$f = -\frac{z_2 - z_1}{1/V_2 - 1/V_1}. \quad (1.64)$$

Разделив (1.63) на (1.64), можно получить формулу для продольного увеличения

$$Q = \frac{f'}{f} \frac{V_2 - V_1}{1/V_2 - 1/V_1} = \frac{z'_2 - z'_1}{z_2 - z_1}, \quad (1.65)$$

или

$$Q = -\frac{f'}{f} V_1 V_2. \quad (1.66)$$

§ 7. Изображение элемента предмета, расположенного на оси системы, широким пучком лучей

Полученные выше зависимости позволяют решать несколько конкретных задач, в частности образование изображения для элемента предмета, расположенного на оси системы, посредством широкого пучка лучей.

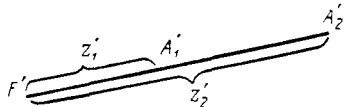


Рис. 1.8. К определению продольного увеличения

На рис. 1.9 представлены элемент предмета dy и элемент изображения dy' , расположенные на оси системы, а также элементарные пучки лучей, определяемые углами $d\omega$ и $d\omega'$ и составляющие с осью системы углы ω и ω' .

Для обеспечения получения резкого изображения элемента предмета необходимо, чтобы линейное увеличение для всех элементарных пучков лучей сохранялось постоянным.

Обратимся к формуле (1.13) и поставим условие, чтобы отношение элементов dy' и dy было постоянным. Если при этом допустить, что отношение величин узловых фокусных расстояний тоже

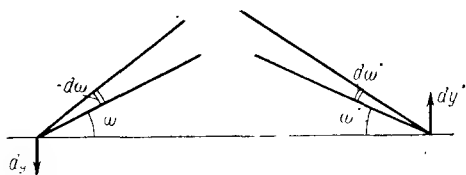


Рис. 1.9. Меридиональный инвариант вдоль луча

сохраняется постоянным для всех элементарных пучков (что будет доказано дальше), то формула (1.13) может быть представлена в виде

$$-\frac{dy'}{dy} \frac{f}{f'} \cos \omega' d\omega' - \cos \omega d\omega. \quad (1.67)$$

Интегрируя эту формулу, находим

$$-\frac{dy'}{dy} \frac{f}{f'} \sin \omega' = \sin \omega - C. \quad (1.68)$$

Так как углы ω и ω' обращаются в нуль одновременно, то справедливость формулы (1.68) возможна лишь при равенстве постоянной интегрирования C нулю. Таким образом, получаем

$$-\frac{dy'}{dy} \frac{f}{f'} = \frac{\sin \omega}{\sin \omega'} = \text{const}. \quad (1.69)$$

Формула (1.69) может рассматриваться как обобщенное условие синусов Аббе. Небезынтересно, что она была получена до использования понятия о коэффициентах преломления.

Формулу (1.69) можно представить и в несколько ином виде:

$$V_0 = \frac{dy'}{dy} = -\frac{f' \sin \omega}{f \sin \omega'}. \quad (1.70)$$

§ 8. Изменение кривизны поля при изменении положения предмета

Одним из примеров, решение которых достигается с помощью полученных выше формул, является определение изменения кривизны поверхности изображения при изменении положения предмета.

Обратимся к рис. 1.10, на котором представлен ход главного луча с расположенными на нем точками предмета и изображения A и A' и фокальными точками F и F' .

Углы главного луча с осью системы обозначим через ω и ω' ; проекции на ось системы всех точек и отрезков на главном луче будем обозначать с черточкой вверху. Точки и отрезки на оси системы будем обозначать с индексом нуль. Смещения проекций точек главного луча относительно аналогичных точек на оси будем обозначать символом Δ с соответствующим индексом.

В соответствии с рис. 1.10 можно написать

$$\Delta_A - \bar{z} = -z_0 + \Delta_F; \quad z'_0 + \Delta'_A = \Delta'_F + \bar{z}'. \quad (1.71)$$

Из этих формул можно выразить проекции отрезков $\bar{z}$ и $\bar{z}'$:

$$\bar{z} = z_0 + \Delta_A - \Delta_F; \quad \bar{z}' = z'_0 + \Delta'_A - \Delta'_F; \quad (1.72)$$

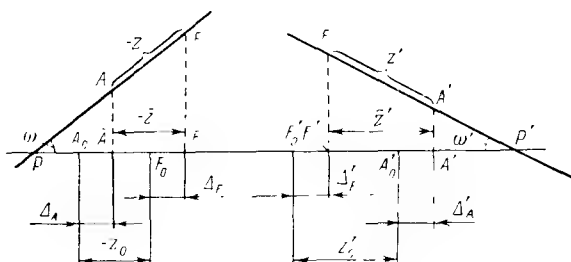


Рис. 1.10. Изменение кривизны поверхности изображения

перемножая формулы (1.72), получаем

$$\bar{z}\bar{z}' = (z_0 + \Delta_A - \Delta_F)(z'_0 + \Delta'_A - \Delta'_F). \quad (1.73)$$

Но проекции отрезков $\bar{z}$ и $\bar{z}'$ могут быть выражены через сами отрезки z и z' на главном луче и косинусы углов ω и ω' :

$$\bar{z}\bar{z}' = zz' \cos \omega \cos \omega' = \bar{f}\bar{f}' \cos \omega \cos \omega' = \bar{f}\bar{f}' = \text{const}, \quad (1.74)$$

что позволяет переписать формулу (1.73) в виде

$$(z_0 + \Delta_A - \Delta_F)(z'_0 + \Delta'_A - \Delta'_F) = \bar{f}\bar{f}' = \text{const}, \quad (1.75)$$

где $\bar{f}$ и $\bar{f}'$ есть проекции фокусных расстояний на ось системы.

Величины Δ_A , Δ'_A , Δ_F и Δ'_F можно рассматривать как стрелки кривизны предметной поверхности, поверхности изображения и фокальных поверхностей.

Нетрудно видеть, что устранение кривизны обеих фокальных поверхностей обеспечивает получение плоской поверхности изображения от плоского предмета.

При выводе формулы (1.75) не делалось никаких замечаний о том, в какой плоскости — сагиттальной или меридиональной — рассматривается картина образования изображения; поэтому формула (1.75) одинаково справедлива для обеих плоскостей.

§ 9. Перефокусировка окуляра

В качестве еще одного примера рассмотрим картину, наблюдаемую при перефокусировке широкоугольного окуляра.

Представляя систему окуляра в обратном ходе лучей, можно принять, что в пространстве изображений ход главных лучей будет телецентрическим (параллельным оси системы).

Тогда при отсутствии aberrаций для главных лучей все они будут пересекаться в предметном пространстве в одной и той же точке на оси системы, которая, таким образом, будет являться передним фокусом и на оси и на главных лучах как в меридиональной, так и в сагиттальной плоскости.

Полагая далее, что окуляр достаточно хорошо скорректирован в отношении астигматизма и кривизны поля, можно принять, что в задней фокальной плоскости, определяемой фокусом для осевого пучка лучей, будут лежать и меридиональный и сагиттальный фокусы на главном луче.

Рис. 1.11. К определению узлового фокусного расстояния окуляра

В соответствии с этим приходим к принципиальной схеме окуляра, представленной на рис. 1.11. Заметим, что пока мы не будем предполагать, что дисторсия окуляра устранена. Определим узловые фокусные расстояния в меридиональной и сагиттальной плоскостях.

Величину заднего узлового фокусного расстояния можно определить как отношение элемента изображения в фокальной плоскости к соответственному элементарному полевому углу в предметном пространстве, взятому с обратным знаком:

$$f'_t = -dy'_t/d\omega_t; \quad f'_s = -dy'_s/d\omega_s. \quad (1.76)$$

Величина реального изображения y' окуляра будет зависеть от фокусного расстояния f'_0 на оси окуляра и величины полевого угла ω . Таким образом, можно написать

$$y' = F(\omega). \quad (1.77)$$

Для сагиттальной плоскости, совершая поворот плоскости рисунка на малый угол γ вокруг оси системы, образуем элементарный сагиттальный полевой угол $d\omega_s$ (на рисунке не показан), равный

$$d\omega_s = \gamma \sin \omega. \quad (1.78)$$

Элемент изображения в фокальной плоскости будет равен

$$dy'_s = -y' \gamma, \quad (1.79)$$

откуда получаем величину сагиттального фокусного расстояния

$$f'_s = -dy'_s/d\omega_s = -y'/\sin \omega; \quad (1.80)$$

для меридиональной плоскости сохраняется первая формула (1.76).

Рассмотрим несколько частных случаев.

1. При отсутствии дисторсии величина изображения y' должна быть равной

$$y' = y'_0 = -f'_0 \operatorname{tg} \omega. \quad (1.81)$$

Поэтому для сагиттального фокусного расстояния получаем

$$f'_s = f'_0/\cos \omega.$$

Пользуясь формулой (1.76), находим меридиональное узловое фокусное расстояние

$$f'_t = f'_0 \frac{d \operatorname{tg} \omega}{d\omega} = \frac{f'_0}{\cos^2 \omega}.$$

2. При величине изображения, определяемой зависимостью

$$y' = -f'_0 \sin \omega,$$

величина абсолютной дисторсии будет равна

$$\Delta y' = y' - y'_0 = -f'_0 \sin \omega + f'_0 \operatorname{tg} \omega = y'_0 \left(\frac{y'}{y'_0} - 1 \right) = y'_0 (\cos \omega - 1),$$

а величина относительной дисторсии

$$\Delta = \Delta y'/y'_0 = \cos \omega - 1.$$

Нетрудно видеть, что в этом случае, согласно формуле (1.80), сагиттальное фокусное расстояние станет равным фокусному расстоянию на оси системы:

$$f'_s = f'_0.$$

Величина же меридионального фокусного расстояния получится равной

$$f'_t = f'_0 \cos \omega.$$

3. Величина изображения может быть выражена зависимостью

$$y' = -f'_0 \omega.$$

В этом случае сагиттальное фокусное расстояние будет равно

$$f'_s = f'_0 \frac{\omega}{\sin \omega};$$

меридиональное же фокусное расстояние получится равным фокусному расстоянию на оси системы:

$$f'_t = f'_0.$$

Расхождение фокусных расстояний вдоль главного луча довольно ощутимо сказывается при перефокусировках окуляра.

Пользуясь формулой Ньютона, можно написать:

$$z_0 = \frac{f_0 f'_0}{z'_0}; \quad z_s = \frac{f_s f'_s}{z'_s}; \quad z_t = \frac{f_t f'_t}{z'_t}. \quad (1.82))$$

При перемещении окуляра величины всех отрезков z'_0 , z'_s и z'_t согласно рис. 1.11 получаются равными друг другу:

$$z'_0 = z'_s = z'_t, \quad (1.83)$$

что при расхождении величин фокусных расстояний сразу же приводит к расхождению величин z .

На практике перефокусировка оценивается обычно в диоптрийной мере, т. е. в обратных значениях отрезков, выраженных в метрах (в метрах в минус первой степени). Таким образом

$$L_0 = \frac{1000}{z_0} = \frac{z'_0}{f_0 f'_0}; \quad (1.84)$$

$$L_s = \frac{1000}{z_s} = \frac{z'_0}{f_s f'_s} = \frac{f_0 f'_0}{f_s f'_s} L_0; \quad (1.85)$$

$$L_t = \frac{1000}{z_t} = \frac{z'_0}{f_t f'_t} = \frac{f_0 f'_0}{f_t f'_t} L_0. \quad (1.86)$$

Так как окуляры работают в воздушной среде, то все передние и задние фокусные расстояния всегда будут попарно равны друг другу по абсолютной величине и обратны по знаку; поэтому формулы (1.85) и (1.86) могут быть переписаны:

$$L_s = \frac{f_0'^2}{f_s'^2} L_0; \quad L_t = \frac{f_0'^2}{f_t'^2} L_0. \quad (1.87)$$

Для трех ранее рассмотренных частных случаев находим:

$$1) \quad L_s = L_0 \cos^2 \omega; \quad L_t = L_0 \cos^4 \omega;$$

$$2) \quad L_s = L_0; \quad L_t = \frac{L_0}{\cos^2 \omega};$$

$$3) \quad L_s = \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2} L_0; \quad L_t = L_0.$$

Численно при окулярном поле зрения $2\omega = 90^\circ$ и перефокусировке на оси $L_0 = 4$ дптр получается:

- 1) $L_s = L_0/2 = 2$ дптр; $L_t = L_0/4 = 1$ дптр;
- 2) $L_s = L_0 = 4$ дптр; $L_t = 2L_0 = 8$ дптр;
- 3) $L_s = 0,811L_0 = 3,2$ дптр; $L_t = L_0 = 4$ дптр.

Глава 2

ОПТИКА ГАУССА

§ 10. Вывод меридионального инварианта для сферической преломляющей поверхности

Рассмотрим картину прохождения узкого пучка лучей, лежащего в меридиональной плоскости, через сферическую преломляющую поверхность.

Обратимся к рис. 2.1, на котором представлена часть сферической преломляющей поверхности радиусом r с центром в точке C , разделяющей две среды с показателями преломления n и n' .

Предположим, что из некоторой точки A , расположенной в первой среде, исходят два луча, составляющие между собой некоторый малый угол $d\theta$ и образующие в точках B и B_1 преломляющей поверхности углы ϵ и $\epsilon + d\epsilon$ с ее нормалью.

Расстояние от точки B до точки A обозначим через t . Эти же два луча после преломления составят с нормалью углы ϵ' и $\epsilon' + d\epsilon'$, образуя друг с другом угол $d\theta'$. Точку пересечения этих двух лучей обозначим через A' , а расстояние от точки B до точки A' — через t' . В соответствии с законом преломления можно написать

$$n \sin \epsilon = n' \sin \epsilon'. \quad (2.1)$$

Дифференцируя эту формулу, получим

$$n \cos \epsilon d\epsilon = n' \cos \epsilon' d\epsilon'. \quad (2.2)$$

Угол между нормалью обозначим через $d\varphi$. Пользуясь этим углом, определим расстояние между точками B и B_1 :

$$BB_1 = r d\varphi. \quad (2.3)$$

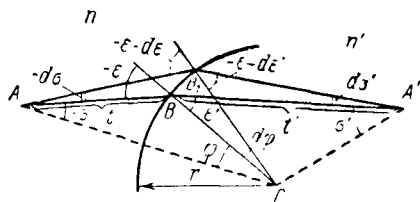


Рис. 2.1. К выводу меридионального инварианта

Соединив точки A и C , образуем два треугольника с внешними углами $-\epsilon$ и $-(\epsilon + d\epsilon)$, равными суммам двух внутренних углов, которые обозначим через $-\sigma$, $-(\sigma + d\sigma)$ и φ , $\varphi + d\varphi$. Тогда можно написать:

$$\left. \begin{aligned} -\epsilon &= -\sigma + \varphi; \\ -\epsilon - d\epsilon &= -\sigma - d\sigma + \varphi + d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Составляя разности формул (2.4), устанавливаем зависимость между дифференциалами углов:

$$d\epsilon = d\sigma - d\varphi. \quad (2.5)$$

Аналогичным образом после преломления можно установить зависимость

$$d\epsilon' = d\sigma' - d\varphi. \quad (2.6)$$

Углы $d\sigma$ и $d\sigma'$ можно связать с отрезками t и t' и отрезком BB_1 . Пользуясь рисунком, получаем

$$d\sigma = \frac{BB_1 \cos \epsilon}{t} = \frac{r}{t} d\varphi \cos \epsilon \quad (2.7)$$

и аналогично

$$d\sigma' = \frac{r}{t'} d\varphi \cos \epsilon'. \quad (2.8)$$

Используя формулы (2.2) и (2.5)–(2.8), находим

$$n \cos \epsilon \left(\frac{r}{t} d\varphi \cos \epsilon - d\varphi \right) = n' \cos \epsilon' \left(\frac{r}{t'} d\varphi \cos \epsilon' - d\varphi \right). \quad (2.9)$$

Разделив формулу (2.9) на $r d\varphi$, получаем меридиональный инвариант Гульстранда—Юнга

$$n \cos \epsilon \left(\frac{\cos \epsilon}{t} - \frac{1}{r} \right) = n' \cos \epsilon' \left(\frac{\cos \epsilon'}{t'} - \frac{1}{r} \right), \quad (2.10)$$

из которого можно получить формулу

$$\frac{n' \cos^2 \epsilon'}{t'} - \frac{n \cos^2 \epsilon}{t} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r}. \quad (2.11)$$

§ 11. Вывод сагиттального инварианта

Перейдем к рассмотрению преломления узкого пучка лучей в сагиттальной плоскости. Обратимся к рис. 2.2, на котором представлен ход главного луча, претерпевающего преломление в точке B на сферической поверхности, разделяющей две среды с показателями преломления n и n' и имеющей радиус кривизны r с центром в точке C .

Положение сагиттального изображения некоторой точки A предметного пространства, расположенной на главном луче, определяется точкой пересечения преломленного луча с прямой, проходящей через предметную точку A и центр поверхности C .

Действительно, осуществляя поворот плоскости рисунка на малый угол γ вокруг прямой ACA' , образуем ход луча в сагиттальной плоскости (как касательной к коническим поверхностям с вершинами в точках A и A').

Отрезки от точки преломления B до предметной точки A и до точки изображения A' обозначим через s и s' , углы главного луча с нормалью — через ϵ и ϵ' , а расстояния от точек A и A' до центра поверхности — через q и q' .

Опуская из точек A и A' перпендикуляры на нормаль, получаем точки K и K' и образуем прямоугольные треугольники AKB и $A'K'B'$. В этих треугольниках катеты AK и $A'K'$ могут быть выражены через отрезки s и s' и углы ϵ и ϵ' :

$$\left. \begin{aligned} AK &= -s \sin \epsilon; \\ A'K' &= -s' \sin \epsilon' \end{aligned} \right\} (2.12)$$

С другой стороны, отношение катетов $A'K'$ и AK в подобных треугольниках AKC и $A'K'C$ должно быть равно отношению двух других катетов CK и CK' . Эти два катета также можно выразить через отрезки s , s' , радиус r и углы ϵ , ϵ' . Согласно рис. 2.2,

$$CK = r - s \cos \epsilon; \quad CK' = r - s' \cos \epsilon'. \quad (2.13)$$

Пользуясь формулами (2.12) и (2.13), пишем

$$\frac{A'K'}{AK} = \frac{s' \sin \epsilon'}{s \sin \epsilon} = \frac{CK'}{CK} = \frac{r - s' \cos \epsilon'}{r - s \cos \epsilon}, \quad (2.14)$$

или

$$\frac{r - s' \cos \epsilon'}{s' \sin \epsilon'} = \frac{r - s \cos \epsilon}{s \sin \epsilon}, \quad (2.15)$$

откуда

$$n' \left(\frac{r}{s'} - \cos \epsilon' \right) = n \left(\frac{r}{s} - \cos \epsilon \right). \quad (2.16)$$

Разделив (2.16) на r , получаем сагиттальный инвариант Гульстранда—Юнга:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n' \cos \epsilon'}{r} = \frac{n}{s} - \frac{n \cos \epsilon}{r}, \quad (2.17)$$

который с учетом формулы (2.11) может быть преобразован в виде

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r} = \frac{n' \cos^2 \epsilon'}{t'} - \frac{n \cos^2 \epsilon}{t}. \quad (2.18)$$

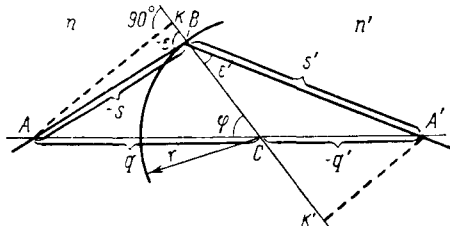


Рис. 2.2. К выводу сагиттального инварианта

Установим связь радиусов и толщин линз оптической системы с ходом нулевого луча. От инварианта Гульстранда—Юнга при малых углах ϵ и ϵ' переходим к инварианту Аббе

$$n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right) = n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right), \quad (2.19)$$

или

$$\frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} + \frac{n' - n}{r}. \quad (2.20)$$

Для нулевых лучей, идущих вблизи оси системы, углы ϵ и ϵ' всегда будут малы; поэтому в этой области инвариант Аббе

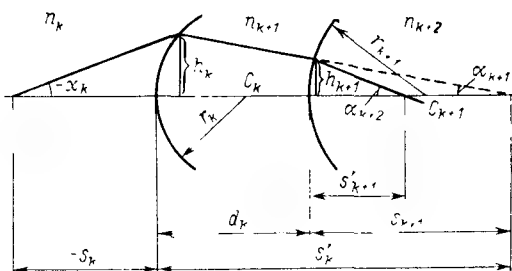


Рис. 2.3. Ход параксиального луча через две поверхности

всегда будет оставаться справедливым. Обратимся к рис. 2.3, на котором представлен ход нулевого луча через две последовательно расположенные друг за другом преломляющие поверхности, разделяющие три среды с показателями преломления n_k , n_{k+1} и n_{k+2} , имеющие радиусы кривизны r_k и r_{k+1} ; расстояние между этими поверхностями равно d_k . Предположим, что нулевой луч имеет на этих поверхностях высоты h_k и h_{k+1} и образует с осью системы углы α_k , α_{k+1} и α_{k+2} . Умножая инвариант Аббе на высоты h_k и h_{k+1} , для k -й и $k+1$ -й поверхностей можно написать:

$$\begin{aligned} n_{k+1} \frac{h_k}{s_k} &= n_k \frac{h_k}{s_k} + h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{r_k} = n_{k+1} \alpha_{k+1} = n_k \alpha_k + \\ &+ \frac{h_k}{r_k} (n_{k+1} - n_k); \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} n_{k+2} \frac{h_{k+1}}{s_{k+1}} &= n_{k+1} \frac{h_{k+1}}{s_{k+1}} + h_{k+1} \frac{n_{k+2} - n_{k+1}}{r_{k+1}} = n_{k+2} \alpha_{k+2} = n_{k+1} \alpha_{k+1} + \\ &+ \frac{h_{k+1}}{r_{k+1}} (n_{k+2} - n_{k+1}). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Сопоставляя формулы (2.21) и (2.22), видим, что они позволяют определять углы α_{k+1} перед последующими поверхностями системы, если будут известны высоты h_k на предыдущих поверхностях; это нетрудно сделать, пользуясь рис. 2.3:

$$h_{k+1} = h_k - \alpha_{k+1} d_k. \quad (2.23)$$

Наоборот, зная или задавая ход нулевого луча через углы α , можно получить значения радиусов

$$r_k = h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1} \alpha_{k+1} - n_k \alpha_k}. \quad (2.24)$$

§ 12. Определение узловых точек и фокусных расстояний для сферической преломляющей поверхности. Инвариант Штраубеля

Полагая в формуле (2.18) последовательно равными бесконечности отрезки t , s , t' и s' , находим отрезки от точки преломления до соответственных фокальных точек F_t , F_s , F'_t и F'_s :

$$\left. \begin{aligned} t_F &= \frac{-nr \cos^2 \varepsilon}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}; & S_F &= -\frac{nr}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}; \\ t'_F &= \frac{n'r \cos^2 \varepsilon'}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}; & S'_F &= \frac{n'r}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}. \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

Положение узловых меридиональных точек N_t и N'_t нетрудно получить, пользуясь поворотом рис. 2.4 в его плоскости вокруг центра преломляющей поверхности C .

При этом произойдет поворот главного луча как в пространстве предметов, так и в пространстве изображений на одинаковый малый угол и точки пересечения старого и нового главных лучей определяют положение узловых точек как оснований перпендикуляров, опущенных из центра поверхности на падающий и преломленный главные лучи.

Таким образом, отрезки до узловых точек N_t и N'_t определяются как произведения радиуса r на косинусы углов ε и ε' :

$$t_N = r \cos \varepsilon; \quad t'_N = r \cos \varepsilon'. \quad (2.26)$$

Составляя разности между отрезками t_F и t_N и t'_F и t'_N , получим меридиональные узловые фокусные расстояния f_t и f'_t :

$$\left. \begin{aligned} f_t &= t_F - t_N = -\frac{nr \cos^2 \varepsilon}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon} - r \cos \varepsilon; \\ f'_t &= t'_F - t'_N = \frac{n'r \cos^2 \varepsilon'}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon} - r \cos \varepsilon' \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

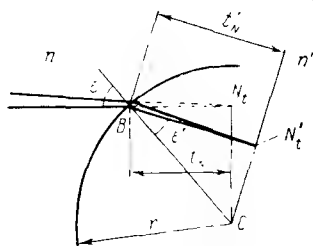


Рис. 2.4. К определению узловых точек в меридиональной плоскости

и после несложных преобразований:

$$f_t = -\frac{n'r \cos \varepsilon \cos \varepsilon'}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}; \quad f'_t = \frac{nr \cos \varepsilon \cos \varepsilon'}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}. \quad (2.28)$$

Умножая переднее фокусное расстояние на n и заднее на n' , приходим к равенству

$$-nf_t = \frac{nn'r \cos \varepsilon \cos \varepsilon'}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon} = n'f'_t. \quad (2.29)$$

Умножая формулу (2.29) на формулу (1.13), получаем так называемый инвариант Штраубеля

$$n' dy'_t \cos \omega' d\omega' = n dy_t \cos \omega d\omega. \quad (2.30)$$

Все величины, входящие в инвариант Штраубеля, могут рассматриваться как предыдущие перед последующей поверхностью и как последующие за предыдущей поверхностью; поэтому инвариант Штраубеля может быть распространен на любое число поверхностей, т. е. на любую оптическую систему.

Вместе с тем формула (1.13) была получена также для системы в целом; поэтому, разделив формулу (2.30) на (1.13), мы получаем формулу, внешне совпадающую с (2.29):

$$-nf_t = n'f'_t, \quad (2.31)$$

но справедливую уже не только для одной преломляющей поверхности, но и для любой оптической системы.

Обращаясь к сагиттальной плоскости, нетрудно усмотреть, что точка преломления луча B будет играть роль главных сагиттальных точек; поэтому отрезки s_F и s'_F можно приравнять соответственным главным сагиттальным фокусным расстояниям. Таким образом, получаем:

$$f_s = s_F = -\frac{nr}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}; \quad f'_s = s'_F = \frac{n'r}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}. \quad (2.32)$$

Составляя отношение фокусных расстояний, находим:

$$f_s/f'_s = -n/n' \quad (2.33)$$

и, пользуясь формулой (1.39), получаем инвариант Штраубеля для сагиттальной плоскости

$$n' dy'_s d\omega'_s = n dy_s d\omega_s. \quad (2.34)$$

Проделявая те же самые рассуждения, что и для меридиональной плоскости, распространяем инвариант Штраубеля на **любое** число поверхностей и для сагиттальной плоскости, а затем **возвращаемся** к формуле (2.33), делая ее справедливой для системы из **любого** числа поверхностей.

§ 13. Апланатическая сферическая поверхность

Имея в распоряжении формулу (2.18), можно поставить условие отсутствия астигматизма для одной преломляющей сферической поверхности — равенство отрезков t и s , t' и s' . Это условие приводит к следующему выражению:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' \cos^2 \epsilon'}{s'} - \frac{n \cos^2 \epsilon}{s} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r}, \quad (2.35)$$

откуда

$$\frac{n'}{s'} (1 - \cos^2 \epsilon') = \frac{n}{s} (1 - \cos^2 \epsilon) = \frac{n' \sin^2 \epsilon'}{s'} = \frac{n \sin^2 \epsilon}{s}, \quad (2.36)$$

или, разделив на $n'^2 \sin^2 \epsilon'$ и взяв обратные величины,

$$n's' = ns. \quad (2.37)$$

Дадим геометрическую интерпретацию формуле (2.37). Обращаясь к рис. 2.5, видим, что оба отрезка s и s' должны иметь одинаковые знаки, а поэтому и предметная точка и точка изображения будут расположены по одну сторону от преломляющей поверхности. Кроме того, ранее было показано, что сагиттальные точки предмета и изображения A_s и A'_s и центр поверхности C должны лежать на одной прямой.

Обозначая углы главного луча с этой прямой через ω и ω' , замечаем, что нормаль CB образует один и тот же внешний угол φ по отношению к двум треугольникам A_sBC и A'_sBC с углами ϵ и ϵ' при точке B и ω и ω' — при точках A_s и A'_s .

В соответствии с рис. 2.5 можно записать

$$\varphi = \omega - \epsilon = \omega' - \epsilon'. \quad (2.38)$$

С другой стороны, опуская перпендикуляр BM из точки B на прямую $CA_sA'_s$, образуем треугольники BMA_s и BMA'_s , из которых следует, что отрезок BM будет равен

$$BM = s \sin \omega = s' \sin \omega' = r \sin \varphi. \quad (2.39)$$

Разделив формулу (2.39) на (2.37), получим

$$\sin \omega / n = \sin \omega' / n', \quad (2.40)$$

или

$$n' \sin \omega = n \sin \omega'. \quad (2.41)$$

Пользуясь формулой (2.38), можно выразить угол ω' через углы ω , ϵ' и ϵ :

$$\omega' = \omega + \epsilon' - \epsilon, \quad (2.42)$$

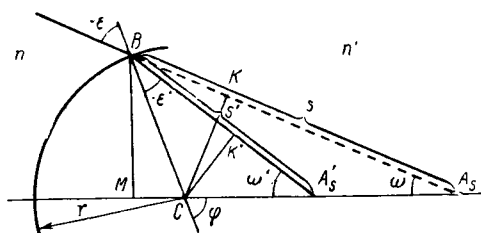


Рис. 2.5. Анастигматические точки сферической поверхности

откуда

$$\sin \omega' = \frac{n'}{n} \sin \omega = \sin \omega \cos (\varepsilon' - \varepsilon) + \cos \omega \sin (\varepsilon' - \varepsilon). \quad (2.43)$$

Заменяя отношение $n' : n$ отношением $\sin \varepsilon : \sin \varepsilon'$ и деля формулу (2.43) на $\sin \omega$, получаем

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \cos (\varepsilon' - \varepsilon) + \frac{\sin (\varepsilon' - \varepsilon)}{\operatorname{tg} \omega}. \quad (2.44)$$

Отсюда нетрудно получить величину $\operatorname{tg} \omega$:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\sin (\varepsilon' - \varepsilon)}{\sin \varepsilon / \sin \varepsilon' - \cos (\varepsilon' - \varepsilon)}, \quad (2.45)$$

что после некоторых преобразований дает

$$\operatorname{tg} \omega = -\operatorname{tg} \varepsilon' \quad (2.46)$$

и приводит к равенствам углов:

$$\omega = -\varepsilon'; \quad \omega' = -\varepsilon. \quad (2.47)$$

Далее мы можем написать, опуская из центра поверхности перпендикуляры CK и CK' на падающий и преломленный лучи:

$$\left. \begin{aligned} CK &= -r \sin \varepsilon = CA_s \sin \omega = -CA_s \sin \varepsilon'; \\ CK' &= -r \sin \varepsilon' = CA'_s \sin \omega' = -CA'_s \sin \varepsilon, \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} CA_s &= \frac{r \sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = r \frac{n'}{n}; \\ CA'_s &= \frac{r \sin \varepsilon'}{\sin \varepsilon} = r \frac{n}{n'}. \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

Таким образом, мы пришли к выводу, что точки A_s и A'_s , в которых наблюдается отсутствие астигматизма, должны быть расположены на одной и той же прямой, проходящей через центр преломляющей поверхности, на расстояниях от центра, равных соответственно $r (n'/n)$ и $r (n/n')$, независимо от углов ε и ε' главного луча с нормалью к преломляющей поверхности. Это справедливо для любых главных лучей, проходящих через апланатические точки.

Иными словами, эти точки будут безабберационными. Кроме того, обращаясь к формуле (1.70) и заменяя в ней отношение узловых фокусных расстояний отношением показателей преломления:

$$V_0 = \frac{n \sin \omega}{n' \sin \omega'} = \text{const}, \quad (2.50)$$

приходим к условию синусов Аббе, обеспечивающему постоянство линейного увеличения для изображения элемента, расположенного на оси системы.

Для рассматриваемой сферической поверхности, согласно формуле (2.41), отношение $\sin \omega$ и $\sin \omega'$ может быть заменено отношением показателей преломления, что позволяет переписать формулу (2.50) в виде

$$V_0 = n^2/n'^2 = \text{const.} \quad (2.51)$$

Из формулы (2.51) следует, что рассматриваемое положение точек A_s и A'_s удовлетворяет условию синусов Аббе. Поэтому принято называть точки A_s и A'_s , расположенные на расстояниях $r(n'/n)$ и $r(n/n')$ от центра сферической преломляющей поверхности, апланатическими точками сферической поверхности.

§ 14. Анастигматическая несферическая поверхность

Обращаясь к формуле (2.18), можно, накладывая условие отсутствия астигматизма для одной преломляющей поверхности, принять, что такая поверхность уже не будет сферической и будет обладать различными радиусами кривизны в меридиональной и сагиттальной плоскостях: r_t и r_s .

Если считать предмет расположенным в бесконечности, то отрезки s и t обращаются в бесконечность, а отрезки t' и s' в отрезки до фокусов t'_F и s'_F , которые в случае отсутствия астигматизма должны стать равными друг другу. Тогда можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \frac{n' \cos^2 \varepsilon'}{t'_F} &= \frac{n' \cos^2 \varepsilon'}{s'_F} = \frac{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}{r_t}; \\ \frac{n'}{t'_F} &= \frac{n'}{s'_F} = \frac{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}{r_s}, \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

откуда следует

$$r_s = r_t \cos^2 \varepsilon'. \quad (2.53)$$

Равным образом для совмещенных передних фокусов находим

$$r_s = r_t \cos^2 \varepsilon. \quad (2.54)$$

Определенный интерес представляет случай, когда преломляющая поверхность заменена отражательной. Этот случай может быть описан равенством показателей преломления по абсолютной величине с различием в знаках:

$$n' = -n. \quad (2.55)$$

В соответствии с этим в точке отражения луча всегда будет наблюдаться равенство углов ε и ε' по абсолютной величине, что позволяет рассматривать точку отражения как пару совмещенных

узловых точек; следовательно, при совмещении сагиттального и меридионального фокусов до или после отражающей поверхности автоматически будет получаться равенство отрезков до фокусов и с другой стороны поверхности, что приведет к отсутствию астигматизма при любом положении предметной точки на главном луче.

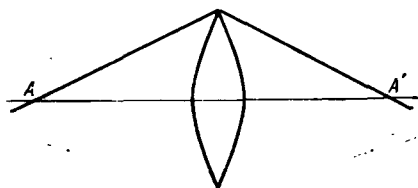


Рис. 2.6. Бигиперболическая линза

Для такой отражательной поверхности величины фокусных расстояний выразятся формулами:

$$t'_F = \frac{r_1}{2} \cos \varepsilon; \quad s'_F = \frac{r_s}{2 \cos \varepsilon}. \quad (2.56)$$

Рассмотрим еще один частный случай, когда имеется симметричная линза с острым краем при симметричном ходе главного луча через этот острый край и при отсутствии сферической aberrации в точках, где главный луч пересекает ось системы.

Эта картина изображена на рис. 2.6. Нетрудно себе представить, что острый край такой линзы можно рассматривать как узловые точки, совмещенные друг с другом, что приводит к равенству меридионального и сагиттального фокусных расстояний в предметном пространстве и в пространстве изображений, но с различием в знаках.

Следствием такого равенства, как и в ранее рассмотренном случае, явится отсутствие астигматизма при произвольном положении предмета.

Глава 3

КОМА И АПЛАНАТИЗМ

§ 15. Инвариант меридиональной комы

При рассмотрении более или менее широких пучков лучей встречается общий случай, когда при переходе от одной части пучка к другой наблюдается изменение положения точки меридионального изображения. Такое изменение можно представить себе как процесс касания лучей пучка с некоторой общей огибающей кривой, называемой меридиональной каустикой; в первом приближении можно принимать радиус R' такой каустики за постоянную величину.

Нетрудно связать радиус R' каустики с величиной угла σ' между лучами рассматриваемого пучка и перемещением точки меридионального изображения ds' . Обращаясь к рис. 3.1, находим

$$R' = ds'/\sigma'. \quad (3.1)$$

Установим зависимость между радиусом R предметной каустики и радиусом R' каустики изображения и ходом главного луча, преломляющегося на сферической поверхности.

Обращаясь к рис. 3.2, на котором представлена картина образования каустики в пространстве изображений, нетрудно установить, что дуга каустики ds' определится разностью отрезков $t' + dt'$ и $t' - BK$:

$$ds' = t' + dt' - t' + BK = dt' + BK. \quad (3.2)$$

Отрезок BK может быть получен как произведение расстояния BB_1 на синус угла ε' :

$$BK = -BB_1 \sin \varepsilon'. \quad (3.3)$$

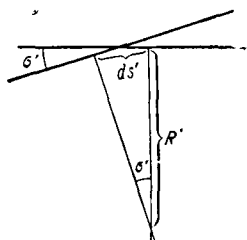


Рис. 3.1. Радиус каустики

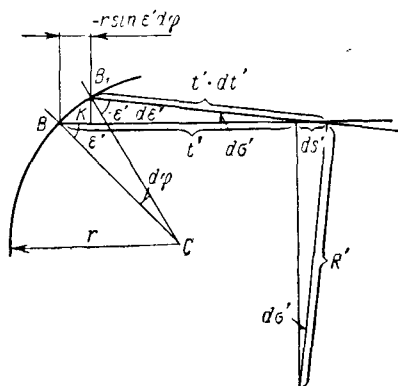


Рис. 3.2. К выводу инварианта меридиональной комы

Отрезок же BB_1 может быть определен как произведение радиуса поверхности r на малый угол $d\varphi$:

$$BB_1 = r d\varphi. \quad (3.4)$$

Таким образом, формула (3.2) может быть представлена в виде

$$ds' = dt' - r \sin \varepsilon' d\varphi. \quad (3.5)$$

Разделив дугу ds' на элементарный апертурный угол $d\sigma'$, получим радиус каустики R' :

$$R' = \frac{dt' - r \sin \varepsilon' d\varphi}{d\sigma'}. \quad (3.6)$$

Согласно рис. 3.2, можно связать друг с другом элементарные углы $d\varphi$, $d\varepsilon'$ и $d\sigma'$:

$$d\varphi = d\sigma' - d\varepsilon'. \quad (3.7)$$

Величина угла $d\sigma'$ может быть выражена через отрезок BB_1 :

$$d\sigma' = \frac{BB_1 \cos \varepsilon'}{t'} = \frac{r \cos \varepsilon'}{t'} d\varphi, \quad (3.8)$$

и тогда угол $d\varepsilon'$ получается равным

$$d\varepsilon' = - \left(1 - \frac{r \cos \varepsilon'}{t'} \right) d\varphi. \quad (3.9)$$

Дифференцируя меридиональный инвариант (2.10), находим

$$\begin{aligned} & - \frac{2n' \cos \varepsilon' \sin \varepsilon' d\varepsilon'}{t'} - \frac{n' \cos^2 \varepsilon'}{t'^2} dt' + \frac{n' \sin \varepsilon' d\varepsilon'}{r} = \\ & = - \frac{2n \cos \varepsilon \sin \varepsilon d\varepsilon}{t} - \frac{n \cos^2 \varepsilon}{t^2} dt + \frac{n \sin \varepsilon d\varepsilon}{r} \end{aligned} \quad (3.10)$$

и, деля на $n' \sin \varepsilon' = n \sin \varepsilon$, получаем

$$- \frac{2 \cos \varepsilon' d\varepsilon'}{t'} - \frac{\cos^2 \varepsilon' dt'}{\sin \varepsilon' t'^2} + \frac{d\varepsilon'}{r} = - \frac{2 \cos \varepsilon d\varepsilon}{t} - \frac{\cos^2 \varepsilon dt}{\sin \varepsilon t^2} + \frac{d\varepsilon}{r}. \quad (3.11)$$

Из формулы (3.6) можно получить величину dt' :

$$dt' = R' d\sigma' + r \sin \varepsilon' d\varphi \quad (3.12)$$

и по аналогии для предметного пространства

$$dt = R d\sigma + r \sin \varepsilon d\varphi. \quad (3.13)$$

Пользуясь формулами (3.11)—(3.13) и (3.8), (3.9), получаем

$$\begin{aligned} & - \frac{\cos^2 \varepsilon'}{t'^2 \sin \varepsilon'} (R' d\sigma' + r \sin \varepsilon' d\varphi) + \left(\frac{1}{r} - \frac{2 \cos \varepsilon'}{t'} \right) d\varepsilon' = \\ & = - \frac{\cos^2 \varepsilon}{t^2 \sin \varepsilon} (R d\sigma + r \sin \varepsilon d\varphi) + \left(\frac{1}{r} - \frac{2 \cos \varepsilon}{t} \right) d\varepsilon. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Выражая углы $d\sigma'$ и $d\sigma$ через $d\varphi$ и деля на $d\varphi$ формулу (3.14), находим

$$\begin{aligned} & - \frac{\cos^2 \varepsilon'}{t'^2 \sin \varepsilon'} \left(R' \frac{r \cos \varepsilon'}{t'} + r \sin \varepsilon' \right) - \left(\frac{1}{r} - \frac{2 \cos \varepsilon'}{t'} \right) \left(1 - \frac{r \cos \varepsilon'}{t'} \right) = \\ & = - \frac{\cos^2 \varepsilon}{t^2 \sin \varepsilon} \left(R \frac{r \cos \varepsilon}{t} + r \sin \varepsilon \right) - \left(\frac{1}{r} - \frac{2 \cos \varepsilon}{t} \right) \left(1 - \frac{r \cos \varepsilon}{t} \right). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Разделив выражение (3.15) на r и раскрыв скобки, после сокращений получим инвариант меридиональной комы:

$$- \frac{R' \cos^3 \varepsilon'}{t'^3 \sin \varepsilon'} - 3 \frac{r \cos^2 \varepsilon'}{t'^2} + 3 \frac{r \cos \varepsilon'}{t' r} = - \frac{R \cos^3 \varepsilon}{t^3 \sin \varepsilon} - 3 \frac{\cos^2 \varepsilon}{t^2} + 3 \frac{\cos \varepsilon}{t r}. \quad (3.16)$$

§ 16. Некоторые частные примеры комы

Меридиональный инвариант комы позволяет получить величину комы для некоторых частных случаев.

Полагая предмет расположенным в бесконечности, когда $t = \infty$ и $t' = t'_F$, можно определить величину радиуса комы в фокальной точке:

$$\frac{R'_F \cos^3 \epsilon'}{t'^3_F \sin \epsilon'} + 3 \frac{\cos^2 \epsilon'}{t'^2_F} - 3 \frac{\cos \epsilon'}{t'_F r} = 0, \quad (3.17)$$

откуда

$$R'_F = 3 \frac{t'^2_F}{\cos^2 \epsilon'} \left(\frac{1}{r} - \frac{\cos \epsilon'}{t'_F} \right) \sin \epsilon'. \quad (3.18)$$

Меридиональный фокальный отрезок, согласно формуле (2.11), будет равен

$$t'_F = \frac{n' r \cos^2 \epsilon'}{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}, \quad (3.19)$$

что после подстановки в формулу (3.18) даст

$$R'_F = \frac{3r^2 n'^2 \cos^2 \epsilon'}{(n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon)^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{n' r \cos \epsilon'} \right), \quad (3.20)$$

или после сокращений

$$R'_F = 3 \frac{r n n' \cos \epsilon \cos \epsilon'}{(n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon)^2} \sin \epsilon'; \quad (3.21)$$

аналогично для предметного пространства

$$R_F = 3 \frac{r n n' \cos \epsilon \cos \epsilon'}{(n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon)^2} \sin \epsilon. \quad (3.22)$$

Умножая формулу (3.21) на n' и формулу (3.22) на n , приходим к равенству]

$$n' R'_F = n R_F. \quad (3.23)$$

Определим радиусы комы в узловых точках. Согласно формуле (2.26) для узловых точек имеет место равенство

$$\frac{\cos \epsilon}{t_N} = \frac{1}{r} = \frac{\cos \epsilon'}{t'_N}. \quad (3.24)$$

Подставляя эти отношения в формулу (3.16), получаем после сокращений

$$\frac{R'_N}{\sin \epsilon'} = \frac{R_N}{\sin \epsilon}, \quad (3.25)$$

или, умножая на $n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'$,

$$n'R'_N = nR_N. \quad (3.26)$$

Формулу (3.16) можно представить в виде

$$\begin{aligned} n'R' \frac{\cos^3 \varepsilon'}{t'^3} + 3 \frac{\cos \varepsilon'}{t'} \left(\frac{\cos \varepsilon'}{t'} - \frac{1}{r} \right) n' \sin \varepsilon' = \\ = nR \frac{\cos^3 \varepsilon}{t^3} + 3 \frac{\cos \varepsilon}{t} \left(\frac{\cos \varepsilon}{t} - \frac{1}{r} \right) n \sin \varepsilon. \end{aligned} \quad (3.27)$$

В случае, если углы ε очень малы, получаем приближенную формулу переноса комы

$$\frac{n'R'}{s_0^3} \approx \frac{nR}{s_0^3}. \quad (3.28)$$

Для апланатических точек [сферической поверхности] имело место равенство (3.27):

$$ns = nt = n's' = n't'. \quad (3.29)$$

Учитывая это соотношение, видим, что тогда в формуле (3.27) члены в правой и левой части, не содержащие R и R' , становятся равными друг другу и могут быть отброшены; поэтому для апланатических точек получаем формулу

$$n' \bar{R}'_a \frac{\cos^3 \varepsilon'}{t'^3} = n \bar{R}_a \frac{\cos^3 \varepsilon}{t^3}, \quad (3.30)$$

или, еще раз обращаясь к формуле (3.29),

$$n'^4 \bar{R}'_a \cos^3 \varepsilon' = n^4 \bar{R}_a \cos^3 \varepsilon. \quad (3.31)$$

В случае, если R_a равно нулю (кома в предметной точке отсутствует), автоматически получается равным нулю и $\bar{R}'_a$ (кома в точке изображения), как это и должно было бы быть.

Рассмотрим кому плоской поверхности. Меридиональный инвариант для плоской поверхности принимает вид

$$\frac{n' \cos^2 \varepsilon'}{t'} = \frac{n \cos^2 \varepsilon}{t}, \quad (3.32)$$

так как r должно быть равным бесконечности.

Тогда инвариант меридиональной комы [формула (3.16)] преобразуется:

$$\frac{R' \cos \varepsilon'}{t'^2} + 3 \frac{\sin \varepsilon'}{t'} = \frac{R \cos \varepsilon}{t^2} + 3 \frac{\sin \varepsilon}{t}, \quad (3.33)$$

или

$$\frac{R'}{n't' \cos \varepsilon'} + 3 \frac{\sin \varepsilon'}{n' \cos^2 \varepsilon'} = \frac{R}{nt \cos \varepsilon} + 3 \frac{\sin \varepsilon}{n \cos^2 \varepsilon}. \quad (3.34)$$

Умножая формулу (3.34) на $n \sin \varepsilon' = n \sin \varepsilon$, получим

$$\left(\frac{R'}{t'} + 3 \operatorname{tg} \varepsilon'\right) \operatorname{tg} \varepsilon' = \left(\frac{R}{t} + 3 \operatorname{tg} \varepsilon\right) \operatorname{tg} \varepsilon \quad (3.35)$$

и в случае отсутствия предметной комы

$$R' = -3t' \left(1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon'}\right) \operatorname{tg} \varepsilon'. \quad (3.36)$$

§ 17. Инвариант сагиттальной комы

Подобно изменению положения вершины узких меридиональных пучков лучей, внутри широких пучков имеет место изменение положения вершины узких пучков лучей, лежащих в сагиттальной плоскости. Поэтому аналогично величинам R_t и R'_t в меридиональной плоскости, выражающим относительные перемещения меридиональных точек, можно ввести коэффициенты R_s и R'_s , определяющие перемещения сагиттальных точек по отношению к изменению меридиональных апертурных углов.

Заметим, что, если коэффициенты R_t и R'_t можно было рассматривать как радиусы кривизны каустики, коэффициентам R_s и R'_s нельзя дать подобной геометрической интерпретации.

Вывод инварианта сагиттальной комы аналогичен выводу инварианта меридиональной комы с той лишь разницей, что величины отрезков t и t' до меридиональных точек должны быть заменены отрезками s и s' до сагиттальных точек, равно как и меридиональный инвариант Гульстрайда—Юнга должен быть заменен сагиттальным инвариантом.

В соответствии с этим вместо формулы (3.6) пишем

$$R'_s d\sigma'_t = ds' - r \sin \varepsilon' d\varphi. \quad (3.37)$$

Внешние формулы (3.8) и (3.9) сохраняются:

$$d\sigma'_t = \frac{r \cos \varepsilon'}{t'} d\varphi; \quad d\varepsilon' = \left(\frac{r \cos \varepsilon'}{t'} - 1\right) d\varphi. \quad (3.38)$$

Дифференцирование сагиттального инварианта дает вместо формулы (3.11)

$$-\frac{ds'}{s'^2 \sin \varepsilon'} + \frac{d\varepsilon'}{r} = -\frac{ds}{s^2 \sin \varepsilon} + \frac{d\varepsilon}{r} \quad (3.39)$$

и после подстановки из формул (3.37) и (3.38) величины ds' , $d\sigma'_t$ и $d\varepsilon'$ и аналогично величины ds , $d\sigma_t$ и $d\varepsilon$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{s'^2} \left(\frac{R'_s}{t' \operatorname{tg} \varepsilon'} + 1 \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{r \cos \varepsilon'}{t'} - 1 \right) = \\ & = -\frac{1}{s^2} \left(\frac{R_s}{t \operatorname{tg} \varepsilon} + 1 \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{r \cos \varepsilon}{t} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3.40)$$

Раскрывая скобки и делая сокращения, получим

$$-\frac{R'_s}{s'^2 t' \operatorname{tg} e'} - \frac{1}{s'^2} + \frac{\cos e'}{r t'} = -\frac{R_s}{s^2 t \operatorname{tg} e} - \frac{1}{s^2} + \frac{\cos e}{r t}, \quad (3.41)$$

т. е. инвариант сагиттальной комы. Если полагать, что предмет расположен в бесконечности, то величины s и t становятся равными бесконечности и правая часть формулы (3.41) обращается в нуль. Таким образом,

$$R'_{sF} = \left(-t'_F + \frac{\cos e'}{r} s_F'^2 \right) \operatorname{tg} e'. \quad (3.42)$$

Помня, что при этом величины t'_F и s'_F выражаются формулами:

$$t'_F = \frac{n' r \cos^2 e'}{n' \cos e' - n \cos e}; \quad s'_F = \frac{n' r}{n' \cos e' - n \cos e}, \quad (3.43)$$

получаем

$$R'_{sF} = \left[-\frac{n' r \cos^3 e'}{n' \cos e' - n \cos e} + \frac{n'^2 r \cos e'}{(n' \cos e' - n \cos e)^2} \right] \operatorname{tg} e', \quad (3.44)$$

что после некоторых преобразований дает

$$R'_{sF} = \frac{nn' \cos e \cos e' + n'^2 \sin^2 e'}{(n' \cos e' - n \cos e)^2} r \sin e' \quad (3.45)$$

и аналогично

$$R_{sF} = \frac{nn' \cos e \cos e' + n^2 \sin^2 e}{(n' \cos e' - n \cos e)^2} r \sin e. \quad (3.46)$$

Так как $n \sin e = n' \sin e'$, то, умножая формулу (3.45) на n' и формулу (3.46) на n , приходим к равенству

$$n' R'_{sF} = n R_{sF}. \quad (3.47)$$

Для апланатических точек с учетом равенства (3.29) формула (3.41) принимает вид

$$\frac{R'_{sa}}{s_a'^3 \operatorname{tg} e'} = \frac{R_{sa}}{s_a^3 \operatorname{tg} e}, \quad (3.48)$$

или

$$\frac{n' R'_{sa} \cos e'}{s_a'^3} = \frac{n R_{sa} \cos e}{s_a^3}. \quad (3.49)$$

§ 18. Условие синусов Аббе. Условие Штебле — Лихотского

В § 13 была приведена формула (2.51), выражавшая условие синусов Аббе для одной преломляющей сферической поверхности. Однако, обращая внимание на то, что произведения узловых фокусных расстояний и показателей преломления в пространстве предметов и пространстве изображений получаются равными друг другу для любой оптической системы, приходим к выводу, что условие синусов Аббе, представленное формулой (2.51), будет справедливо не только для апланатических точек одной преломляющей сферической поверхности, но и для любой оптической системы:

$$V = \frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'} = V_0 = \text{const.} \quad (3.50)$$

Дадим геометрическую интерпретацию формуле (3.50). Умножая и числитель и знаменатель на некоторую величину h , формулу (3.50) можно представить в виде

$$V_0 = \frac{nh \sin \sigma}{n'h \sin \sigma'} = \text{const.} \quad (3.51)$$

Отношения $h : \sin \sigma$ и $h : \sin \sigma'$ можно выразить через некоторые отрезки b и b' :

$$b = h/\sin \sigma; \quad b' = h/\sin \sigma', \quad (3.52)$$

и тогда формула (3.50) может быть представлена в виде

$$V_0 = nb'/(n'b) = \text{const.} \quad (3.53)$$

В формулу (3.53) не входят углы. Поэтому она применима и в окрестности около оси системы, т. е. в области нулевых, или параксиальных, лучей.

Вместе с тем согласно инварианту Штраубеля для нулевых лучей можно написать

$$V_0 W_0 = n/n', \quad (3.54)$$

откуда линейное увеличение V_0 может быть выражено через угловое увеличение:

$$V_0 = n/(n' W_0). \quad (3.55)$$

Но, учитывая формулы (1.5) и (3.53) и помня, что вблизи оси косинусы углов ω и ω' переходят в единицы, можно написать

$$V_0 = \frac{n' (z'_0 + f'_0)}{n (z_0 + f_0)} = \frac{nb'}{n'b}, \quad (3.56)$$

что может быть удовлетворено равенствами:

$$b' = z'_0 + f'_0; \quad b = z_0 + f_0. \quad (3.57)$$

Геометрически равенства (3.57) обозначают, что отрезки b и b' можно рассматривать как расстояния от главных точек системы до предметной точки и до точки изображения.

Обратимся к рис. 3.3, на котором из предметной точки A и точки изображения A' проведем дуги окружностей радиусами b и b' , равными расстояниям от главных точек до точек предмета и изображения.

Строя в точках A и A' ход луча с апертурными углами σ и σ' , мы видим, что этот луч образует на окружностях точки H и H' , расстояния которых от оси системы h и h' должны оказаться равными друг другу.

Вращая рис. 3.3 вокруг оси системы, окружности HH_0 и $H'H'_0$ опишут две сферы, вершины которых будут проходить через главные точки H_0 и H'_0 на оси. Эти

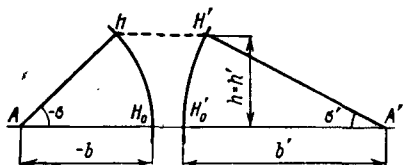


Рис. 3.3. Главные сферы

две сферы уместно назвать главными сферами. Основным свойством главных сфер является то, что расстояние от оси точки пересечения любого апертурного луча с передней главной сферой определяет расстояние от оси точки пересечения

этого же луча с задней главной сферой. В результате этого однозначно определится положение выходящего луча, так как он, кроме того, должен пройти через точку изображения.

Это свойство главных сфер напоминает свойства главных плоскостей в окрестности около оси системы (такие главные плоскости можно рассматривать как участки плоскостей, касательных к главным сферам); однако соответственные точки на главных сферах не являются сопряженными точками: они не являются изображениями друг друга.

Увеличивая отрезок b от передней главной плоскости до предметной точки A , будем уменьшать отрезок b' от задней главной точки до изображения — точки A' ; в пределе, когда точка A уйдет в бесконечность, точка A' совпадет с точкой заднего фокуса F'_0 и отрезок b' станет равным фокусному расстоянию f'_0 ; при этом входной апертурный угол σ станет равным нулю.

Однако, сохраняя при этом высоту h неизменной, можно избежать неопределенности, и тогда условие синусов Аббе для бесконечно удаленной точки согласно (3.52) примет вид

$$f'_0 = h / \sin \sigma'. \quad (3.58)$$

Условие синусов Аббе базировалось на отсутствии сферической аберрации; однако на практике нередко приходится иметь дело с остаточной сферической аберрацией. С учетом этого Лихотским и Штебле было дано условие сохранения центрированности широкого наклонного пучка лучей в окрестности оси оптической системы. Рассмотрим это условие.

Обратимся к рис. 3.4, на котором представлены элемент изображения dy' и элемент предмета dy , образованные пересечением двух апертурных лучей, идущих из вершины элемента предмета и составляющих друг с другом значительные углы.

Полагая, что соблюдается центрированность наклонного пучка, выбираем ход главного луча, разделяющего в пространстве изображений угол между выходящими лучами на две равные части. Расстояние между элементом изображения dy' и точкой пересечения главного луча с осью обозначим через p' .

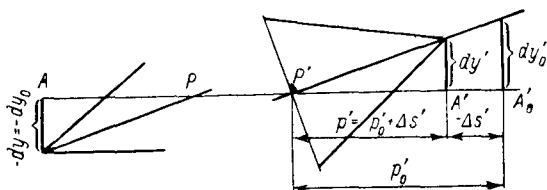


Рис. 3.4. К определению условия изопланазии

Отношение элемента изображения к элементу предмета dy обозначим через V . Согласно формуле (3.50),

$$V = \frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'} = \frac{dy'}{dy}. \quad (3.59)$$

Однако из-за наличия сферической аберрации $\Delta s'$ линейное увеличение V не будет равно линейному увеличению V_0 для лучей, идущих вблизи оптической оси, так как элемент изображения для этих лучей dy'_0 не будет совпадать с элементом изображения dy' для широкого пучка лучей.

Однако величину dy'_0 нетрудно связать с величиной элемента dy' , используя подобие треугольников с катетами p' и p'_0 . В соответствии с рис. 3.4 можно написать

$$\frac{dy'_0}{dy'} = \frac{p'_0}{p'} = \frac{p'_0}{p'_0 + \Delta s'} = \frac{1}{1 + \Delta s'/p'_0}, \quad (3.60)$$

что позволит связать и увеличения V и V_0 :

$$V = \frac{dy'}{dy} = \frac{dy' dy'_0}{dy'_0 dy} = V_0 \left(1 + \frac{\Delta s'}{p'_0} \right). \quad (3.61)$$

Отсюда

$$\Delta V = \frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'} - V_0 = \frac{V_0 \Delta s'}{p'_0}, \quad (3.62)$$

или

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta s'}{\rho_0'} - \frac{n \sin \sigma}{V_0 n' \sin \sigma'} - 1; \quad (3.63)$$

можно использовать выражение (3.63) и в другом виде:

$$\frac{n \sin \sigma}{V_0 n' \sin \sigma'} = 1 + \frac{\Delta s'}{\rho_0'}. \quad (3.64)$$

§ 19. Условие Игнатовского

Условие синусов Аббе обеспечивает постоянство увеличения для элемента, расположенного на оси системы и изображаемого при помощи широкого пучка лучей.

В. С. Игнатовским было дано условие, при котором обеспечивается постоянство увеличения для элемента предмета, расположенного на большом расстоянии от оси и изображаемого широким пучком лучей при отсутствии aberrаций.

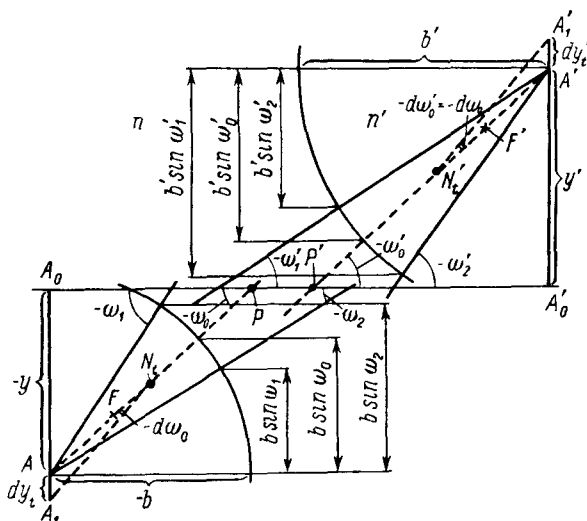


Рис. 3.5. Главные сферы для наклонного пучка лучей

Обратимся к рис. 3.5, на котором в точке A представлен элемент предмета dy_t на расстоянии y от оси. При помощи широкого пучка лучей этот элемент изобразится без aberrаций в точке A' в виде элемента dy_t' на расстоянии y' . Лучи широкого наклонного пучка образуют в предметном пространстве углы ω_1 и ω_2 с осью системы и по выходе из нее углы ω_1' и ω_2' .

Обратим внимание, что при переходе от верхнего луча к нижнему углы этих лучей с осью системы уменьшаются, а в пространстве изображений, наоборот, эти углы увеличиваются по своей

абсолютной величине. Поэтому при достаточно широких пучках лучей всегда можно найти такой луч, который будет иметь и в пространстве предметов, и в пространстве изображений углы с осью системы ω_0 и ω'_0 , равные друг другу.

На этом луче могут быть найдены узловые точки N_t и N'_t ; для них приращению предметного угла $d\omega_0$ будет соответствовать приращение угла $d\omega'_0 = d\omega_0$ в пространстве изображений. Для обеспечения сходимости широкого пучка лучей в точке A'_1 , изображающей точку A_1 , необходимо, чтобы отношение V_t элемента изображения dy_t к элементу предмета dy_t сохранялось постоянным для любых элементарных пучков, т. е.

$$V_t = dy'_t/dy_t = \text{const.} \quad (3.65)$$

Воспользуемся инвариантом Штраубеля

$$n' dy'_t \cos \omega' d\omega' = n dy_t \cos \omega d\omega. \quad (3.66)$$

Этот инвариант можно рассматривать как дифференциальное уравнение, связывающее углы ω и ω' . Таким образом, можно написать

$$\frac{n'}{n} V_t \int_{\omega'_1}^{\omega'_2} \cos \omega' d\omega' = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \omega d\omega. \quad (3.67)$$

Выполняя интегрирование и подставляя пределы переменных, находим

$$V_t \frac{n'}{n} (\sin \omega'_2 - \sin \omega'_1) = \sin \omega_2 - \sin \omega_1. \quad (3.68)$$

Если принять, что углы ω_1 и ω'_1 являются текущими координатами, то формула (3.68) позволит установить ход любого из лучей широкого наклонного пучка в пространстве предметов и после его выхода из оптической системы.

Согласно рис. 3.5, величины элементов предмета и изображения могут быть выражены через отрезки от узловых точек и углы ω_0 и $d\omega_0$:

$$dy'_t = - \frac{N'_t A' d\omega_0}{\cos \omega_0}; \quad dy_t = - \frac{N_t A d\omega_0}{\cos \omega_0}. \quad (3.69)$$

Из формул (3.69) можно получить выражение для линейного увеличения

$$V_t = \frac{dy'_t}{dy_t} = \frac{N'_t A'}{N_t A}. \quad (3.70)$$

Подставляя это значение линейного увеличения в формулу (3.69), находим

$$n' N'_t A' (\sin \omega'_2 - \sin \omega'_1) = n N_t A (\sin \omega_2 - \sin \omega_1). \quad (3.71)$$

Если величины произведений $n'N_1'A'$ и $nN_1'A$ выразить отрезками b' и b , то формула (3.71) может быть переписана в виде

$$b'(\sin \omega'_2 - \sin \omega'_1) = b(\sin \omega_2 - \sin \omega_1). \quad (3.72)$$

Этой формуле может быть дана следующая геометрическая интерпретация.

Проведя из точек A и A' окружности радиусами b и b' , мы видим, что произведения $b \sin \omega$ определяют расстояния точек пересечения лучей с построенными окружностями от прямых, параллельных оси системы и проходящих через точки A и A' предмета и изображения.

Следовательно, разности произведений $b' \sin \omega'$ и $b \sin \omega$ для любой пары лучей в пространстве предметов и пространстве изображений всегда сохраняются равными; это позволяет рассматривать дуги построенных окружностей как главные дуги, в которых сохраняется постоянство и равенство отрезков, перпендикулярных оси системы.

Главные дуги, таким образом, позволяют построить ход любого из лучей широкого наклонного пучка, но сами точки, лежащие на главных дугах, не будут сопряженными друг другу, аналогично тому, как это имело место при рассмотрении закона синусов Аббе.

Глава 4

СФЕРИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

§ 20. Граничные значения сферической аберрации

Простейшим элементом любой оптической системы является преломляющая сферическая поверхность, поэтому ознакомиться с особенностями работы сферической поверхности совершенно необходимо.

Для произвольного хода луча через сферическую поверхность получается очень сложная зависимость и потому нередко ограничиваются рассмотрением приближенных зависимостей, справедливых лишь в узкой области вблизи оптической оси, т. е. в так называемой области аберраций третьего порядка.

Однако такие приближенные зависимости дают значительные расхождения с ходом действительных лучей, что существенно мешает получению правильного представления о работе оптической системы и, в частности, о работе даже одной преломляющей поверхности. Поэтому представляется необходимым установить для некоторых частных случаев зависимости точные.

Установление точных зависимостей целесообразно еще и потому, что существует несколько положений предметной точки, когда ее изображение, создаваемое сферической поверхностью, получается свободным от сферической аберрации.

Одним из таких положений предметной точки является ее расположение в апланатической точке, как это было рассмотрено в § 13.

Двумя другими положениями предметной точки, когда она изображается без аберраций, является расположение ее в центре преломляющей поверхности и в вершине поверхности. В обоих случаях также соблюдается и условие синусов. Таким образом, во всех трех случаях наблюдается отсутствие сферической аберрации и нарушения условия синусов.

Для всех других положений предметной точки будет наблюдаться сферическая аберрация; в частном случае, когда предметная точка располагается в бесконечности, можно получить не слишком сложное выражение для сферической аберрации. Обратимся к рис. 4.1, на котором представлено преломление луча, идущего параллельно оси системы, на сферической преломляющей поверхности.

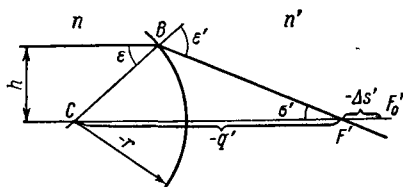


Рис. 4.1. К определению сферической аберрации

Получим величину синуса угла падения:

$$\sin \varepsilon = -h/r. \quad (4.1)$$

Синус угла преломления ε' может быть получен согласно закону преломления:

$$\sin \varepsilon' = \frac{n \sin \varepsilon}{n'} = -\frac{nh}{n'r}. \quad (4.2)$$

Величина выходного апертурного угла σ' получается равной разности углов падения и преломления:

$$\sigma' = \varepsilon' - \varepsilon. \quad (4.3)$$

Пользуясь рисунком, нетрудно получить выражение для отрезка q' :

$$q' \sin \sigma' = r \sin \varepsilon', \quad (4.4)$$

или

$$q' = r \frac{\sin \varepsilon'}{\sin (\varepsilon' - \varepsilon)} = \frac{r \sin \varepsilon'}{\sin \varepsilon' \cos \varepsilon - \sin \varepsilon \cos \varepsilon'}. \quad (4.5)$$

Согласно закону преломления,

$$q' = \frac{nr}{n \cos \varepsilon - n' \cos \varepsilon'}. \quad (4.6)$$

В случае, если углы ε малы, величина q' переходит в величину q'_0 для пучка лучей вблизи оси системы:

$$q'_0 = \frac{nr}{n - n'}. \quad (4.7)$$

Составляя разность отрезков q'_0 и q' , получим величину продольной сферической аберрации

$$\Delta s' = q'_0 - q' = \left(\frac{n}{n - n'} - \frac{n}{n \cos \varepsilon - n' \cos \varepsilon'} \right) r. \quad (4.8)$$

Выражая косинусы углов ε и ε' через отношения высоты h к радиусу кривизны поверхности r , находим после некоторых преобразований

$$\Delta s' = \frac{\sqrt{1 - \frac{h^2}{r^2}} + \sqrt{\frac{n'^2}{n^2} - \frac{h^2}{r^2}} - \frac{n'}{n} - 1}{\frac{n'^2}{n^2} - 1} r. \quad (4.9)$$

Формула (4.9) показывает, что само существование сферической аберрации, как функции от высоты луча h , ограничено; эти ограничения выражаются равенствами:

$$h/r = \pm 1; \quad h/r = n'/n. \quad (4.10)$$

Первое из равенств обусловлено возможностью встречи луча с преломляющей поверхностью; второе определяется возникновением полного внутреннего отражения.

Таким образом, можно определить значения граничной сферической аберрации:

$$\left. \begin{aligned} \Delta s'_{\text{гр}} &= \frac{\left(\sqrt{\frac{n'^2}{n^2} - 1} - \frac{n'}{n} - 1 \right) r}{\frac{n'^2}{n^2} - 1}; \\ \Delta s'_{\text{гр}} &= \frac{\left(\sqrt{1 - \frac{n'^2}{n^2}} - \frac{n'}{n} - 1 \right) r}{\frac{n'^2}{n^2} - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Для удобства сопоставления величину $\Delta s'$ целесообразно оценивать по ее отношению к вершинному отрезку s'_0 . Величина этого отрезка будет равна

$$s'_0 = \frac{n'r}{n' - n} = \frac{r}{1 - n/n'}. \quad (4.12)$$

Деля формулу (4.9) на (4.12), получаем

$$\frac{\Delta s'}{s'_0} = \frac{\sqrt{1 - \frac{h^2}{r^2}} + \sqrt{\frac{n'^2}{n^2} - \frac{h^2}{r^2}} - \frac{n'}{n} - 1}{\frac{n'}{n} \left(\frac{n'}{n} + 1 \right)}. \quad (4.13)$$

Для малых высот h можно сделать разложение в ряд корней из

$$1 - h^2/r^2; \quad n'^2/n^2 - h^2/r^2. \quad (4.14)$$

Первый член этого разложения характеризует величину сферической аберрации третьего порядка:

$$\frac{\Delta s'_{III}}{s'_0} = - \frac{n^2 h^2}{n'^2 r^3}. \quad (4.15)$$

Величина действительной сферической аберрации зависит не только от высоты h , но и от показателей преломления n и n' .

Учитывая, что за последние годы оптическое стекловарение дало ряд новых марок оптического стекла с более высокими показателями преломления, приближающимися к двум для сверхтяжелых кронов и уже превосходящими эту величину для сверхтяжелых флинтгов, и принимая во внимание наличие оптических кристаллов с еще более высокими показателями преломления (в инфракрасной части спектра показатели преломления превосходят три, а для германия достигают даже четырех), целесообразно оценивать величину сферической аберрации (а также и других аберраций), используя и большие показатели преломления.

В табл. 4.1 приведены значения граничной сферической аберрации в случае преломления на сферической поверхности из

Таблица 4.1

n	r	$h_{гр}$	$\Delta s'_{гр}$	$\Delta s'$			
			$h_1 = h_{гр}$	$h_2 = 0,866h_1$	$h_3 = 0,707h_1$	$h_4 = 0,5h_1$	
1,1	—10,0	9,091	—85,996	—49,536	—28,832	—13,314	
1,5	—50,0	33,333	—83,567	—46,515	—28,203	—13,185	
2,0	—100,0	50,0	—84,530	—46,481	—28,139	—13,166	
2,5	—150,0	60,0	—86,663	—46,771	—28,214	—13,178	
3,0	—200,0	66,667	—87,868	—47,079	—28,307	—13,195	
3,5	—250,0	71,429	—89,125	—47,354	—28,395	—13,213	
4,0	—300,0	75,0	—90,161	—47,592	—28,472	—13,228	
$\Delta s'_{III}$ для всех n			—50,0	—37,5	—25,0	—12,5	

стекла в воздух в диапазоне показателей преломления $n = 1,1 \div \div 4,0$ для предметной точки, расположенной в бесконечности. Таблица составлена для значений $s'_0 = f'_0 = 100$ мм. Сводные графики продольной сферической абберации, приведенные в табл. 4.1, представлены на рис. 4.2.

Рассматривая табл. 4.1 и графики аббераций, видим, что величина граничной сферической абберации при всех рассмотренных показателях преломления сохраняется более или менее одинаковой, несмотря на значительный рост высот, связанный с ростом значений радиусов кривизны.

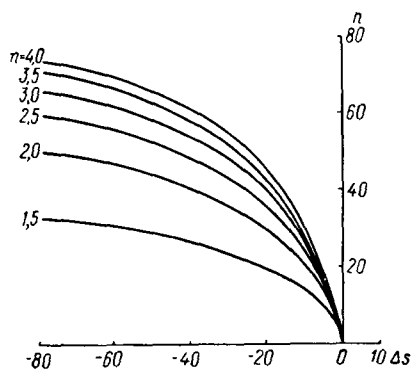


Рис. 4.2. Сферическая абберация при преломлении из стекла в воздух

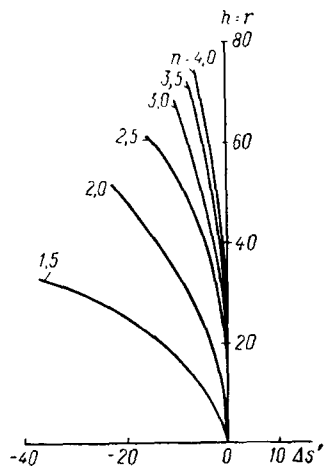


Рис. 4.3. Сферическая абберация при преломлении из воздуха в стекло

Заметим, что наиболее быстрый прирост высоты наблюдается при переходе значения показателя преломления от 1,5 к 3,0; так, в этом интервале граничная высота возрастает вдвое. При дальнейшем повышении показателя преломления рост граничной высоты несколько замедляется.

Для сопоставления в нижней строке табл. 4.1 приведены значения сферической абберации $\Delta s'_{III}$, вычисленные по приближенной формуле для сферической абберации третьего порядка. Существенно, что для всех выбранных в таблице высот величина сферической абберации третьего порядка получается при всех показателях преломления одинаковой и существенно меньшей, чем величины реальной сферической абберации. Заметим, что показатель преломления 1,1, введенный в табл. 4.1, можно рассматривать как отношение показателей преломления по обе стороны склеенной поверхности.

Аналогично табл. 4.1 составлена табл. 4.2 и на рис. 4.3 построены графики аббераций для случая преломления из воздушной среды в стекло; при этом величины сферической абберации получаются значительно меньшими, хотя граничные значения

высот, определяемые лишь встречей луча с преломляющей поверхностью — равенством высоты h_{rp} радиусу r , — будут сохраняться такими же, как и в случае преломления из стекла в воздух.

Таблица 4.2

n	$r = h_{rp}$	$\Delta s'_{rp}$	$\Delta s'$		
		$h_1 = h_{rp}$	$h_2 = 0,866h_1$	$h_3 = 0,707h_1$	$h_4 = 0,5h_1$
1,1	9,691	-71,071	-39,904	-23,828	-11,004
1,5	33,333	-37,141	-20,674	-12,535	-5,860
2,0	50,0	-21,868	-11,620	-7,035	-3,291
2,5	60,0	-13,814	-7,483	-4,514	-2,108
3,0	66,667	-9,763	-5,231	-3,145	-1,466
3,5	71,429	-7,276	-3,866	-2,318	-1,079
4,0	75,0	-5,635	-2,974	-1,780	-0,814

§ 21. Сферическая абберация сферической преломляющей поверхности в зависимости от положения предмета

Зная углы падения и преломления реального апертурного луча на сферической преломляющей поверхности, можно установить зависимость сферической абберации от положения предмета.

На рис. 4.4 представлен ход луча через сферическую преломляющую поверхность радиусом r , разделяющую среды с показателями преломления n и n' . Отрезки от вершины поверхности до предметной точки A и точки ее изображения A' обозначим через s и s' ; отрезки от точек A и A' до центра поверхности C обозначим через q и q' . Изображение точки A и все отрезки, образующиеся в области нулевых лучей, будем обозначать индексом нуль (на рисунке не показано). Опуская из точки C перпендикуляры CK и CK' на падающий и преломленный лучи, получаем соотношения, которые связывают отрезки q , q' и r через углы ϵ , ϵ' , σ и σ' :

$$r \sin \epsilon = q \sin \sigma; \quad r \sin \epsilon' = q' \sin \sigma'. \quad (4.16)$$

Из формулы (4.16) нетрудно получить инвариант, умножая первую из формул на n , а вторую — на n' :

$$nq \sin \sigma = nr \sin \epsilon = n'r \sin \epsilon' = n'q' \sin \sigma'. \quad (4.17)$$

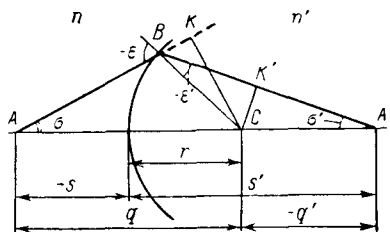


Рис. 4.4. Сферическая абберация для точки на конечном расстоянии

Переходя к нулевым лучам, получаем для линейного увеличения V_0 следующее выражение:

$$V_0 = y'_0/y_0 = q'_0/q_0. \quad (4.18)$$

Обратимся к инварианту Аббе:

$$n' (1/s'_0 - 1/r) = n (1/s_0 - 1/r). \quad (4.19)$$

Так как отрезки q и q' можно рассматривать как разности отрезков r и s и r и s' , то формулу (4.19) можно представить в виде

$$n' q'_0/s'_0 = n q_0/s_0, \quad (4.20)$$

что позволяет дать для линейного увеличения V_0 следующую формулу:

$$V_0 = n s'_0/(n' s_0). \quad (4.21)$$

Возвращаясь к инварианту Аббе и исключая из него с помощью формулы (4.21) величину s_0 , получаем выражение

$$s'_0 = \frac{n'}{n' - n} (1 - V_0) r. \quad (4.22)$$

Вычитая величину s'_0 из значения радиуса r , можно найти величину отрезка q'_0 :

$$q'_0 = \frac{V_0 n' - n}{n' - n} r. \quad (4.23)$$

Отрезок q' может быть определен из формулы (4.17):

$$q' = \frac{n \sin \varepsilon}{n' \sin \sigma'} r. \quad (4.24)$$

Составляя разность отрезков q'_0 и q' , получаем величину сферической аберрации

$$\Delta s' = q'_0 - q' = \left(\frac{V_0 n' - n}{n' - n} - \frac{n \sin \varepsilon}{n' \sin \sigma'} \right) r. \quad (4.25)$$

Угол σ' нетрудно получить из рис. 4.4:

$$\sigma' = \sigma - \varepsilon + \varepsilon'. \quad (4.26)$$

Величины углов ε и ε' могут быть заданы через закон преломления; величина же угла σ может быть получена из формулы (4.17):

$$\sin \sigma = \frac{r}{q} \sin \varepsilon = \frac{r}{q_0} \sin \varepsilon, \quad (4.27)$$

или, согласно (4.23),

$$\sin \sigma = \frac{q'_0 (n' - n) \sin \varepsilon}{q_0 (V_0 n' - n)} = \frac{n' - n}{V_0 n' - n} V_0 \sin \varepsilon. \quad (4.28)$$

Формулы (4.25), (4.26) и (4.28) позволяют определить сферическую абберацию $\Delta s'$ для любых увеличений V_0 при заданных значениях углов ε и ε' .

Определим значения сферической абберации для ряда значений увеличения V_0 .

1. При $V_0 = 1$ $\sin \sigma = \sin \varepsilon$; $\sin \sigma' = \sin \varepsilon'$;

$$\Delta s' = \left(\frac{n' - n}{n' - n} - \frac{n \sin \varepsilon}{n' \sin \varepsilon'} \right) = 0.$$

Этот случай соответствует размещению предмета в вершине преломляющей поверхности.

2. При $V_0 = \frac{n}{n'}$ $\sin \sigma = \frac{n' - n}{n' - n'} \sin \varepsilon = \infty$ и существование реальных углов σ возможно лишь при условии равенства $\varepsilon = 0 = \varepsilon'$; тогда σ' равно σ и может быть произвольным; величина же сферической абберации получается равной

$$\Delta s' = \frac{n - n}{n' - n} r = 0.$$

Этот случай соответствует размещению предмета в центре преломляющей поверхности.

3. При $V_0 = n^2/n'^2$

$$\sin \sigma = \frac{n' - n}{n' - n'^2/n} \sin \varepsilon = - \frac{n \sin \varepsilon}{n'} = - \sin \varepsilon',$$

что, как мы уже видели, соответствует размещению предмета в апланатической точке сферической поверхности.

Во всех трех случаях реальная сферическая абберация получается равной нулю для произвольных углов σ и σ' .

Для всех других значений увеличения V_0 сферическая абберация уже не будет обращаться в нуль. Поэтому, пользуясь формулами (4.25), (4.26) и (4.28), можно, сохраняя значения углов ε и ε' неизменными, найти ряд значений сферической абберации в зависимости от увеличения и построить графики изменения сферической абберации.

Рассмотрим четыре случая: преломление из стекла в воздух при показателях преломления, равных 1,5 и 2,0, и преломление из воздуха в стекло при тех же самых показателях преломления.

Численные значения сферической абберации для этих четырех случаев приведены в табл. 4.3—4.6, а соответствующие им графики изменения сферической абберации в зависимости от увеличения — на рис. 4.5—4.8.

Рассматривая эти таблицы и графики, видим, что в области значений увеличений от $V_0 = 1$ до $V_0 = n^2/n'^2$ сферическая абберация положительной по силе поверхности принимает положительные значения; во всех остальных случаях, вплоть до точек разрыва непрерывности, сферическая абберация остается отрицательной.

V_0	$\Delta s' (n = 1.5; n' = 1.0; r = -50.0)$					
	$\varepsilon' = 90^\circ$	$\varepsilon' = 75^\circ$	$\varepsilon' = 60^\circ$	$\varepsilon' = 45^\circ$	$\varepsilon' = 30^\circ$	$\varepsilon' = 15^\circ$
-0,5	-127,242	-104,263	-76,913	-48,509	-23,454	-6,175
0,0	-82,917	-62,638	-46,515	-28,201	-13,185	-3,395
0,5	-40,901	-30,696	-20,569	-11,839	-5,312	-1,332
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,077	—	6,005	—	—	—	—
1,138	—	—	7,124	—	—	—
1,204	—	—	—	5,711	—	—
1,283	—	—	—	—	3,258	—
1,380	—	—	—	—	—	0,993
1,500	—	—	—	—	—	0,0
1,642	—	—	—	—	—	1,222
1,800	—	—	—	—	4,572	—
1,963	—	—	—	9,313	—	—
2,109	—	—	17,573	—	—	—
2,212	—	12,335	—	—	—	—
2,250	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2,500	-248,323	-50,705	-18,366	-7,347	-2,652	-0,593

Таблица 4.4

V_0	$\Delta s' (n = 2.0; n' = 1.0; r = -100.0)$					
	$\varepsilon' = 90^\circ$	$\varepsilon' = 75^\circ$	$\varepsilon' = 60^\circ$	$\varepsilon' = 45^\circ$	$\varepsilon' = 30^\circ$	$\varepsilon' = 15^\circ$
-0,5	-126,799	-101,506	-73,438	-45,610	-21,800	-5,697
0,0	-84,530	-65,993	-46,482	-28,138	-13,166	-3,392
0,5	-43,304	-32,632	-22,153	-12,960	-5,899	-1,443
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,179	—	14,463	—	—	—	—
1,312	—	—	17,799	—	—	—
1,441	—	—	—	14,812	—	—
1,588	—	—	—	—	8,797	—
1,769	—	—	—	—	—	2,788
2,0	—	—	—	—	—	0,0
2,297	—	—	—	—	—	3,620
2,667	—	—	—	—	14,774	—
3,094	—	—	—	31,803	—	—
3,527	—	—	47,858	—	—	—
3,868	—	47,466	—	—	—	—
4,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4,500	-1129,158	-142,13	-48,480	-19,202	-6,941	-1,554

V_0	$\Delta s' (n = 1.0; n' = 1.5; r = 50.0)$					
	$\varepsilon = 90^\circ$	$\varepsilon = 75^\circ$	$\varepsilon = 60^\circ$	$\varepsilon = 45^\circ$	$\varepsilon = 30^\circ$	$\varepsilon = 15^\circ$
-0,2	-81,821	-66,845	-49,138	-30,880	-14,883	-3,910
0,0	-55,278	-41,759	-31,010	-18,801	-8,790	-2,264
0,2	-29,482	-22,651	-15,283	-8,851	-3,990	-1,004
0,444	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,479	—	4,004	—	—	—	—
0,506	—	—	4,749	—	—	—
0,535	—	—	—	3,807	—	—
0,570	—	—	—	—	2,172	—
0,614	—	—	—	—	—	0,657
0,667	—	—	—	—	—	0,0
0,730	—	—	—	—	—	0,781
0,8	—	—	—	—	3,033	—
0,872	—	—	—	6,208	—	—
0,937	—	—	8,799	—	—	—
0,983	—	8,250	—	—	—	—
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,2	-4685,990	-81,940	-26,220	-10,169	-3,630	-0,806

Т а б л и ц а 4.6

V_0	$\Delta s' (n = 1.0; n' = 2.0; r = 100.0)$					
	$\varepsilon = 90^\circ$	$\varepsilon = 75^\circ$	$\varepsilon = 60^\circ$	$\varepsilon = 45^\circ$	$\varepsilon = 30^\circ$	$\varepsilon = 15^\circ$
-0,25	-85,114	-69,481	-57,372	-32,602	-15,874	-4,201
0,0	-42,265	-32,997	-23,241	-14,069	-6,583	-1,696
0,25	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,295	—	7,232	—	—	—	—
0,328	—	—	8,900	—	—	—
0,361	—	—	—	7,406	—	—
0,397	—	—	—	—	4,399	—
0,442	—	—	—	—	—	1,394
0,5	—	—	—	—	—	0,0
0,574	—	—	—	—	—	1,810
0,667	—	—	—	—	7,390	—
0,773	—	—	—	19,337	—	—
0,882	—	—	23,928	—	—	—
0,967	—	23,732	—	—	—	—
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1,25	-655,841	-220,831	-60,815	-22,760	-8,039	1,780

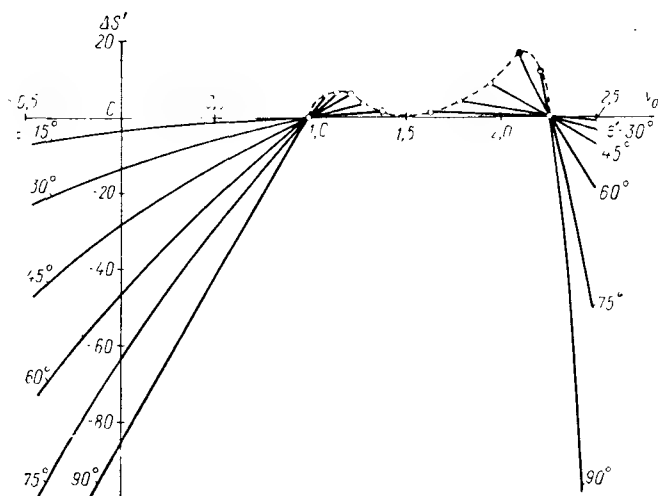


Рис. 4.5. Изменение сферической аберрации $\Delta s'$ в зависимости от увеличения V_0 при преломлении из стекла в воздух ($n = 1,5$; $n' = 1,0$)

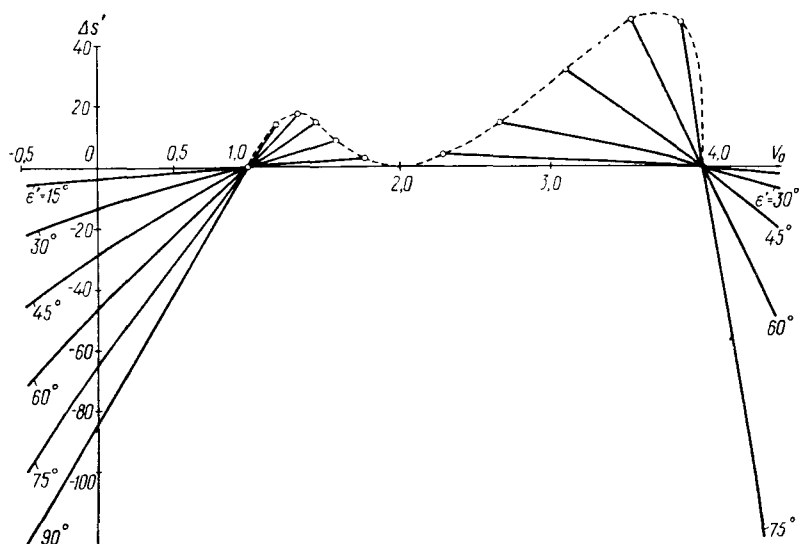


Рис. 4.6. Изменение сферической аберрации $\Delta s'$ в зависимости от увеличения V_0 при преломлении из стекла в воздух ($n = 2,0$; $n' = 1,0$)

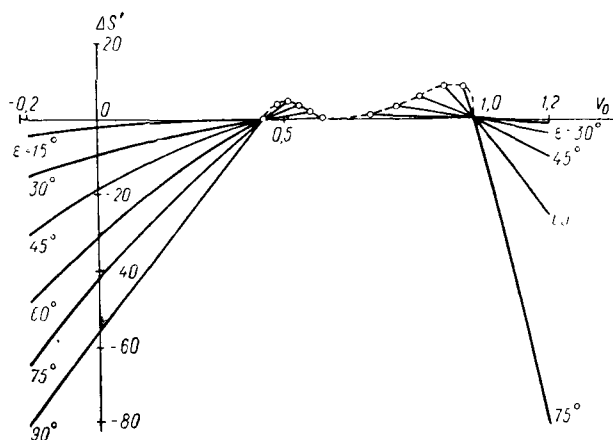


Рис. 4.7. Изменение сферической аберрации при преломлении из воздуха в стекло ($n = 1,0$; $n' = 1,5$)

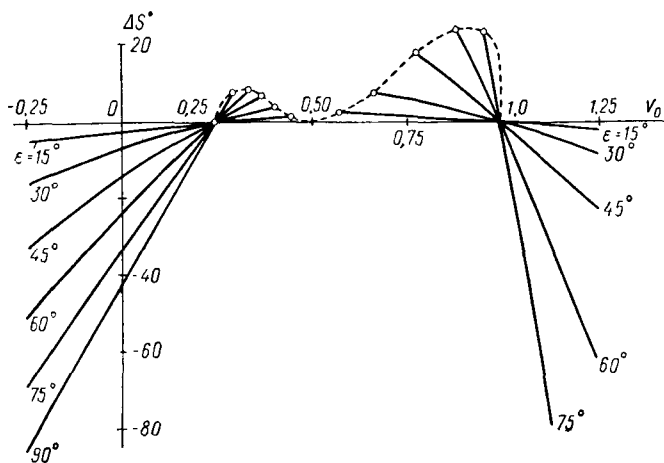
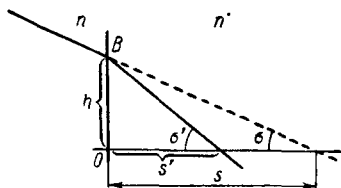


Рис. 4.8. Изменение сферической аберрации при преломлении из воздуха в стекло ($n = 1,0$; $n' = 2,0$)

Рис. 4.9. К определению сферической аберрации плоскости



Существенно, что при переходе к более высокому показателю преломления, равному двум, область существования положительных значений сферической аберрации значительно расширяется; одновременно с этим существенно уменьшаются значения отрицательной сферической аберрации при прежних увеличениях.

Совершенно очевидно, что в случае работы склеенной сферической поверхности, который равнозначен случаям показателей преломления, близких к единице, должны наблюдаться резкое сокращение области существования положительной сферической аберрации при положительной силе поверхности и более значительная по величине отрицательная сферическая аберрация вне этой области.

§ 22. Сферическая аберрация плоской поверхности

Преломление на плоской поверхности можно рассматривать как частный случай преломления на сфере, радиус которой равен бесконечности.

Однако такой подход может быть с успехом заменен значительно более простым непосредственным рассмотрением преломления на плоскости.

Обращаясь к рис. 4.9, видим, что высота луча на плоской поверхности h получается равной

$$h = s \operatorname{tg} \sigma = s' \operatorname{tg} \sigma'. \quad (4.29)$$

Углы σ и σ' можно рассматривать как углы падения и преломления луча e и e' . Поэтому

$$n \sin \sigma = n' \sin \sigma' \quad (4.30)$$

и отношение отрезков s' и s получается равным

$$\frac{s'}{s} = \frac{\operatorname{tg} \sigma}{\operatorname{tg} \sigma'} = \frac{n' \cos \sigma'}{n \cos \sigma}. \quad (4.31)$$

Для нулевых лучей это отношение переходит в формулу

$$s'_0/s_0 = n'/n. \quad (4.32)$$

Полагая предмет свободным от сферической аберрации, принимаем $s = s_0$; тогда разность отрезков s' и s'_0 выразит величину сферической аберрации плоской преломляющей поверхности:

$$\Delta s' = s' - s'_0 = \left(\frac{\cos \sigma'}{\cos \sigma} - 1 \right) \frac{n'}{n} s_0 = \left(\frac{\cos \sigma'}{\cos \sigma} - 1 \right) s'_0. \quad (4.33)$$

В случае преломления из стекла в воздух $n = n'$, $n' = 1$ и $\sin \sigma' > \sin \sigma$; тогда $\cos \sigma' < \cos \sigma$ и коэффициент при s'_0 в формуле (4.33) становится отрицательным. Благодаря этому при отрицательных значениях отрезка s'_0 плоская поверхность приобретает положительную сферическую аберрацию.

В соответствии с формулой (4.30) величина синуса входного угла будет ограничена:

$$\sin \sigma = 1/n, \quad (4.34)$$

что обусловлено явлением полного внутреннего отражения. В этом случае $\Delta s' = -s'_0$, так как $\cos \sigma' = 0$.

Глава 5

ОГРАНИЧЕНИЕ ПУЧКОВ ЛУЧЕЙ

§ 23. Геометрическое виньетирование

Рассматривая работу одной преломляющей сферической поверхности, мы уже встретились с явлением ограничения широких световых пучков величиной радиуса поверхности и моментом возникновения полного внутреннего отражения.

На практике ограничение световых пучков, проходящих через оптическую систему, обусловлено большей частью наличием в ней одной или нескольких материальных диафрагм, с помощью которых устраняются части световых пучков, недостаточно хорошо скорректированные; кроме того, материальными диафрагмами, ограничивающими световые пучки, являются оправы линз, из которых составлена оптическая система.

Материальные диафрагмы могут быть расположены в различных частях системы, в том числе и перед системой и после нее. Для облегчения анализа влияния диафрагм на ограничение световых пучков, проходящих через оптическую систему, часто прибегают к приему, сущность которого строится на переносе изображений всех диафрагм в одно и то же пространство — пространство предметов или пространство изображений.

Очевидно, возможен такой перенос и в пространство между различными частями самой оптической системы.

При переносе изображений материальных диафрагм предполагается, что эти изображения, в первом приближении, получаются без возникновения каких-либо аберраций (для обеспечения этого обычно не принимают никаких мер).

Заметим, что принципиально возможен случай, когда материальные диафрагмы, ограничивающие пучки лучей, на самом деле окажутся расположенными в одном и том же пространстве. Поэтому рассмотрение работы материальных диафрагм, ограничивающих световые пучки, начнем со случая наличия двух таких диафрагм, расположенных в пространстве перед оптической системой, как это показано на рис. 5.1.

В точке A_0 расположена предметная точка на оси, а в точках M_1 и M_2 — центры первой и второй материальных диафрагм P_I и P_{II} на расстояниях от предметной точки A_0 , равных a_1 и a_{II} .

Радиусы отверстий обеих диафрагм примем равными ρ_1 и ρ_{II} . На рис. 5.1, кроме того, показан вид на плоскость диафрагмы P_{II} вдоль оси оптической системы.

Соединяя края отверстий обеих диафрагм с предметной точкой A_0 , образуем два конических пучка лучей, причем возможно, что один из этих конусов, например конус, построенный на отверстии второй диафрагмы P_{II} , окажется расположенным внутри конуса, построенного на отверстии диафрагмы P_I (хотя возможен и случай, когда оба конуса окажутся совпадающими друг с другом).

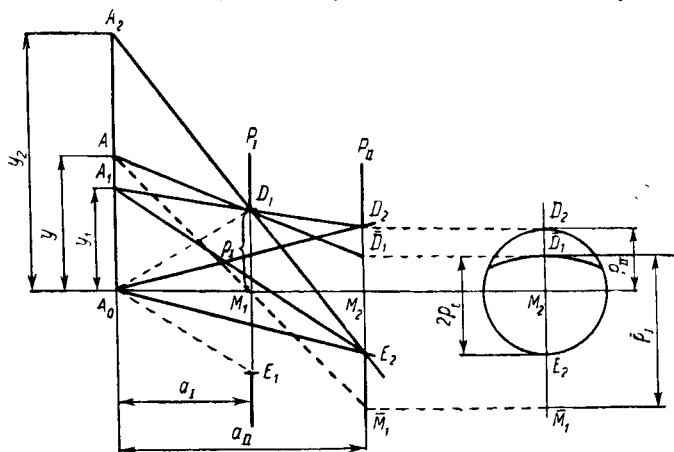


Рис. 5.1. Ограничение сходящихся пучков при двух диафрагмах

Отверстие диафрагмы, ограничивающей внутренний конус лучей (или изображение соответствующей диафрагмы — для более общего случая), называют обычно отверстием входного зрачка; отверстие же другой диафрагмы (или ее изображение), ограничивающей более широкий конус лучей, называют люком.

Перемещая точку A вверх по предметной плоскости, замечаем, что пока она не дойдет до положения точки A_1 , определяемой моментом касания луча верхних краев обеих диафрагм, пучок лучей будет ограничиваться лишь отверстием P_{II} входного зрачка. При дальнейшем перемещении точки A вверх верхний луч наклонного пучка будет ограничиваться уже не краем отверстия зрачка, а краем люка. Наконец, когда точка A займет положение A_2 , определяемое касанием луча верхнего края люка и нижнего края зрачка, произойдет полное срезание пучка лучей.

Рассмотрим картину, когда точка A располагается между точками A_1 и A_2 на расстоянии y от оси системы.

Будем считать точку A некоторым центром проекции; тогда представляется возможным спроектировать отверстие диафрагмы P_I — отверстие люка — на плоскость диафрагмы P_{II} — плоскость входного зрачка.

Тогда край диафрагмы — точка D_1 — спроектируется в виде точки $\bar{D}_1$; центр люка — точка M_1 — спроектируется в точку $\bar{M}_1$. При этом очевидно, что проекцией радиуса отверстия люка $\bar{\rho}_1$ будет расстояние $\bar{D}_1\bar{M}_1$, которое обозначим через $\bar{\rho}_1$. Величину этой проекции нетрудно определить из подобия треугольников AD_1M_1 и $\bar{A}\bar{D}_1\bar{M}_1$:

$$\bar{\rho}_1/\rho_1 = a_{II}/a_I. \quad (5.1)$$

Найдем расстояние $M_2\bar{M}_1$ — смещение центра проекции диафрагмы P_1 с оси системы.

Из подобия треугольников A_0AM_1 и $M_1M_2\bar{M}_1$ следует

$$\frac{\bar{M}_1M_2}{y} = \frac{a_{II} - a_I}{a_I}. \quad (5.2)$$

Из второй проекции, показанной на рис. 5.1, видим, что меридиональный диаметр сечения наклонного пучка лучей, прошедшего через обе диафрагмы, получается равным

$$2\rho_t = M_2\bar{D}_1 + \rho_{II}; \quad (5.3)$$

отрезок же $M_2\bar{D}_1$ есть не что иное, как разность отрезков:

$$M_2\bar{D}_1 = \bar{\rho}_1 - \bar{M}_1M_2 = \frac{a_{II}}{a_I} \rho_1 - \frac{a_{II} - a_I}{a_I} y. \quad (5.4)$$

Таким образом, меридиональный диаметр пучка лучей получается равным

$$2\rho_t = \frac{a_{II}}{a_I} \rho_1 + \rho_{II} - \left(\frac{a_{II}}{a_I} - 1 \right) y. \quad (5.5)$$

Из формулы (5.5) следует, что меридиональный диаметр наклонного пучка в плоскости диафрагмы P_{II} входного зрачка связан линейной зависимостью с величиной предмета y .

Процесс срезания наклонного пучка принято называть процессом виньетирования; поэтому в данном случае мы будем иметь дело с виньетированием по диаметру, или с линейным виньетированием. Однако практически нас будет больше интересовать относительное виньетирование $\rho(y)$, равное отношению $2\rho_t$ к $2\rho_{II}$:

$$\rho(y) = \frac{2\rho_t}{2\rho_{II}} = \frac{1}{2} \left[\frac{a_{II}\rho_1}{a_I\rho_{II}} + 1 - \left(\frac{a_{II}}{a_I} - 1 \right) \frac{y}{\rho_{II}} \right]. \quad (5.6)$$

Так как виньетирование по диаметру является линейной функцией от величины предмета, то для того чтобы охарактеризовать картину виньетирования, достаточно определить две какие-либо точки этого процесса; наиболее целесообразно в качестве таких точек выбрать начало и окончание процесса виньетирования, определяемые равенствами $\rho(y) = 1$ и $\rho(y) = 0$.

В соответствии с этим определим значения величин y_1 и y_2 , определяющих начало и конец виньетирования.

Для начала виньетирования можно написать

$$\rho(y_1) = 1 = \frac{1}{2} \left[\frac{a_{11}\rho_1}{a_1\rho_{11}} + 1 - \left(\frac{a_{11}}{a_1} - 1 \right) \frac{y_1}{\rho_{11}} \right], \quad (5.7)$$

откуда

$$y_1 = \frac{a_{11} \frac{\rho_1}{\rho_{11}} - a_1}{a_{11} - a_1} \rho_{11} = \frac{a_{11}\rho_1 - a_1\rho_{11}}{a_{11} - a_1}. \quad (5.8)$$

Момент окончания виньетирования определяется равенством

$$\rho(y_2) = 0 = \frac{1}{2} \left[\frac{a_{11}\rho_1}{a_1\rho_{11}} + 1 - \left(\frac{a_{11}}{a_1} - 1 \right) \frac{y_2}{\rho_{11}} \right], \quad (5.9)$$

откуда

$$y_2 = \frac{a_{11} \frac{\rho_1}{\rho_{11}} + a_1}{a_{11} - a_1} \rho_{11} = \frac{a_{11}\rho_1 + a_1\rho_{11}}{a_{11} - a_1}. \quad (5.10)$$

Как видим, выражение для величины предмета в момент окончания виньетирования отличается от выражения для начала виньетирования лишь знаком в числителе.

Если $y_1 = 0$, то момент начала виньетирования совпадает с центром поля зрения. Тогда, согласно формуле (5.8), должно иметь место равенство

$$a_{11} \frac{\rho_1}{\rho_{11}} = a_1, \quad (5.11)$$

из которого следует подобие треугольников с катетами ρ_1 и a_1 и ρ_{11} и a_{11} . Заметим, что этот случай определяется касанием отверстий обеих диафрагм к одному и тому же коническому пучку лучей, когда формально любую из диафрагм можно было бы называть входным зрачком системы.

Если начало виньетирования совпадает с центром поля зрения, то момент окончания виньетирования определяется величиной предмета

$$y_{02} = \frac{2a_1^2}{a_{11} - a_1} \rho_{11}. \quad (5.12)$$

Процесс виньетирования был рассмотрен для общего случая, когда предмет расположен на конечном расстоянии от материальных диафрагм.

В случае же перемещения предмета в бесконечность величины a_1 и a_{11} также обращаются в бесконечность; одновременно с этим в бесконечность обращаются и величины y . Поэтому во избежание неопределенности переходим к представлению виньетирования как функции от полевого угла ω .

Тогда формулы (5.8) и (5.10) можно представить в виде:

$$\frac{y_1}{a_1} = \operatorname{tg} \omega_1 = \frac{\frac{a_{11}\rho_1}{a_1\rho_{11}} - 1}{d} \rho_{11}; \quad \frac{y_2}{a_1} = \operatorname{tg} \omega_2 = \frac{\frac{a_{11}\rho_1}{a_1\rho_{11}} + 1}{d} \rho_{11}, \quad (5.13)$$

так как разность отрезков a_1 и a_{11} определяет расстояние между диафрагмами d .

При удалении предмета в бесконечность отношения величин $a_{11} : a_1$ стремятся к единице, и тогда формулы (5.13) преобразуются:

$$\operatorname{tg} \omega_1 = \frac{\rho_1 - \rho_{11}}{d}; \quad \operatorname{tg} \omega_2 = \frac{\rho_1 + \rho_{11}}{d}. \quad (5.14)$$

В случае, когда виньетирование начинается от центра поля, отверстия обеих диафрагм становятся одинаковыми и момент окончания виньетирования определяется формулой

$$\operatorname{tg} \omega_2 = 2\rho/d. \quad (5.15)$$

Графически весьма наглядно виньетирование представлено на рис. 5.2. На этом графике вдоль оси абсцисс отложены расстояния y , определяющие положение предметной точки относительно оси; по оси ординат отложены величины отношений $2\rho_1 : 2\rho_2 = \rho(y)$.

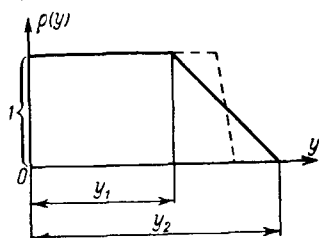


Рис. 5.2. График геометрического виньетирования

Так как до начала виньетирования в точке A_1 срезания пучков лучей не происходит, то до этого момента график представится прямой, параллельной оси абсцисс, идущей на расстоянии от нее, равном единице.

В точке начала виньетирования будет расположена точка излома; от нее до точки окончания виньетирования график представится наклонным отрезком прямой.

Уменьшая отверстие диафрагмы, являющейся зрачком входа, согласно формулам (5.8) и (5.10), замечаем, что начало виньетирования наступит несколько позже, а окончание — на столько же раньше, как это показано на рис. 5.2 штриховой прямой, проходящей через середину отрезка, определявшего процесс виньетирования до диафрагмирования.

В процессе виньетирования могут участвовать не только две диафрагмы, но и три и более; при этом виньетирующие диафрагмы — люки — могут быть расположены как по одну, так и по другую сторону от зрачка входа. В этих случаях график функции виньетирования может иметь не только одну точку излома, но и две и более.

Для построения графика виньетирования от нескольких диафрагм удобно воспользоваться следующим приемом. Первоначально строится один график виньетирования, определяемый

диафрагмой входного зрачка и какой-либо одной из остальных диафрагм; затем на том же чертеже строится график, соответствующий совокупности входного зрачка уже с другой диафрагмой, затем с третьей и т. д.

При этом, если виньетирующие диафрагмы расположены с одной и той же стороны от зрачка, то их графики строятся так же как и для исходной виньетирующей диафрагмы. Если же, наоборот, вторая (или очередная) виньетирующая диафрагма будет

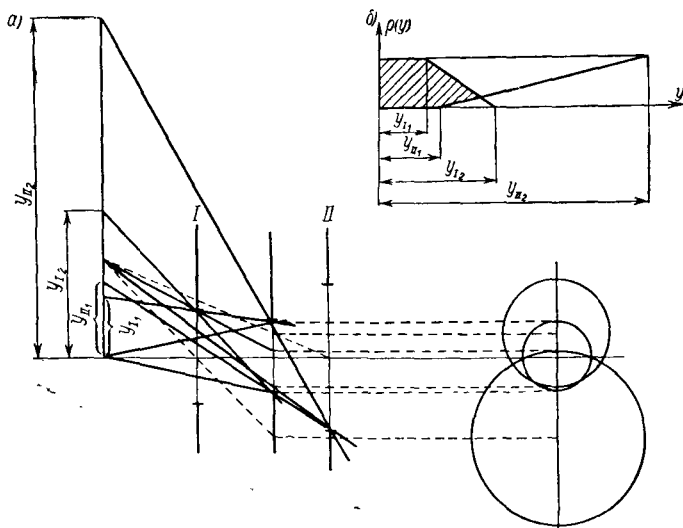


Рис. 5.3. Картина (а) и график (б) виньетирования при трех диафрагмах

расположена по другую сторону от диафрагмы входного зрачка, то график виньетирования строится уже не от оси абсцисс, а от прямой, ей параллельной, соответствующей отсутствию виньетирования, причем построение графика уже осуществляется вниз, а не вверх. Тогда точки пересечения отрезков прямых, соответствующих процессам виньетирования по обе стороны от зрачка, определяют момент завершения виньетирования для совокупности таких диафрагм.

Если же диафрагмы будут расположены по одну сторону от зрачка, то конец виньетирования определится той из виньетирующих диафрагм, у которой этот момент наступит раньше.

Картины процесса виньетирования при двух люках представлены на рис. 5.3.

Для оценки количества световой энергии, воспринимаемой оптической системой, необходимо знать площадь сечения наклонного пучка в плоскости зрачка — так называемую площадь действующего отверстия зрачка; ее отношение к площади зрачка входа можно назвать геометрическим виньетированием по площади.

Вычисление площади сечения пучка лучей сводится к определению площади, ограниченной дугами пересекающихся окружностей с различными (в общем случае) радиусами кривизны. Эти радиусы могут быть вычислены по формуле (5.1). Меридиональный диаметр сечения пучка можно определить по формуле для линейного виньетирования.

В случае наличия двух диафрагм — диафрагмы зрачка входа и одной виньетирующей диафрагмы (люка) — решение задачи определения площади сечения пучка оказывается довольно громоздким. Но так как для практических целей точность определения виньетирования по площади не слишком высока, представляется возможным прибегнуть к приближенным приемам.

Совершенно очевидно, что начало и окончание виньетирования по диаметру всегда должны совпадать с началом и окончанием виньетирования по площади; кроме того, несколько занижая площадь действующего отверстия, можно считать, что сечение пучка лучей будет ограничиваться пересечением дуг равных радиусов. Тогда определение виньетирования по площади сведется к определению

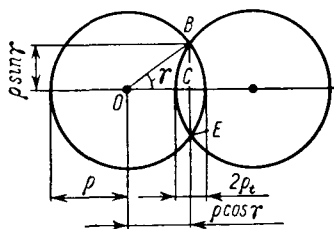


Рис. 5.4. К приближенному определению виньетирования по площади

удвоенной площади кругового сегмента со стрелкой, равной половине меридионального диаметра пучка.

Напомним, что равенство радиусов дуг, ограничивающих сечение пучка, согласно формулам (5.1) и (5.11), соответствует случаю, когда виньетирование начинается от центра поля.

Обратимся к рис. 5.4, на котором представлено пересечение двух окружностей равного радиуса в точках B и E . Величину угла, определяющего половину дуги сегмента, обозначим через γ . Тогда, полагая радиусы окружностей равными ρ , получим величину полухорды BC и отрезок CO :

$$BC = \rho \sin \gamma; \quad CO = \rho \cos \gamma. \quad (5.16)$$

Площадь полусегмента равна четверти площади действующего отверстия:

$$\frac{D}{4} = \frac{\gamma}{2} \rho^2 - \frac{\sin \gamma \cos \gamma}{2} \rho^2, \quad (5.17)$$

откуда

$$D = (2\gamma - \sin 2\gamma) \rho^2. \quad (5.18)$$

Площадь отверстия зрачка

$$D_0 = \pi \rho^2. \quad (5.19)$$

Составляя отношение площади $\bar{D}$ к площади $\bar{D}_0$, получаем величину относительного геометрического виньетирования по площади

$$F(\omega) = \frac{D}{D_0} = \frac{2\gamma - \sin 2\gamma}{\pi}. \quad (5.20)$$

Величина линейного виньетирования в этом случае может быть выражена формулой

$$\rho(\omega) = 2\rho_l/(2\rho) = 1 - \cos \gamma. \quad (5.21)$$

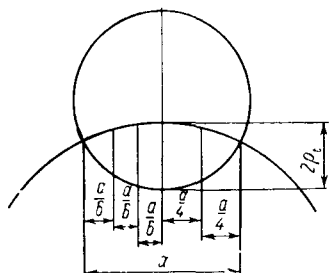


Рис. 5.5. К определению виньетирования по формуле Симпсона

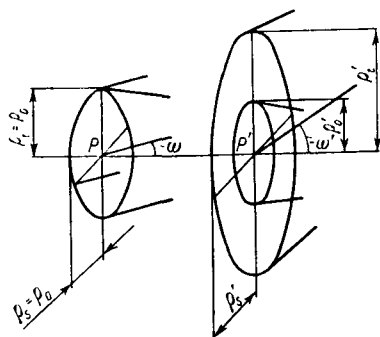


Рис. 5.6. Абберационное виньетирование

Задавая ряд значений линейного виньетирования, можно получить ряд значений γ и по ним, пользуясь формулой (5.20), найти ряд значений виньетирования по площади. Результаты вычислений приведены ниже.

$\rho(\omega)$	1,000	0,900	0,800	0,700	0,600	0,500	0,400	0,300	0,200	0,100
$F(\omega)$	1,000	0,873	0,747	0,624	0,505	0,391	0,285	0,188	0,104	0,037

Заметим, что для значений $\rho(\omega)$, лежащих в интервале от 0,7 до 0,2, функция $F(\omega)$ приобретает ряд значений, примерно на 0,1 меньших, нежели значения функции $\rho(\omega)$. Таким образом, в этом интервале можно дать приближенную зависимость

$$F(\omega) \approx \rho(\omega) - 0,1, \quad 0,7 \geq \rho(\omega) \geq 0,2. \quad (5.22)$$

В случае же необходимости более точного определения виньетирования по площади всегда можно воспользоваться известной формулой Симпсона, при этом площадь действующего отверстия разбивается на ряд равных интервалов.

В частности, при разделении полуплощади действующего отверстия на два или на три интервала (рис. 5.5) получаются соответственно следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{a}{6} (4y_1 + 2\rho_t); \\ D &= \frac{a}{9} (4y_1 + 2y_2 + 2\rho_t), \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

где a — сагиттальный диаметр сечения наклонного пучка.

§ 24. Аберрационное виньетирование

Случаи чистого геометрического виньетирования, когда диафрагмы, ограничивающие световые пучки, располагаются в одном и том же пространстве или когда изображения диафрагм осуществляются без аберраций, встречаются сравнительно редко; гораздо чаще имеем дело с изображением диафрагм, происходящим при наличии аберраций; материальная диафрагма изображается тогда через систему или через часть системы без специальной коррекции аберраций.

Даже в частном случае одной единственной диафрагмы будем встречаться с явлением деформирования ее изображения, зависящего от величины полевого угла наклонного пучка лучей с осью системы.

Обратимся к рис. 5.6, на котором представлена картина образования изображения отверстия материальной диафрагмы через оптическую систему для осевого и наклонного пучков лучей.

Отверстие в материальной диафрагме будем считать круглым; тогда и для осевого и для наклонного пучка радиусы отверстия в меридиональной и сагиттальной плоскостях будут равными друг другу:

$$\rho_0 = \rho_t = \rho_s. \quad (5.24)$$

Полагая, что оптическая система будет обладать разными линейными увеличениями V_0 на оси, V_t в меридиональной плоскости и V_s в сагиттальной плоскости для наклонного пучка, нетрудно получить радиусы ρ'_0 , ρ'_t и ρ'_s на изображении.

Поскольку в общем случае изображение круглой диафрагмы принимает форму эллипса, можно определить площадь D' этого изображения как площадь эллипса:

$$D' = \pi \rho'_t \rho'_s. \quad (5.25)$$

Так как изображение круглого отверстия для осевого пучка остается круглым, то площадь этого изображения

$$D'_0 = \pi \rho_0'^2. \quad (5.26)$$

Составляя отношение этих площадей, получаем величину абберационного виньетирования по площади

$$F(\omega) = \frac{D'}{D_0} = \frac{\rho'_t \rho'_s}{\rho_0'^2}. \quad (5.27)$$

Но величины ρ'_t , ρ'_s и ρ'_0 можно выразить через соответствующие увеличения V_t , V_s и V_0 . Тогда с учетом формулы (5.24)

$$F(\omega) = \frac{V_t \rho_t V_s \rho_s}{V_0^2 \rho_0^2} = \frac{V_t V_s}{V_0^2}. \quad (5.28)$$

Из формулы (5.28) следует, что абберационное виньетирование не должно зависеть от величины отверстия материальной диафрагмы, т. е. не будет изменяться при диафрагмировании, тогда как при геометрическом виньетировании диафрагмирование изменяет картину виньетирования.

Второй вывод, который позволяет сделать формула (5.28), состоит в том, что при оборачивании системы — рассмотрении ее в обратном ходе лучей — все величины увеличений изменяются на обратные; таким образом, обозначая эти величины в обратном ходе со стрелкой вверх, можно написать:

$$\hat{V}_t = 1/V_t; \quad \hat{V}_s = 1/V_s; \quad \hat{V}_0 = 1/V_0, \quad (5.29)$$

и тогда абберационное виньетирование в обратном ходе, которое также можно обозначить через $\hat{F}(\omega)$, будет связано с абберационным виньетированием в прямом ходе соотношением

$$\hat{F}(\omega) = \frac{\hat{V}_t \hat{V}_s}{\hat{V}_0^2} = \frac{V_0^2}{V_t V_s} = \frac{1}{F(\omega)}. \quad (5.30)$$

Иными словами, произведение из абберационного виньетирования в прямом и обратном ходе должно быть равно единице:

$$\hat{F}(\omega) F(\omega) = 1. \quad (5.31)$$

Из формулы (5.31) вытекает еще более интересная особенность абберационного виньетирования: оно может быть и меньше и больше единицы, тогда как геометрическое виньетирование не может быть больше единицы.

§ 25. Определение абберационного виньетирования

Для определения абберационного виньетирования необходимо связать увеличения V_t и V_s с увеличением V_0 ; это можно сделать при помощи инварианта Штраубеля.

Напишем выражение этого инварианта для меридиональной плоскости:

$$n' dy'_i \cos \omega' d\omega'_i = n dy_i \cos \omega d\omega_i. \quad (5.32)$$

Из формулы (5.32) нетрудно получить выражение для меридионального увеличения:

$$V_t = \frac{dy'_t}{dy_t} = \frac{n \cos \omega \, d\omega_t}{n' \cos \omega' \, d\omega'_t} = \frac{n \cos \omega}{n' W_t \cos \omega'}, \quad (5.33)$$

где W_t — отношение элементарных углов $d\omega'_t$ и $d\omega_t$.

В сагиттальной плоскости инвариант Штраубеля

$$n' dy'_s d\omega'_s = n dy_s d\omega_s, \quad (5.34)$$

откуда сагиттальное увеличение

$$V_s = \frac{dy'_s}{dy_s} = \frac{n d\omega_s}{n' d\omega'_s} = \frac{n}{n' W_s}. \quad (5.35)$$

Используя для углового сагиттального увеличения в точках на оси системы часть формулы (1.44):

$$W_{sp} = \sin \omega' / \sin \omega, \quad (5.36)$$

можно представить формулу (5.35) в виде

$$V_s = \frac{n \sin \omega}{n' \sin \omega'}. \quad (5.37)$$

Используя формулы (5.33) и (5.37), преобразуем формулу (5.28):

$$F(\omega) = \frac{n^2 \sin \omega \cos \omega \, d\omega}{V_0^2 n'^2 \sin \omega' \cos \omega' \, d\omega'} = \frac{n^2 \sin 2\omega}{V_0^2 W_t n'^2 \sin 2\omega'}. \quad (5.38)$$

Рассмотрим частный случай, когда для центров зрачков — отверстия диафрагмы и ее изображения — соблюдается условие синусов Аббе. Тогда

$$V_s = V_0 = \frac{n \sin \omega}{n' \sin \omega'} = \text{const.} \quad (5.39)$$

Дифференцируя формулу (5.39), получаем

$$V_0 n' \cos \omega' \, d\omega' = n \cos \omega \, d\omega, \quad (5.40)$$

откуда следует

$$V_0 = \frac{n \cos \omega \, d\omega}{n' \cos \omega' \, d\omega'} = V_t = \text{const}, \quad (5.41)$$

после чего составляем выражение для абберационного виньетирования

$$F(\omega) = V_t V_s / V_0^2 = 1. \quad (5.42)$$

Таким образом, соблюдая условие синусов для центров зрачков, приходим к абберационному виньетированию, равному единице; отсюда делаем вывод, что для создания абберационного виньетирования, отличного от единицы, необходимо несоблюдение условия синусов. Следствием этого будет являться возникновение комы при изображении края материальной диафрагмы.

Свяжем величину абберационного виньетирования с величиной отступления от условия синусов Аббе.

Записав вместо формулы (5.39)

$$\frac{n \sin \omega}{n' \sin \omega'} = V_0 + \Delta V = V_0 \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right), \quad (5.43)$$

можно величину $n \sin \omega$ выразить в виде

$$n \sin \omega = V_0 n' \sin \omega' \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right). \quad (5.44)$$

Величина $\Delta V : V_0$ не должна зависеть от знаков углов ω и ω' ; поэтому, предполагая возможным разложение этого отношения в ряд по степеням произведения $n' \sin \omega'$, можно написать

$$n \sin \omega = V_0 n' \sin \omega' (1 + A n'^2 \sin^2 \omega' + B n'^4 \sin^4 \omega' + \dots). \quad (5.45)$$

Дифференцируя это выражение, получим

$$n \cos \omega d\omega = n' V_0 (\cos \omega' d\omega' + 3A n'^2 \sin^2 \omega' \cos \omega' d\omega' + 5B n'^4 \sin^4 \omega' \cos \omega' d\omega' + \dots), \quad (5.46)$$

откуда

$$V_t = \frac{n \cos \omega d\omega}{n' \cos \omega' d\omega'} = V_0 (1 + 3A n'^2 \sin^2 \omega' + 5B n'^4 \sin^4 \omega' + \dots). \quad (5.47)$$

Равным образом из формулы (5.45) следует

$$V_s = \frac{n \sin \omega}{n' \sin \omega'} = V_0 (1 + A n'^2 \sin^2 \omega' + B n'^4 \sin^4 \omega' + \dots), \quad (5.48)$$

что позволяет выразить абберационное виньетирование так:

$$F(\omega) = \frac{V_t V_s}{V_0^2} = (1 + A n'^2 \sin^2 \omega' + B n'^4 \sin^4 \omega' + \dots) \times \\ \times (1 + 3A n'^2 \sin^2 \omega' + 5B n'^4 \sin^4 \omega' + \dots). \quad (5.49)$$

Полагая, что высшие порядки членов разложения малы и поэтому ими можно пренебречь, получаем приближенное выражение для абберационного виньетирования

$$F(\omega) \approx 1 + 4A n'^2 \sin^2 \omega' \approx 1 + 4 \frac{\Delta V}{V_0}. \quad (5.50)$$

§ 26. Связь абберационного виньетирования с дисторсией

В предыдущем параграфе была установлена зависимость абберационного виньетирования от нарушения условия синусов для центров зрачков оптической системы; однако во многих случаях удобно связать абберационное виньетирование с дисторсией.

Обратимся к рис. 5.7, на котором представлен ход главного луча и луча, идущего близко к главному лучу.

Главный луч проходит через вершину предмета D , отстоящую от оси системы на расстояние, равное y , и через вершину изображения D' , отстоящую от оси системы на расстоянии y' .

Расстояние от точки P пересечения главного луча с осью системы, т. е. от центра зрачка входа, до предметной точки D обозначим через ξ , а расстояние от точки P' пересечения главного луча с осью по выходе из системы, т. е. от центра зрачка выхода,

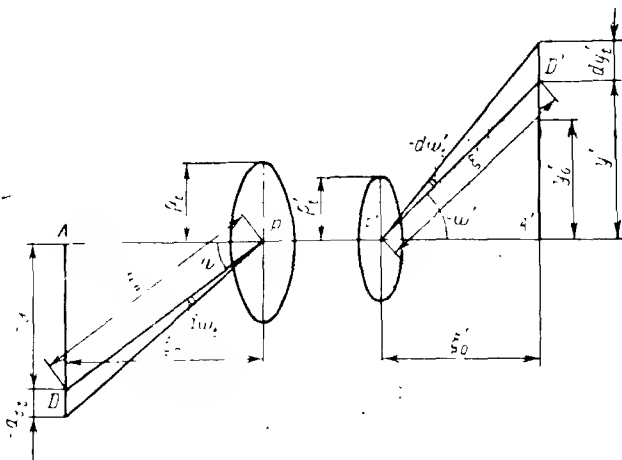


Рис. 5.7. К определению абберационного виньетирования

до вершины изображения D' — через ξ' . Углы главного луча с осью системы обозначим через ω и ω' . Близкий к главному луч проходит также через точки P и P' , образуя при этом элементы предмета dy_t и изображения dy'_t .

Радиусы зрачков входа и выхода в меридиональной плоскости обозначим через ρ_t и ρ'_t , в сагиттальной плоскости — соответственно через ρ_s и ρ'_s и для нулевых лучей — через ρ_0 и ρ'_0 (на рисунке не показаны). Отрезки от центра входного зрачка до предмета и от центра выходного зрачка до изображения вдоль оси обозначим через ξ_0 и ξ'_0 .

Увеличения в меридиональной плоскости для зрачков будем обозначать с индексом tr , для предмета и изображения — с индексом ta . Таким образом, можно написать:

$$V_{tr} = \rho'_t / \rho_t; \quad V_{ta} = dy'_t / dy_t; \quad (5.51)$$

аналогично для сагиттальной плоскости:

$$V_{sr} = \rho'_s / \rho_s; \quad V_{sa} = dy'_s / dy_s = y' / y \quad (5.52)$$

и для нулевых лучей:

$$V_{0r} = \rho'_0 / \rho_0; \quad V_{0a} = dy'_0 / dy_0. \quad (5.53)$$

Пользуясь рис. 5.7, можно для меридиональной плоскости связать величины ρ_t , ρ'_t и dy_t , dy'_t через отрезки ξ , ξ' и углы ω , ω' :

$$d\omega'_t = dy'_t \cos \omega' / \xi'; \quad d\omega_t = dy_t \cos \omega / \xi. \quad (5.54)$$

Для сагиттальной плоскости можно написать аналогичные выражения:

$$d\omega'_s = dy'_s / \xi'; \quad d\omega_s = dy_s / \xi \quad (5.55)$$

и для нулевых лучей:

$$d\omega'_0 = dy'_0 / \xi'_0; \quad d\omega_0 = dy_0 / \xi_0. \quad (5.56)$$

Пользуясь инвариантом Штраубеля для меридиональной плоскости

$$n' \rho'_t \cos \omega' d\omega'_t = n \rho_t \cos \omega d\omega_t \quad (5.57)$$

и формулами (5.54), находим

$$\frac{n' \rho'_t dy'_t \cos^2 \omega'}{\xi'} = \frac{n \rho_t dy_t \cos^2 \omega}{\xi}. \quad (5.58)$$

Пользуясь сагиттальным инвариантом

$$n' \rho'_s d\omega'_s = n \rho_s d\omega_s, \quad (5.59)$$

получаем

$$\frac{n' \rho'_s dy'_s}{\xi'} = \frac{n \rho_s dy_s}{\xi}; \quad (5.60)$$

для нулевых лучей

$$\frac{n' \rho'_0 dy'_0}{\xi'_0} = \frac{n \rho_0 dy_0}{\xi_0}. \quad (5.61)$$

Имея в виду, что величины ξ_0 и ξ'_0 являются проекциями отрезков ξ и ξ' , расположенных на главном луче, на ось системы, формулы (5.58) и (5.60) можно преобразовать:

$$\frac{n' \rho'_t dy'_t}{\xi'_0} \cos^3 \omega' = \frac{n \rho_t dy_t}{\xi_0} \cos^3 \omega \quad (5.62)$$

и для сагиттальной плоскости:

$$\frac{n' \rho'_s dy'_s}{\xi'_0} \cos \omega' = \frac{n \rho_s dy_s}{\xi_0} \cos \omega. \quad (5.63)$$

Разделив формулы (5.62) и (5.63) на формулу (5.61), получим:

$$\frac{\rho'_t dy'_t}{\rho'_0 dy'_0} \cos^3 \omega' = \frac{\rho_t dy_t}{\rho_0 dy_0} \cos^3 \omega; \quad (5.64)$$

$$\frac{\rho'_s dy'_s}{\rho'_0 dy'_0} \cos \omega' = \frac{\rho_s dy_s}{\rho_0 dy_0} \cos \omega. \quad (5.65)$$

Формулы (5.64) и (5.65) позволяют выразить увеличения V_{tp} , V_{sp} и V_{op} в зрачках через V_t , V_s и V_0 для плоскости предмета и изображения:

$$\frac{V_{tp}}{V_{op}} = \frac{V_0 \cos^3 \omega}{V_t \cos^3 \omega'}; \quad \frac{V_{sp}}{V_{op}} = \frac{V_0 \cos \omega}{V_s \cos \omega'}, \quad (5.66)$$

благодаря чему можно получить выражение для абберационного виньетирования

$$F(\omega) = \frac{V_{tp} V_{sp}}{V_{op}^2} = \frac{V_0^2}{V_t V_s} \frac{\cos^4 \omega}{\cos^4 \omega'}. \quad (5.67)$$

Линейное сагиттальное увеличение V_s равно

$$V_s = V_0 (1 + \Delta), \quad (5.68)$$

где под величиной Δ понимаем относительную дисторсию.

Для меридионального увеличения имеем

$$V_t = V_0 \left(1 + \Delta + y \frac{d\Delta}{dy} \right), \quad (5.69)$$

что позволяет привести формулу (5.67) к виду

$$F(\omega) = \frac{1}{(1 + \Delta) \left(1 + \Delta + y \frac{d\Delta}{dy} \right)} \frac{\cos^4 \omega}{\cos^4 \omega'}. \quad (5.70)$$

В частном случае системы, свободной от дисторсии, величины Δ и $d\Delta/dy$ будут равны нулю. Тогда

$$F(\omega) = \frac{\cos^4 \omega}{\cos^4 \omega'}. \quad (5.71)$$

§ 27. Абберационно-геометрическое виньетирование

Рассматривая процесс виньетирования, обусловленный наличием аббераций на изображении одной материальной диафрагмы, мы не учитывали наличия каких-либо других материальных диафрагм и установили, что абберационное виньетирование от одной материальной диафрагмы определяется величиной комы для зрачка входа. Однако наличие нескольких материальных диафрагм, размещенных в различных частях той или иной оптической системы, встречается достаточно часто. Рассмотрим два характерных случая.

В первом случае предполагается, что зрачком входа в предметном пространстве является изображение материальной диафрагмы, осуществленное при нарушении условия синусов для центра зрачка входа, приводящем к абберационному виньетированию (см. § 25), в сочетании с дополнительной материальной виньетирующей диафрагмой, играющей роль входного люка.

Такая картина представлена на рис. 5.8. Соединяя рассматриваемую точку поля A с центром входного зрачка P_2 , расположенным на расстоянии a_{11} от предметной плоскости, образуем ход главного луча, пересекающего ось системы под углом ω .

Зрачок входа при наличии абберационного виньетирования представится для данного полевого угла ω в виде эллипса с полу-

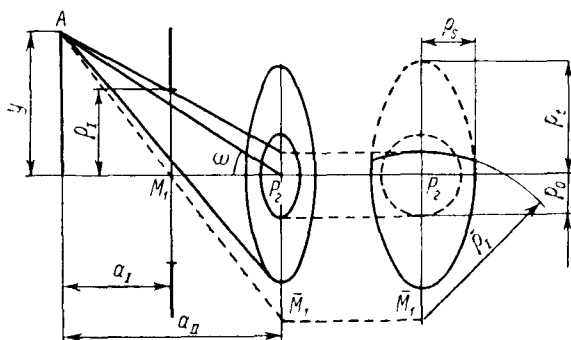


Рис. 5.8. Абберационно-геометрическое виньетирование

осями ρ_1 и ρ_s . Для осевого пучка отверстие входного зрачка представится окружностью радиусом ρ_0 .

Отверстие виньетирующей диафрагмы — люка — с центром в точке M_1 , расположенным на расстоянии a_1 от предметной плоскости, и радиусом ρ_1 спроектируется на плоскость зрачка в виде отверстия с радиусом ρ_1 и со смещенным центром, расположенным в точке $\bar{M}_1$. Пересечение дуги этой окружности с дугой

эллипса для зрачка входа и определит величину действующего отверстия входного зрачка для наклонного пучка.

В отличие от случая чистого геометрического виньетирования, при удалении предметной точки от оси системы величина отверстия зрачка будет соответственно



Рис. 5.9. График абберационного виньетирования

изменяться. Сравнивая получающуюся картину с картиной обычного геометрического виньетирования, обращаем внимание на следующее обстоятельство.

В случае увеличения отверстия входного зрачка при удалении предметной точки от центра поля момент начала виньетирования наступит несколько раньше, а момент его окончания несколько позже, чем при обычном геометрическом виньетировании.

На графике виньетирования, представленном на рис. 5.9, участок чистого абберационного виньетирования представится кривой, подымающейся выше кривой с ординатой, равной еди-

нице; точка излома будет расположена ближе к оси ординат, чем для случая чистого геометрического виньетирования, а точка окончания виньетирования продвинется дальше вдоль оси абсцисс.

Наоборот, в случае если бы абберационное виньетирование уменьшало площадь зрачка для наклонного пучка, точка начала виньетирования — точка излома — наступала бы позже, а точка окончания виньетирования — раньше, чем в случае чистого геометрического виньетирования.

В подобных случаях дать универсальную формулу для процесса виньетирования затруднительно и поэтому наиболее целесообразным является переход к определению картины виньетирования для нескольких, заранее выбранных величин предмета y .

Во втором случае абберационно - геометрического виньетирования наблюдается перемещение отверстия входного зрачка вдоль оси, вызываемое наличием продольной сферической абберации в зрачках, но без изменения величины радиуса входного зрачка. Эта картина представлена на рис. 5.10.

Анализ этого случая удобно осуществить, опираясь на формулу для геометрического виньетирования (5.6), полагая в ней величину расстояния a_{011} от предмета до диафрагмы входного зрачка P_{11} , ранее являвшуюся величиной постоянной, как величину, непосредственно связанную с величиной продольной сферической абберации в зрачках:

$$a_{11} = a_{011} + \Delta s' = a_{011} + Ay^2. \quad (5.72)$$

Тогда формула (5.6) представится в виде

$$\rho(y) = \frac{1}{2} \left[\frac{a_{011} + Ay^2}{a_1} \frac{\rho_1}{\rho_{11}} + 1 - \left(\frac{a_{011} + Ay^2}{a_1} - 1 \right) \frac{y}{\rho_{11}} \right]. \quad (5.73)$$

Напомним, что формула (5.73), как и формула (5.6), справедлива лишь в интервале между началом и концом виньетирования.

Положение виньетирующей диафрагмы может быть совмещено с начальным положением входного зрачка; это положение будет определено равенством $a_{011} = a_1$. Тогда формула (5.73) несколько упрощается:

$$\rho(y) = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{A}{a_1} y^2 \right) \frac{\rho_1}{\rho_{11}} + 1 - \frac{Ay^3}{a_1 \rho_{11}} \right]. \quad (5.74)$$

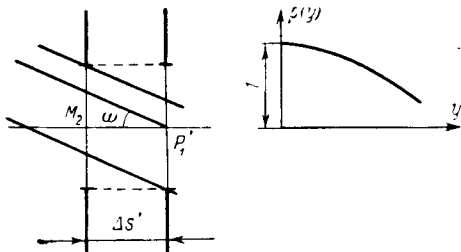


Рис. 5.10. К определению абберационно-геометрического виньетирования

Формулы (5.73) и (5.74) показывают, что абберационно-геометрическое виньетирование по меридиональному диаметру уже не будет являться линейной функцией от величины предмета y .

При рассмотрении абберационно-геометрического виньетирования в случае бесконечно удаленного предмета величина сферической абберации уже не может быть выражена функцией от величины предмета y и ее следует представить в виде

$$\Delta s' = B \operatorname{tg}^2 \omega. \quad (5.75)$$

Тогда, преобразуя формулу (5.6), получим

$$\rho(\operatorname{tg} \omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{(a_{0II} + B \operatorname{tg}^2 \omega) \rho_I}{a_{IPII}} + 1 - \left(\frac{a_{0II} + B \operatorname{tg}^2 \omega}{a_I} - 1 \right) \frac{a_I \operatorname{tg} \omega}{\rho_{II}} \right], \quad (5.76)$$

или

$$\begin{aligned} \rho(\operatorname{tg} \omega) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{a_{0II}}{a_I} + \frac{B \operatorname{tg}^2 \omega}{a_I} \right) \frac{\rho_I}{\rho_{II}} + \right. \\ \left. + 1 - \left(\frac{a_{0II} - a_I}{a_I} + \frac{B \operatorname{tg}^2 \omega}{a_I} \right) \frac{a_I \operatorname{tg} \omega}{\rho_{II}} \right], \end{aligned} \quad (5.77)$$

а при $a_{0II} = a_I$

$$\rho(\operatorname{tg} \omega) = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{B \operatorname{tg}^2 \omega}{a_I} \right) \frac{\rho_I}{\rho_{II}} + 1 - \frac{B \operatorname{tg}^3 \omega}{\rho_{II}} \right]. \quad (5.78)$$

В случае, когда a_I обращается в бесконечность,

$$\rho(\operatorname{tg} \omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_I}{\rho_{II}} + 1 - \frac{B \operatorname{tg}^3 \omega}{\rho_{II}} \right) = \frac{\rho_{II} + \rho_I - B \operatorname{tg}^3 \omega}{2\rho_{II}}. \quad (5.79)$$

§ 28. Фотограмметрическое виньетирование

Своеобразным видом виньетирования является виньетирование, возникающее в случае наличия в оптической системе значительной кривизны поля при больших апертурных углах в пространстве, где располагается материальная диафрагма, определяющая положение и величину зрачка входа.

Частным случаем, когда такое фотограмметрическое виньетирование становится достаточно ощутимым, является случай размещения диафрагмы в центре кривизны поверхности изображения, например после концентрической передней линзы системы.

Работа концентрической линзы, расположенной в воздухе, характеризуется тем, что для нее увеличение в зрачках — как линейное, так и угловое — получается равным единице.

Поскольку при переходе от осевого пучка к наклонному не происходит поворота материальной диафрагмы, то следовало бы ожидать, что для наклонного пучка изменение его поперечного сечения в меридиональной плоскости (но не площади действующего отверстия зрачка) будет проекцией диаметра отверстия

зрачка на плоскость, перпендикулярную направлению главного луча (предполагается, что предмет будет расположен в бесконечности).

Однако, рассматривая картину преобразования сечения пучка, перпендикулярного главному пучку, в пространстве, где расположена материальная диафрагма, видим, что такое преобразование будет связано с явлением трансформирования отверстия зрачка на плоскость, проходящую перпендикулярно главному лучу через центр диафрагмы, при центре проекции, расположенном на поверхности искривленного изображения.

Такое трансформирование отверстия при узких пучках лучей будет мало отличаться от обычной проекции, но при значительных апертурных углах картина трансформации претерпевает ощутимые изменения.

Установим зависимость между диаметром меридионального поперечного сечения пучка в плоскости, проходящей через центр материальной диафрагмы, и диаметром ее отверстия $2\rho_0$ и углом наклона ω .

Обратимся к рис. 5.11, на котором представлена картина прохождения широкого наклонного пучка лучей через материальную диафрагму при наличии кривизны поля. Радиус кривизны поля примем равным R .

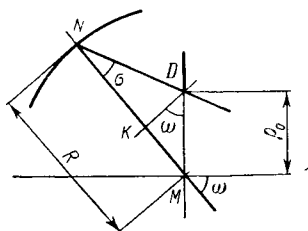


Рис. 5.11. К определению фотограмметрического виньетирования

Определим величину апертурного угла σ . Согласно рис. 5.11, величина отрезка KD должна быть равной

$$KD = -NK \operatorname{tg} \sigma = \rho_0 \cos \omega. \quad (5.80)$$

Величина отрезка NK может быть найдена как разность

$$NK = R - \rho_0 \sin \omega. \quad (5.81)$$

Таким образом,

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\rho_0 \cos \omega}{R - \rho_0 \sin \omega}. \quad (5.82)$$

Представим величину $\operatorname{tg} \sigma$ в несколько ином виде:

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\rho_0 \cos \omega}{R \left(1 - \frac{\rho_0}{R} \sin \omega \right)}; \quad (5.83)$$

при малых значениях ρ_0 и $\sin \omega$ для $\operatorname{tg} \sigma$ получаем приближенное значение

$$\operatorname{tg} \sigma \approx \frac{\rho_0}{R} \cos \omega = \operatorname{tg} \sigma_0. \quad (5.84)$$

При изменении знака у ρ_0 знаменатель в формуле (5.83) будет получаться либо больше, либо меньше единицы; при этом вся

ширина наклонного пучка составит из суммы абсолютных значений $\operatorname{tg} \sigma$:

$$|\operatorname{tg} \sigma_1| + |\operatorname{tg} \sigma_2| = \frac{\rho_0 \cos \omega}{R} \left(\frac{1}{1 - \frac{\rho_0}{R} \sin \omega} + \frac{1}{1 + \frac{\rho_0}{R} \sin \omega} \right), \quad (5.85)$$

или

$$|\operatorname{tg} \sigma_1| + |\operatorname{tg} \sigma_2| = \frac{2 \operatorname{tg} \sigma_0}{1 - \frac{\rho_0^2}{R^2} \sin^2 \omega} > 2 \operatorname{tg} \sigma_0. \quad (5.86)$$

Величина знаменателя, определяющего отношение суммы абсолютных значений тангенсов апертурных углов к удвоенному тангенсу приближенного апертурного угла, получается при $\rho_0 : R = 0,3$ и $\omega = 45^\circ$:

$$1 - \frac{\rho_0^2 \sin^2 \omega}{R^2} = 0,955.$$

Таким образом, ширина наклонного пучка в меридиональном сечении возрастает приблизительно на 4,5%.

Глава 6

СВЕТОРАСПРЕДЕЛЕНИЕ И СВЕТОСИЛА

§ 29. Световая трубка.

Общее выражение для светораспределения

Восприятие изображения, создаваемого оптической системой, органически связано с количеством световой энергии, поступающей на изображение; поэтому всегда необходимо иметь ясное представление об обеспеченности изображения энергией, т. е. о световом энергетическом балансе. Для этого прежде всего приведем систему единиц для количественного определения энергии светового баланса, т. е. систему фотометрических единиц.

К таким единицам относятся следующие.

1. Световой поток — количество лучистой энергии, переносимой в единицу времени. Единицей светового потока является люмен (лм); эта единица выражается через единицу силы света.

2. Сила света — световой поток точечного источника света, излучаемый в единичном телесном угле — стерадиане (ср).

Таким образом, сила света, согласно рис. 6.1, может быть связана с телесным углом формулой

$$I = F/\Omega, \quad (6.1)$$

где I — сила света; F — световой поток; Ω — телесный угол.

За единицу силы света принимают одну канделу (кд) ¹, равную 1/60 силы света, получаемого с одного квадратного сантиметра поверхности абсолютно черного тела при температуре затвердевания платины.

Таким образом, единичный световой поток — люмен — определяется как произведение силы света, равной одной канделе, на единичный телесный угол — один стерадиан.

Точечный источник света, обладающий по всем направлениям силой света в одну канделу, излучает в окружающее его пространство световой поток, равный 4π лм.

3. Освещенность E поверхности — отношение величины светового потока, падающего на нее, к величине освещаемой площади:

$$E = F/S. \quad (6.2)$$

За единицу освещенности принимают люкс (лк) — освещенность, создаваемую световым потоком в один люмен на площади в один квадратный метр.

В соответствии с формулой (6.1) освещенность может быть выражена через силу света:

$$E = I\Omega/S. \quad (6.3)$$

Но, согласно определению телесного угла, он должен быть равен отношению площади S к квадрату расстояния R от вершины телесного угла до поверхности:

$$\Omega = S/R^2. \quad (6.4)$$

Поэтому освещенность может быть выражена в виде

$$E = I/R^2. \quad (6.5)$$

4. Яркость B — отношение силы света в заданном направлении к площади проекции излучающего элемента светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную этому направлению. Таким образом,

$$B = \frac{dI}{ds \cos \varepsilon}. \quad (6.6)$$

За единицу яркости принимают яркость, равную отношению силы света в одну канделу к площади (проекции площади) излучения, равной одному квадратному метру (кд/м²)².

Рассмотрим световую трубку. Соединяя, согласно рис. 6.2, элемент излучающей поверхности ds_1 с освещаемым элементом поверхности ds_2 , образуем замкнутое пространство, через которое протекает световой поток dF .



Рис. 6.1. Излучение в телесном угле от точечного источника света

¹ Старое название «свеча» не применяется.

² Старое название «нит» не применяется.

Так как через боковую поверхность световой трубки не происходит утечки световой энергии, то световой поток, вошедший в нее через элемент ds_1 , полностью пройдет и через элемент ds_2 . При углах наклона ε_1 и ε_2 нормалей к обоим элементам к отрезку, соединяющему центры обоих элементов друг с другом, равному R , величина светового потока dF определится формулой

$$dF = \frac{B ds_1 \cos \varepsilon_1 ds_2 \cos \varepsilon_2}{R^2}. \quad (6.7)$$

Действительно, согласно формуле (6.6), произведение $B ds_1 \cos \varepsilon_1$ можно рассматривать как элементарную силу света dI_1 ; отношение же произведения $ds_2 \cos \varepsilon_2$ к R^2 будет являться элементарным телесным углом $d\Omega_1$.

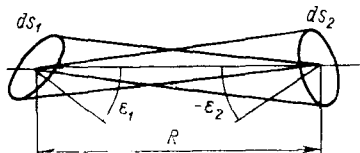


Рис. 6.2. Световая трубка

Равным образом, полагая, что элементом излучающей поверхности является элемент ds_2 , а не ds_1 , но с той же яркостью B , а освещаемым элементом — элементом ds_1 , мы можем представить световой поток как произведение:

$$dF = dI_2 d\Omega_2. \quad (6.8)$$

Таким образом, при расположении световой трубки в одном и том же пространстве безразлично, к какому элементу относится яркость B .

При размещении светящегося элемента на поверхности раздела двух сред с различными показателями преломления n и n' телесные углы в обеих средах будут связаны друг с другом через инвариант Штраубеля в меридиональной и сагиттальной плоскостях.

Понимая в этом случае под меридиональной плоскостью плоскость, проходящую через падающий и преломленный лучи и нормаль к преломляющей поверхности, и под сагиттальной плоскостью — плоскость, перпендикулярную к меридиональной, углы $d\Omega$ и $d\Omega'$ можно рассматривать как произведение дифференциалов углов $d\omega_i$ и $d\omega_s$.

Так как в рассматриваемом случае $dy'_t = dy_t$ и $dy'_s = dy_s$ (элемент предмета и элемент изображения совпадают друг с другом), то из инварианта Штраубеля получаем:

$$\left. \begin{aligned} n' \cos \omega' d\omega'_i &= n \cos \omega d\omega_i; \\ n' d\omega'_s &= n d\omega_s. \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

Отсюда следует

$$n'^2 d\Omega' \cos \omega' = n^2 d\Omega \cos \omega, \quad (6.10)$$

что позволяет проследить преобразование световой трубки в оптической системе.

Рассмотрим световой поток, входящий в оптическую систему. Обратимся к рис. 6.3, на котором представлены элемент поверхности предмета ds и действующее отверстие D входного зрачка оптической системы. Главный луч наклонного пучка лучей, соединяющий центр элемента предмета и центр P действующего отверстия зрачка, образует угол ω с осью системы.

Обозначив расстояние между элементом предмета и центром зрачка через ξ , можно получить величину элементарного светового потока dF , воспринимаемого оптической системой от элемента ds :

$$dF = B \frac{D ds \cos \varepsilon}{\xi^2} \cos \omega. \quad (6.11)$$

Весь этот световой поток, если в системе отсутствуют потери света на отражение от поверхностей линз и на поглощение в стекле, должен пройти через элемент изображения ds' , что позволяет определить его освещенность:

$$E = \frac{dF}{ds'} = B \frac{D}{\xi^2} \cos \varepsilon \cos \omega \frac{ds}{ds'}. \quad (6.12)$$

При переносе элемента предмета на ось системы элемент изображения тоже перейдет на ось, но его величина ds'_0 уже не будет, в общем случае, равной площади элемента ds' . Должны измениться также расстояние ξ , переходящее в некоторое расстояние ξ_0 , и площадь отверстия входного зрачка. Таким образом, освещенность E_0 на оси системы получается равной

$$E_0 = \frac{dF_0}{ds'_0} = \frac{BD_0}{\xi_0^2} \frac{ds_0}{ds'_0}. \quad (6.13)$$

Отношение освещенностей $E : E_0$ назовем светораспределением по полю зрения или просто светораспределением и обозначим его через Φ :

$$\Phi = \frac{E}{E_0} = \frac{BD}{\xi^2} \cos \varepsilon \cos \omega \frac{ds}{ds'} \frac{\xi_0^2}{BD_0} \frac{ds'_0}{ds_0}. \quad (6.14)$$

Так как элемент предмета остается неизменным, то величины ds и ds_0 должны быть равны друг другу, и после сокращений формула (6.14) упрощается:

$$\Phi = \frac{D}{D_0} \frac{\xi_0^2}{\xi^2} \cos \varepsilon \cos \omega \frac{ds'_0}{ds'}. \quad (6.15)$$

Отношение $D : D_0$ можно рассматривать как функцию виньетирования. Тогда

$$\Phi = F(\omega) \frac{\xi_0^2}{\xi^2} \cos \varepsilon \cos \omega \frac{ds'_0}{ds'}. \quad (6.16)$$

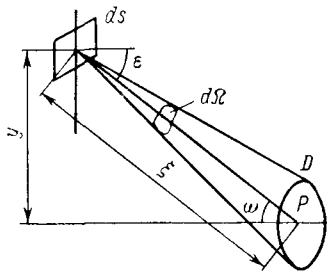


Рис. 6.3. К определению светового потока, входящего в систему

Для плоского предмета угол ε становится равным углу ω , а отношение $\xi_0 : \xi$ — равным $\cos \omega$, поэтому

$$\Phi = F(\omega) \cos^4 \omega \frac{ds'_0}{ds'}. \quad (6.17)$$

Для системы, исправленной на дисторсию, величина элемента изображения не должна изменяться при изменении его положения, поэтому ds'_0 должно быть равно ds' . В этом случае светораспределение определится лишь двумя множителями:

$$\Phi = F(\omega) \cos^4 \omega. \quad (6.18)$$

Таким образом, светораспределение ортоскопической системы определяется произведением четвертой степени косинуса полевого угла в предметном пространстве и функции виньетирования по площади. Так как при отсутствии геометрического и аберрационного виньетирования функция виньетирования будет равна единице, получаем

$$\Phi = \cos^4 \omega. \quad (6.19)$$

Например, для полевого угла $\omega = 60^\circ$ (полное поле зрения $2\omega = 120^\circ$) светораспределение равно $\Phi = 0,0625 = 1/16$.

Формула (6.17) позволяет выявить влияние дисторсии на светораспределение в оптической системе.

Полагая, что величина изображения y' является некоторой функцией от полевого угла, величину площади искаженного элемента изображения ds' можно представить как произведение:

$$ds' = dy'_t dy'_s. \quad (6.20)$$

Равным образом величина площади элемента неискаженного изображения ds'_0 выразится так:

$$ds'_0 = dy'^2_{0t}. \quad (6.21)$$

Согласно формулам (5.52), сагиттальное протяжение элемента искаженного изображения может быть выражено через сагиттальное увеличение и размер элемента предмета:

$$dy'_s = V_s dy_s = \frac{y'}{y} dy_0 = \frac{y'}{y_0} dy'_0. \quad (6.22)$$

Для меридионального протяжения элемента искаженного изображения dy'_t можно написать

$$dy'_t = \frac{d(y')}{dy'_0} dy'_0. \quad (6.23)$$

Перемножая формулы (6.22) и (6.23), получаем

$$dy'_t dy'_s = ds' = \frac{y'}{y'_0} dy'_0 \frac{d(y')}{dy'_0} dy'_0 = \frac{y'}{y'_0} \frac{d(y')}{dy'_0} ds'_0, \quad (6.24)$$

и тогда

$$\frac{ds'_0}{ds'} = \frac{y'_0}{y' \frac{d(y')}{dy'_0}}. \quad (6.25)$$

В частном случае, когда величина искаженного изображения y' определяется произведением

$$y' = -f'_0 \sin \omega, \quad (6.26)$$

формула (6.25) преобразуется:

$$\frac{ds'_0}{ds'} = \frac{f'_0 \operatorname{tg} \omega}{f'_0 \sin \omega \cos \omega \cos^2 \omega} = \frac{1}{\cos^4 \omega} \quad (6.27)$$

и функция светораспределения принимает вид

$$\Phi(\omega) = F(\omega), \quad (6.28)$$

т. е. светораспределение будет целиком определяться только виньетированием по площади.

Заметим, что в данном случае дисторсия будет равна

$$\Delta y' = y' - y'_0 = y'_0 \left(\frac{y'}{y'_0} - 1 \right) = y'_0 \left(\frac{\sin \omega}{\operatorname{tg} \omega} - 1 \right) = y'_0 (\cos \omega - 1), \quad (6.29)$$

а относительная дисторсия

$$\Delta = \Delta y' / y'_0 = \cos \omega - 1. \quad (6.30)$$

Задавая величину изображения по зависимости

$$y' = -2f'_0 \sin \frac{\omega}{2}, \quad (6.31)$$

получаем отношение

$$\frac{ds'_0}{ds'} = \frac{f'_0 \operatorname{tg} \omega}{2f'_0 \sin \frac{\omega}{2} 2 \cos \frac{\omega}{2} \frac{1}{2} \cos^2 \omega} = \frac{1}{\cos^3 \omega}. \quad (6.32)$$

Светораспределение в этом случае получается равным

$$\Phi(\omega) = F(\omega) \cos \omega, \quad (6.33)$$

и дисторсия

$$\Delta y' = -2f'_0 \sin(\omega/2) + f'_0 \operatorname{tg} \omega = \left[\frac{\cos \omega}{\cos(\omega/2)} - 1 \right] y'_0. \quad (6.34)$$

В обоих рассмотренных примерах благодаря введению значительной отрицательной дисторсии достигалось существенное улучшение светораспределения.

Перейдем к рассмотрению светораспределения для двух составляющих оптических систем, расположенных по обе стороны материальной диафрагмы.

На рис. 6.4 представлены две оптические системы I и II ; в пространстве между ними расположена материальная диафрагма с отверстием, площадь которого равна D' . Ее изображение, получаемое через систему I в обратном ходе лучей, являющееся зрачком входа как для системы I , так и для совокупности обеих систем, обозначим через D ; изображение той же диафрагмы через

систему II в прямом ходе лучей обозначим через D'' ; оно будет служить одновременно и выходным зрачком для системы II и для совокупности обеих систем.

В первом пространстве будем рассматривать элемент предмета $ds = ds_0$, расположенный в точке A ; элементарный телесный угол, опирающийся на отверстие входного зрачка и имеющий своей вершиной центр элемента предмета A , обозначим через $d\Omega$. Угол главного луча, соединяющего предметную точку A с центром входного зрачка P , обозначим через ω . Положение элемента предмета на оси системы определим точкой A_0 .

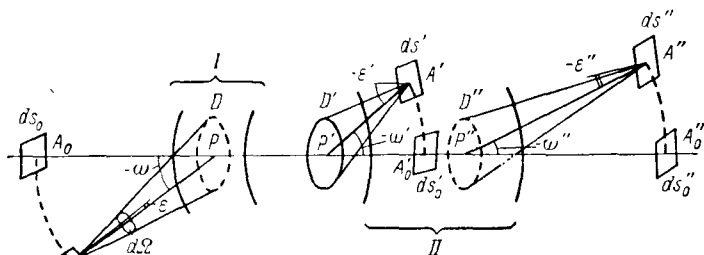


Рис. 6.4. [Светораспределение при наличии материальной диафрагмы внутри оптической системы]

Все эти величины в пространстве между оптическими системами, где расположена материальная диафрагма, будем обозначать со штрихом вверху, а все величины, относящиеся к пространству после обеих систем, — с двумя штрихами вверху.

Полагая, что в обеих системах нет потерь на отражение от поверхностей линз и нет потерь на поглощение света в стекле, можно считать, что весь элементарный световой поток, вошедший в систему через отверстие входного зрачка D , сохранится неизменным в пространстве между системами и в пространстве после обеих систем. В соответствии с этим можно написать

$$dF = B \cos \varepsilon d\Omega ds = B \cos \varepsilon' d\Omega' ds' = B \cos \varepsilon'' d\Omega'' ds''. \quad (6.35)$$

Для освещенности на элементах изображения ds' и ds'' между системами и после обеих систем получаем:

$$\left. \begin{aligned} E' &= \frac{dF}{ds'} = B \cos \varepsilon d\Omega \frac{ds}{ds'} = B \cos \varepsilon' d\Omega' = B \cos \varepsilon'' d\Omega'' \frac{ds''}{ds'}; \\ E'' &= \frac{dF}{ds''} = B \cos \varepsilon d\Omega \frac{ds}{ds''} = B \cos \varepsilon' d\Omega' \frac{ds'}{ds''} = B \cos \varepsilon'' d\Omega'', \end{aligned} \right\} \quad (6.36)$$

откуда следует, что

$$E' ds' = E'' ds'' = dF. \quad (6.37)$$

Перемещая элемент предмета на ось системы, можно получить выражения для освещенности в центре поля:

$$\left. \begin{aligned} E'_0 &= B d\Omega'_0 = B d\Omega''_0 \frac{ds''_0}{ds'_0}; \\ E''_0 &= B d\Omega'_0 \frac{ds'_0}{ds''_0} = B d\Omega''_0. \end{aligned} \right\} \quad (6.38)$$

Составляя отношения формул (6.36) и (6.38), находим выражения функций светораспределения:

$$\left. \begin{aligned} \Phi' &= \frac{E'}{E'_0} = \cos \varepsilon' \frac{d\Omega'}{d\Omega'_0} = \cos \varepsilon'' \frac{d\Omega'' ds' ds'_0}{d\Omega''_0 ds'_0 ds''}; \\ \Phi'' &= \frac{E''}{E''_0} = \cos \varepsilon' \frac{d\Omega' ds' ds''_0}{d\Omega'_0 ds'_0 ds''} = \cos \varepsilon'' \frac{d\Omega''}{d\Omega''_0}. \end{aligned} \right\} \quad (6.39)$$

Отсюда следует

$$\Phi'' = \Phi' \frac{ds' ds''_0}{ds'_0 ds''}, \quad (6.40)$$

или, если представить формулу (6.40) в виде инварианта,

$$\Phi'' \frac{ds''}{ds'_0} = \Phi' \frac{ds'}{ds'_0}. \quad (6.41)$$

Так как формула (6.41) является полным инвариантом, то она может быть распространена на любое число оптических систем. Кроме того, формула (6.41) не оговаривает неперемещения материальной диафрагмы между обеими системами: ее можно размещать в любом месте.

Рассмотрим несколько частных случаев.

Инвариант (6.41) приобретает особенно простой вид в случае, когда элементы предмета, промежуточного изображения и изображения после обеих систем сохраняются по всему полю неизменными:

$$ds = ds_0; ds' = ds'_0; ds'' = ds''_0. \quad (6.42)$$

Тогда функции светораспределения становятся равными друг другу:

$$\Phi'' = \Phi'. \quad (6.43)$$

Этот случай имеет место, когда каждая из систем дает плоское и неискаженное изображение, свободное от дисторсии.

Практически нет необходимости обеспечивать плоскостность промежуточного изображения, поэтому представляется интересным рассмотреть картины светораспределения для искривленного промежуточного изображения.

Обратимся к рис. 6.5, на котором дана картина хода наклонного пучка лучей при неплоском промежуточном изображении ds' , показанном сплошными линиями. Штриховыми линиями обозначена проекция $d\bar{s}'$ элемента неплоского изображения на плоскость, перпендикулярную оси системы, проходящую через элемент ds'_0 , расположенный на оси системы.

Расстояние вдоль оси пучка от центра диафрагмы до реального элемента обозначим через l' , а расстояние до проекции этого элемента на плоскость — через $\bar{l}'$.

Равным образом телесные углы, построенные на отверстии диафрагмы D' , с вершинами, расположенными в точках A' и $\bar{A}'$, определяющих центры элементов ds' и $d\bar{s}'$, обозначим через $d\Omega'$ и $d\bar{\Omega}'$; роль угла $\bar{\epsilon}'$ у проекции элемента ds' будет играть угол главного луча с осью ω' .

Площади проекций элементов ds' и $d\bar{s}'$ на плоскости, проходящие через точки A' и $\bar{A}'$ перпендикулярно главному лучу, должны относиться друг к другу как квадраты расстояний l' и $\bar{l}'$. Таким образом,

$$\frac{\cos \epsilon' ds'}{\cos \omega' d\bar{s}'} = \frac{l'^2}{\bar{l}'^2}. \quad (6.44)$$

Нетрудно составить отношение телесных углов $d\Omega'$ и $d\bar{\Omega}'$:

$$\frac{d\Omega'}{d\bar{\Omega}'} = \frac{D' \cos \omega'}{l'^2} \frac{\bar{l}'^2}{D' \cos \omega'} = \frac{\bar{l}'^2}{l'^2}. \quad (6.45)$$

Рис. 6.5. Перенесение проекции элемента на плоскость

Перемножая формулы (6.44) и (6.45), находим

$$\frac{\cos \epsilon' ds' d\Omega'}{\cos \omega' d\bar{s}' d\bar{\Omega}'} = 1, \quad (6.46)$$

или

$$\cos \epsilon' ds' d\Omega' = \cos \omega' d\bar{s}' d\bar{\Omega}'. \quad (6.47)$$

Используя эти выражения, можно переписать формулы (6.39):

$$\left. \begin{aligned} \Phi' &= \cos \omega' \frac{d\bar{s}' d\bar{\Omega}'}{ds' d\Omega'_0} = \cos \omega'' \frac{d\bar{\Omega}'' d\bar{s}'' ds'_0}{d\Omega''_0 ds''_0 ds'}; \\ \Phi'' &= \cos \omega' \frac{d\bar{\Omega}' d\bar{s}' ds''_0}{d\Omega'_0 ds'_0 ds''} = \cos \omega'' \frac{d\bar{\Omega}'' d\bar{s}''}{d\Omega''_0 ds''}, \end{aligned} \right\} \quad (6.48)$$

откуда

$$\Phi' \frac{ds'}{ds'_0} = \Phi'' \frac{ds''}{ds''_0} = \cos \omega' \frac{d\bar{\Omega}' d\bar{s}'}{d\Omega'_0 ds'_0} = \cos \omega'' \frac{d\bar{\Omega}'' d\bar{s}''}{d\Omega''_0 ds''_0}. \quad (6.49)$$

Формула (6.49) также является полным инвариантом; нетрудно видеть, что коэффициенты $\cos \omega$ ($d\bar{\Omega}/d\Omega_0$) при отношениях ds/ds_0 напоминают выражения для Φ с той лишь разницей, что

в них вместо углов ε входят углы ω и вместо величин $d\Omega$ и ds — величины $d\bar{\Omega}$ и $\bar{ds}$.

Эти коэффициенты можно обозначить через $\bar{\Phi}$:

$$\bar{\Phi}' = \cos \omega' \frac{d\bar{\Omega}'}{d\Omega_0'}; \quad \bar{\Phi}'' = \cos \omega'' \frac{d\bar{\Omega}''}{d\Omega_0''}. \quad (6.50)$$

Тогда формула (6.49) примет вид

$$\Phi' \frac{ds'}{ds_0'} = \Phi'' \frac{ds''}{ds_0''} = \bar{\Phi}' \frac{d\bar{s}'}{ds_0'} = \bar{\Phi}'' \frac{d\bar{s}''}{ds_0''}. \quad (6.51)$$

Инвариант (6.51) более общ, нежели инвариант (6.41), так как в нем не предполагается, что промежуточное и окончательное изображения плоские; речь идет лишь об условных светораспределениях, определяемых для плоскостей, на которые проектируются реальные изображения.

Из формулы (6.51) также следует, что при отсутствии дисторсии будет соблюдаться равенство

$$\bar{\Phi}' = \bar{\Phi}''. \quad (6.52)$$

В соответствии с формулой (6.45) можно развернуть выражения величин $d\bar{\Omega}$ и $d\Omega_0$, входящих в формулу (6.49):

$$d\bar{\Omega} = \frac{D \cos \omega}{\bar{l}^2} = \frac{D \cos^3 \omega}{l_0^2}; \quad d\Omega_0 = \frac{D_0}{l_0^2}. \quad (6.53)$$

Отсюда

$$\frac{d\bar{\Omega}}{d\Omega_0} = \frac{D}{D_0} \cos^3 \omega = F(\omega) \cos^3 \omega, \quad (6.54)$$

что приводит формулу (6.50) к виду

$$\bar{\Phi}' = F'(\omega) \cos^4 \omega'; \quad \bar{\Phi}'' = F''(\omega) \cos^4 \omega''. \quad (6.55)$$

Для материальной диафрагмы $F'(\omega) = 1$. Тогда для светораспределения $\bar{\Phi}'$ получаем $\bar{\Phi}' = \cos^4 \omega'$ и, возвращаясь к формуле (6.52),

$$\bar{\Phi}'' = \bar{\Phi}' = \cos^4 \omega'. \quad (6.56)$$

Из формулы (6.56) следует, что при составлении сложной системы из двух ортоскопических систем светораспределение совокупности обеих систем определяется четвертой степенью косинуса полевого угла в пространстве, где расположена материальная диафрагма, независимо от величины полевого угла в предметном пространстве и величины искривления промежуточного изображения.

Поэтому, задаваясь заранее светораспределением $\Phi'' = \cos^4 \omega'$, можно определить величину поля зрения у материальной диафрагмы

$$\cos \omega' = \sqrt[4]{\Phi''}. \quad (6.57)$$

Численно, задавая освещенность на краю поля зрения $\Phi'' = 0,13$ (13%), получаем:

$$\cos \omega' \approx 0,6; \quad \omega' = 53^\circ 6'; \quad \operatorname{tg} \omega' = 4/3,$$

откуда величина угла поля зрения у материальной диафрагмы будет

$$2\omega' = 106^\circ 12'.$$

Задавая для этого случая входное поле зрения $2\omega = 134^\circ 48'$ и $\operatorname{tg} \omega = 2,402$, находим угловое увеличение для первой ортоскопической системы

$$W = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} = \frac{4}{3 \cdot 2,402} = \frac{1}{1,8} = 0,555.$$

В некоторых практических случаях бывает необходимо создавать оптические системы с полем зрения, превосходящим 180° . Для таких систем получение изображения, свободного от дисторсии, невозможно; при угле входа, равном 90° , дисторсия будет обращаться в бесконечность.

При этом и формула (6.17), и формулы (6.48), (6.49) теряют смысл, так как в них входят либо функция виньетирования, область применения которой не предусматривает полей зрения, превосходящих 180° , либо величины ds'_0 , которые тоже теряют смысл при полях зрения, больших 180° .

В данном случае можно воспользоваться частью второй формулы (6.39) для светораспределения:

$$\Phi'' = \cos \varepsilon'' \frac{d\Omega''}{d\Omega''_0}. \quad (6.58)$$

Для систем с плоским полем зрения $\cos \varepsilon'' = \cos \omega''$; телесные же углы $d\Omega''$ и $d\Omega''_0$ можно выразить через площади выходных зрачков D'' и D''_0 . Тогда

$$\Phi'' = \cos \omega'' \frac{D'' \cos \omega''}{\xi''^2} \frac{\xi''_0^2}{D''_0} = F''(\omega) \cos^4 \omega''. \quad (6.59)$$

§ 30. Светосила системы при широких пучках лучей

Светосилу системы можно определить как отношение освещенности элемента изображения к яркости элемента предмета. Таким образом,

$$H = E'/B, \quad (6.60)$$

где H — светосила.

В настоящее время нередко приходится встречаться с высоко-светосильными оптическими системами, поэтому необходимо иметь возможность определять светосилу для широких пучков лучей.

Обратимся к рис. 6.6, на котором представлен элемент предмета ds , расположенный на оси системы в точке A ; в точке A' расположено его изображение.

Рассматривая элементарный телесный угол пучка лучей, образуемый плоскими углами $d\sigma_t$, $d\sigma'_t$ и $d\sigma_s$, $d\sigma'_s$ и составляющий с осью системы углы σ и σ' , и полагая яркость элемента предмета равной B и постоянной по всем направлениям, можно составить выражение для элементарного светового потока:

$$dF = n^2 B \cos \sigma d\Omega ds. \quad (6.61)$$

Полагая систему скорректированной, можно принять, что в ней соблюдается условие синусов Аббе

$$\frac{n \sin \sigma}{n' \sin \sigma'} = V = V_0 = \text{const}, \quad (6.62)$$

откуда

$$n \sin \sigma = V n' \sin \sigma'. \quad (6.63)$$

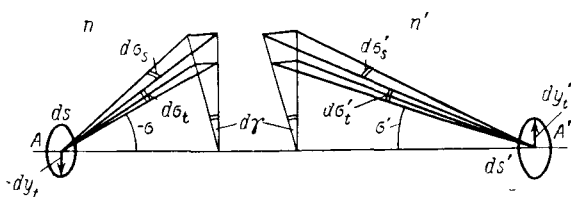


Рис. 6.6. К определению светосилы для широких пучков лучей

Дифференцируя формулу (6.63), получаем

$$n \cos \sigma d\sigma_t = V n' \cos \sigma' d\sigma'_t. \quad (6.64)$$

Для сагиттальной плоскости, согласно рис. 6.6,

$$d\sigma_s = \sin \sigma d\gamma; \quad d\sigma'_s = \sin \sigma' d\gamma, \quad (6.65)$$

откуда

$$\frac{d\sigma_s}{\sin \sigma} = \frac{d\sigma'_s}{\sin \sigma'}. \quad (6.66)$$

Телесные углы $d\Omega$ и $d\Omega'$ можно получить как произведения углов $d\sigma_s$ и $d\sigma_t$, $d\sigma'_s$ и $d\sigma'_t$. Поэтому, перемножая формулы (6.64) и (6.66), находим

$$\frac{n d\Omega}{\tan \sigma} = \frac{V n' d\Omega'}{\tan \sigma'}. \quad (6.67)$$

Величина светового потока F может быть выражена интегралом по пространственному апертурному углу:

$$F = \int_{\Omega} n^2 B \cos \sigma d\Omega ds. \quad (6.68)$$

Деля интеграл по телесному углу на двойной интеграл, получаем

$$F = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sigma} n^2 B \cos \sigma \, d\Omega \, ds. \quad (6.69)$$

или, подставляя значения элементарных телесных углов,

$$F = \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\sigma} n^2 B \cos \sigma \sin \sigma \, d\sigma \, ds, \quad (6.70)$$

что после выполнения интегрирования дает

$$F = \pi B n^2 \sin^2 \sigma \, ds. \quad (6.71)$$

Учитывая коэффициент преломления n , можно получить выражение для выходящего из системы светового потока:

$$F' = \pi \tau B n^2 \sin^2 \sigma \, ds. \quad (6.72)$$

Площадь элемента изображения ds' должна быть равна площади элемента ds , умноженной на квадрат увеличения:

$$F' = \pi \tau B n^2 \sin^2 \sigma \frac{ds'}{V^2}, \quad (6.73)$$

но, согласно формуле (6.62),

$$F' = \pi \tau B n'^2 \sin^2 \sigma' \, ds'. \quad (6.74)$$

Разделив величину светового потока на площадь элемента изображения, получим освещенность изображения

$$E' = F'/ds' = \pi \tau B n'^2 \sin^2 \sigma'. \quad (6.75)$$

Разделив же освещенность на яркость, найдем светосилу

$$H = E'/B = \pi \tau n'^2 \sin^2 \sigma'. \quad (6.76)$$

В формулу (6.76) входят величины, относящиеся только к пространству изображений, поэтому она будет оставаться справедливой при произвольном положении предмета, т. е. как на конечном расстоянии, так и на бесконечности.

Ранее [формула (3.58)] было получено выражение для условия синусов Аббе, когда предмет расположен в бесконечности. В случае, когда показатель преломления последней среды — не единица,

$$f_0 = h/(n' \sin \sigma'). \quad (6.77)$$

Используя эту формулу для систем, расположенных в воздухе, когда $n' = 1$, можно представить формулу (6.76) в следующем виде:

$$H = \frac{\pi \tau}{4} \left(\frac{2h}{f_0} \right)^2. \quad (6.78)$$

где величину $2h/f_0$ называют относительным отверстием системы¹.

¹ На практике величину относительного отверстия нередко смешивают с понятием светосилы системы.

Светосильные оптические системы не могут работать в широком диапазоне перемещения предмета и изображения, поэтому ограничимся рассмотрением картины изменения светосилы для систем с небольшими апертурными углами.

Обратимся к рис. 6.7, на котором представлено положение выходного зрачка системы с центром, расположенным в точке P' . Радиус отверстия выходного зрачка обозначим через ρ' . Задний фокус системы F' будет отстоять на расстоянии z'_P от центра выходного зрачка и на расстоянии z' от точки изображения, расположенной в A' .

Согласно рис. 6.7, находим выходной апертурный угол σ' как отношение

$$\sigma' = \frac{\rho'}{z' - z'_P}. \quad (6.79)$$

Отрезки z' и z'_P можно выразить через соответствующие увеличения и фокусное расстояние системы f' . Тогда формула (6.79) преобразуется:

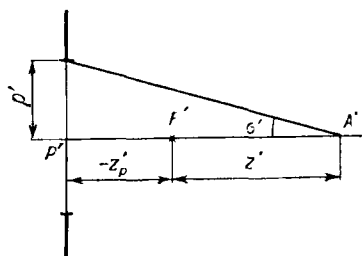


Рис. 6.7. К определению светосилы для предмета на конечном расстоянии

$$\sigma' = -\frac{\rho'}{Vf' - V_P f'} = -\frac{\rho'}{(V - V_P)f'}. \quad (6.80)$$

В случае расположения предмета в бесконечности увеличение V становится равным нулю, а апертурный угол σ' переходит в угол σ_0 . Величина угла σ_0 будет равна

$$\sigma_0 = \frac{\rho'}{V_P f'}, \quad (6.81)$$

и тогда величина апертурного угла σ' может быть выражена как

$$\sigma' = -\frac{V_P}{V - V_P} \sigma_0 = \frac{\sigma_0}{1 - V/V_P}. \quad (6.82)$$

Согласно формуле (6.76), светосила может быть выражена формулой (учитывается, что $n' = 1$)

$$H_V = \pi n'^2 \sigma'^2 = \frac{\pi \sigma_0'^2}{(1 - V/V_P)^2} = \frac{H_0}{(1 - V/V_P)^2}. \quad (6.83)$$

Формула (6.83) и является выражением, определяющим светосилу при изменении увеличения.

Возможен случай, когда выходной зрачок будет расположен вблизи или будет совпадать с задней главной плоскостью системы. Тогда увеличение в зрачках становится равным единице и формула (6.83) приобретает вид

$$H_V = H_0 / (1 - V)^2. \quad (6.84)$$

Обратим внимание, что при увеличении $V = 1$ формула (6.84) дает значение H_V , равное бесконечности. Это происходит потому, что при близком расположении изображения и зрачка апертурные углы быстро возрастают, чем нарушается принятое нами допущение о малости апертурных углов.

§ 31. Осветительные системы

В различных оптических приборах нередко приходится прибегать к искусственному освещению, используя те или иные источники света и осветительные устройства. При этом обычно бывает необходимо решить две основные задачи: 1) обеспечение определенной величины освещенности на заданной плоскости; 2) обеспечение равномерности освещения по всему полю зрения.

Первая задача сводится, очевидно, к определению и обеспечению нужной величины светового потока, падающего на освещаемую площадь; поэтому, зная величину телесного угла, в который вписывается световой поток, отбираемый от источника света осветительной системой, и величину световых потерь в ней, можно определить силу света источника, необходимую для энергетического обеспечения создаваемой осветительной системы.

В соответствии с определениями [формула (6.3)] можно написать

$$I = ES'/\Omega. \quad (6.85)$$

Пользуясь формулой (6.6) и зная яркость B , можно определить площадь источника света:

$$S_0 = I/B, \quad (6.86)$$

если идет речь о небольших телесных углах.

С другой стороны, проекционная система будет обладать определенной величиной площади выходного зрачка D' . Тогда, полагая, что на всей этой площади обеспечивается величина яркости B , можно получить силу света выходного зрачка осветительной системы:

$$I' = BD' \quad (6.87)$$

и обеспечение нужной освещенности изображения сведется к определению расстояния R согласно формуле (6.5):

$$R = \sqrt{I'/E} = \sqrt{BD'/E}. \quad (6.88)$$

Заметим, что формула (6.88) будет справедлива лишь для центральной точки поля; это обуславливается тем, что по мере удаления от центра поля зрения будет увеличиваться расстояние R и, следовательно, величина освещенности будет падать.

Обращаясь к понятию световой трубки [формула (6.7)], нетрудно установить, что при освещении плоскости через выход-

ной зрачок D' осветительной системы последний можно рассматривать как элемент ds_1 световой трубки. Так как ось световой трубки наклонена к оси системы на угол ω' , то освещенность E' элемента ds_2 , освещаемого потоком, проходящим через световую трубку, получится равной

$$E' = \frac{dF}{ds_2} = \frac{BD' \cos^2 \omega'}{R^2} = \frac{BD' \cos^4 \omega'}{R_0^2}. \quad (6.89)$$

Переходя к центру поля, находим его освещенность

$$E'_0 = BD'_0/R_0^2, \quad (6.90)$$

и тогда величина светораспределения получится равной

$$\Phi(\omega) = \frac{E'}{E'_0} = \frac{D'}{D'_0} \cos^4 \omega' = F(\omega') \cos^4 \omega'. \quad (6.91)$$

Формула (6.91) показывает, что для обеспечения хорошей равномерности следует стремиться к уменьшению величины углов ω' , что будет приводить к росту расстояния R и площади D' отверстия выходного зрачка осветительной системы. Представляется возможным так же, как и ранее, воспользоваться явлением абберационного виньетирования.

В качестве простейшего объемного источника света можно рассматривать светящуюся точку, сохраняющую постоянную силу света по всем направлениям.

Тогда, обращаясь к формуле (6.6), произведение $Bds_1 \cos \varepsilon$ можно считать постоянной величиной dI и для освещенности E' вместо формулы (6.89) получим формулу

$$E' = \frac{\cos^3 \omega'}{R_0^2} dI; \quad (6.92)$$

в соответствии с этим функция светораспределения преобразуется:

$$\Phi(\omega) = E'/E'_0 = \cos^3 \omega'. \quad (6.93)$$

Переходя к объемному источнику света сферической формы, формулу (6.93) можно сохранить на случай непосредственного, без осветительной системы, использования источника света.

Пользуясь абберационным виньетированием, можно поставить задачу создания осветительной системы, обеспечивающей равномерную освещенность по всему полю зрения.

Обратимся к рис. 6.8, на котором представлена осветительная система, создающая в некоторой точке A' изображение ds' плоского источника света ds , расположенного в точке A на оси системы.

Элементарный пучок лучей, образующий телесный угол $d\Omega$, составляет с осью системы угол σ ; соответствующий ему пучок лучей после системы образует элементарный телесный угол $d\Omega'$ и составляет угол σ' с осью системы.

Предположим, что на расстоянии ξ_0 от элемента ds' располагается плоскость P , на которой нужно получить равномерную освещенность E'' по всему полю.

Составляя величину элементарного светового потока, излучаемого источником света ds в телесном угле $d\Omega$, пишем

$$dF = B ds \cos \sigma d\Omega. \quad (6.94)$$

Если в осветительной системе нет потерь света на поглощение в стекле и на отражение от поверхностей линз, то величина элементарного светового потока должна сохраниться неизменной и после осветительной системы; поэтому можно написать

$$dF' = dF = B ds' \cos \sigma' d\Omega'. \quad (6.95)$$

Получим освещенность изображения E'' на элементе ds'' , расположенном в точке A'' плоскости P , определяемую телесным углом $d\Omega'$ и расстоянием ξ' от центра A' элемента ds' :

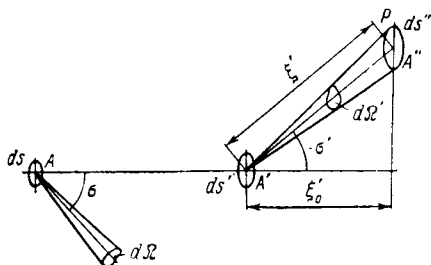


Рис. 6.8. К рассмотрению светораспределения на экране

$$E'' = \frac{dF}{ds''} = B \frac{ds'}{ds''} \cos \sigma' d\Omega'. \quad (6.96)$$

Величина телесного угла $d\Omega'$ может быть выражена через отрезок ξ' и величину элемента ds'' . Согласно рис. 6.8, получим

$$d\Omega' = \frac{ds'' \cos \sigma'}{\xi'^2} = \frac{ds''}{\xi_0^2} \cos^3 \sigma'. \quad (6.97)$$

Подставляя $d\Omega'$ из формулы (6.97) в формулу (6.96), находим

$$E'' = B \frac{ds'}{\xi_0^2} \cos^4 \sigma'. \quad (6.98)$$

Исходя из постоянства освещенности по всему полю, можно считать, что освещенность E_0'' в центре поля должна быть равной освещенности на краю поля E'' . Таким образом,

$$E_0'' = E'' = B \frac{ds'_0}{\xi_0'^2} = B \frac{ds'}{\xi_0'^2} \cos^4 \sigma', \quad (6.99)$$

откуда вытекает, что

$$ds'_0 = ds' \cos^4 \sigma'. \quad (6.100)$$

Величины ds' и ds'_0 могут быть выражены через абберационное виньетирование осветительной системы:

$$\left. \begin{aligned} ds' &= dy'_i dy'_s = V_i dy_i V_s dy_s; \\ ds'_0 &= dy_0'^2 = V_0^2 dy_0. \end{aligned} \right\} \quad (6.101)$$

Но так как $dy_0 = dy_s = dy_t$, то отношение $ds'_0 : ds'$ получается равным

$$\frac{ds'_0}{ds'} = \frac{V_0^2}{V_t V_s}, \quad (6.102)$$

что позволяет представить формулу (6.100) в виде

$$\cos^4 \sigma' = \frac{V_0^2}{V_t V_s}. \quad (6.103)$$

Воспользуемся выражениями V_t и V_s , полученными нами в § 25 [формулы (5.33) и (5.37)]. Тогда

$$\cos^4 \sigma' = V_0^2 \frac{n'^2 \cos \sigma' d\sigma' \sin \sigma}{n^2 \cos \sigma \sin \sigma d\sigma}; \quad (6.104)$$

при разделении переменных

$$\cos \sigma \sin \sigma d\sigma = V_0^2 \frac{n'^2 \sin \sigma' d\sigma'}{n^2 \cos^3 \sigma'}. \quad (6.105)$$

Интегрируя формулу (6.105), получаем

$$\int \cos \sigma \sin \sigma d\sigma = V_0^2 \frac{n'^2}{n^2} \int \frac{\sin \sigma' d\sigma'}{\cos^3 \sigma'}. \quad (6.106)$$

Выполняя интегрирование, находим

$$-\frac{1}{2} \cos^2 \sigma = V_0^2 \frac{n'^2}{n^2} \frac{1}{2 \cos^2 \sigma'} + \frac{C}{2}. \quad (6.107)$$

В случае, когда угол σ обращается в нуль, должен обратиться в нуль и угол σ' , а соответствующие косинусы обращаются в единицы. Пользуясь этим, определяем величину постоянной интегрирования C :

$$-1 = V_0^2 \frac{n'^2}{n^2} + C, \quad (6.108)$$

откуда

$$C = -V_0^2 \frac{n'^2}{n^2} - 1. \quad (6.109)$$

Подставляя это значение C в формулу (6.107), находим

$$1 - \cos^2 \sigma = \sin^2 \sigma = V_0^2 \frac{n'^2}{n^2} \left(\frac{1}{\cos^2 \sigma'} - 1 \right) = V_0^2 \frac{n'^2}{n^2} \operatorname{tg}^2 \sigma' \quad (6.110)$$

и, извлекая квадратный корень,

$$\sin \sigma = V_0 \frac{n'}{n} \operatorname{tg} \sigma'. \quad (6.111)$$

Так как обычно осветительная система располагается в воздухе, то $n = n' = 1$ и формула (6.111) соответственно упрощается:

$$\sin \sigma = V_0 \operatorname{tg} \sigma'. \quad (6.112)$$

Величина $\sin \sigma$ не может быть больше единицы; поэтому величина $\operatorname{tg} \sigma'$, при которой обеспечивается возможность получения равномерно освещенного поля, ограничивается значением

$$|\operatorname{tg} \sigma'| \leq 1/V_0. \quad (6.113)$$

Формулы (6.112), (6.113) и регламентируют возможности выравнивания светораспределения.

Заметим, что в эти формулы не вошли величины ξ'_0 , определяющие расстояние от элемента изображения ds' до плоскости, в которой рассматривается освещенность.

Определим величину освещенности для осветительной системы с равномерно освещенным полем.

Согласно формуле (6.99),

$$E'' = E'_0 = B \frac{ds'_0}{\xi'^2_0} = B ds_0 \frac{V^2_0}{\xi'^2_0}. \quad (6.114)$$

Но величину Bds_0 можно рассматривать как силу света I источника света. Тогда

$$E'' = \frac{V^2_0}{\xi'^2_0} I. \quad (6.115)$$

§ 32. Потери света на поглощение в стекле

Оптическое стекло и другие оптические материалы не являются абсолютно прозрачными средами. Проходящий через них световой поток постепенно теряет свою яркость, что и является причиной возникновения потерь световой энергии.

Для того чтобы проследить процесс потери яркости, обратимся к рис. 6.9, на котором представлен участок пути dl , проходимый световым потоком, теряющим на этом пути часть своей яркости B .

Предполагая, что на малом отрезке пути потеря яркости может быть принята пропорциональной самой яркости B и длине участка пути, можно написать

$$dB = -kB dl, \quad (6.116)$$

где k — некоторый постоянный коэффициент пропорциональности.

Формулу (6.116) можно рассматривать как дифференциальное уравнение, связывающее величины яркости и пути, проходимого светом. Разделяя переменные, можно написать

$$\int \frac{dB}{B} = \ln B = -kl + C. \quad (6.117)$$

Полагая длину пути l равной нулю, определяем величину постоянной интегрирования C :

$$C = \ln B = \ln B_0, \quad (6.118)$$

что позволяет представить зависимость между яркостью B и длиной пути света l в виде

$$B = B_0 e^{-k l}. \quad (6.119)$$

Величину e^{-k} можно заменить коэффициентом пропускания τ . Тогда

$$B = B_0 \tau^l. \quad (6.120)$$

Задавая длину пути света $l = 1$ см, получаем величину падения яркости на 1 см пути

$$dB = B - B_0 = B_0 (1 - \tau). \quad (6.121)$$

Величину $1 - \tau$ называют коэффициентом поглощения.

Величины коэффициентов поглощения для различных категорий оптического стекла регламентированы ГОСТ 3514—67 и приведены ниже.

Категория стекла	000	00	0	1	2	3	4
Коэффициент поглощения, %	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5	3,0

К числу марок стекла нулевой категории относятся флинт, почти все тяжелые флинты и часть кронов, к первой категории — группа тяжелых кронов и группа баритовых флинтов.

§ 33. Потери света на отражение от поверхностей линз

При прохождении света через оптическую систему на преломляющих поверхностях происходит частичное отражение света, обусловленное величинами показателей преломления по обе стороны преломляющих поверхностей.

Величина такого частично отраженного светового потока зависит кроме показателей преломления и от величины самих углов падения и преломления. Отношение частично отраженного светового потока к падающему потоку называется коэффициентом отражения преломляющей поверхности и может быть определено по известной формуле Френеля

$$\rho = \frac{dF_1}{dF} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')} + \frac{\lg^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\lg^2(\varepsilon + \varepsilon')} \right], \quad (6.122)$$

где ε и ε' — углы падения и преломления. Вынося за скобку общий множитель $\frac{\sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')}$, получаем

$$\rho = \frac{1}{2} \frac{\sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')} \left[1 + \frac{\cos^2(\varepsilon + \varepsilon')}{\cos^2(\varepsilon - \varepsilon')} \right]. \quad (6.123)$$

При малых углах ε и ε' , когда закон преломления может быть записан в виде

$$n\varepsilon = n'\varepsilon', \quad (6.124)$$

и после ряда преобразований формула (6.123) может быть приведена к виду

$$\rho = \left(\frac{n' - n}{n' + n} \right)^2. \quad (6.125)$$

Из формулы (6.125) следует, что при малых углах ε и ε' величина отраженного потока не зависит от величины самих углов ε и ε' и определяется только величинами показателей преломления. Тем не менее при переходе к значительным углам ε и ε' наблюдается известный рост величины отраженного потока.

Так, в частности, если один из углов ε будет равен 45° , то формула (6.123) может быть приведена к виду

$$\rho_{\varepsilon=45^\circ} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \operatorname{tg} \varepsilon'}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon'} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{1 - \operatorname{tg} \varepsilon'}{1 + \operatorname{tg} \varepsilon'} \right)^2 \right]. \quad (6.126)$$

Если разность углов ε и ε' мала, то формула (6.123) может быть преобразована:

$$\rho = \frac{1 + \cos^2 2\varepsilon}{2 \sin^2 2\varepsilon} \left(1 - \frac{n}{n'} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \varepsilon \quad (6.127)$$

и для угла $\varepsilon = 45^\circ$

$$\rho_{\varepsilon=45^\circ} = \frac{1}{2} \left(\frac{n' - n}{n'} \right)^2 \approx 2 \left(\frac{n' - n}{n' + n} \right)^2 = 2\rho_{\varepsilon=0}. \quad (6.128)$$

Из формулы (6.128) следует, что при угле $\varepsilon = 45^\circ$ потери на отражение возрастают приблизительно вдвое.

Используя формулу (6.125), приведем значения коэффициентов отражения ρ для различных показателей преломления n' (полагаем, что $n = 1$):

n'	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$\rho, \%$	4,00	5,32	6,72	8,16	9,63	11,11

Приведенные значения ρ показывают, что величина отраженного светового потока быстро возрастает при росте показателя преломления; вместе с тем на поверхности раздела сред с близкими показателями преломления — на поверхности склейки — потери на отражение убывают очень быстро, становясь почти на два порядка ниже, нежели на поверхностях, разделяющих среды стекло и воздух. Так, при $n = 1,5$ и $n' = 1,6$ $\rho = 0,1\%$. Поэтому совершенно естественно возникает вопрос о снижении потерь света на отражение.

§ 34. Просветление оптики

Одним из простейших приемов уменьшения потерь света на отражение представляется разделение перехода от стекла к воздуху или обратно на два перехода — через промежуточную среду с показателем преломления, лежащим между показателями преломления стекла и воздуха.

Например, вводя между показателем преломления стекла $n = 1,5$ и воздуха $n = 1$ среду с показателем преломления $n = 1,2$, получаем, согласно формуле (6.125), коэффициент отражения от первой поверхности раздела

$$\rho_1 = \left(\frac{1,2 - 1}{1,2 + 1} \right)^2 = \left(\frac{0,2}{2,2} \right)^2 = 0,00826$$

и от второй поверхности раздела

$$\rho_2 = \left(\frac{1,5 - 1,2}{1,5 + 1,2} \right)^2 = \left(\frac{0,3}{2,7} \right)^2 = 0,01235,$$

что при суммировании дает величину общих потерь света на отражение, равную 0,02, т. е. снижение потерь вдвое.

Однако в рассмотренном примере мы не интересовались толщиной промежуточного слоя, величина которой будет влиять на фазу колебаний при отражении от первой и второй поверхностей раздела.

Взяв эту толщину равной четверти длины волны, что при двойном ходе луча делает разность хода между обоими отраженными потоками равной половине длины волны, как это показано на рис. 6.10, получим взаимное гашение обеих отраженных волн. Тогда будет происходить уже не суммирование обоих отраженных потоков, а вычитание, которое при уравнивании абсолютных величин отраженных потоков может теоретически свести потери на отражение к нулю.

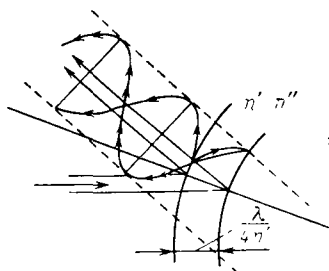


Рис. 6.10. Работа просветляющего слоя

Однако на самом деле при прохождении немонахроматического света обеспечение разности хода в полволны не может быть осуществлено по всему участку спектра, вследствие чего для отдельных частей этого участка не наступит полного взаимного гашения.

Точно так же не всегда показатель преломления промежуточной среды — просветляющей пленки — сможет обеспечить точное равенство обоих отраженных потоков, следствием чего явится опять-таки неполное взаимное гашение.

Снижение величины неполного гашения может быть осуществлено путем перехода к двух- или даже трехслойному просветлению.

Приведем сведения о некоторых наиболее распространенных просветляющих покрытиях.

1. Просветление 63Т — травление поверхности стекла уксусной кислотой:

n	1,5—1,52	1,53—1,55	1,56—1,6	1,61—1,64	1,65—1,7	1,72—1,75
ρ , %	3,0—2,7	2,7—2,3	2,2—2,0	2,0—1,7	1,7—1,4	1,3—1,1

2. Просветление 43P — покрытие из спиртового раствора кремниевого эфира:

n	1,5—1,52	1,53—1,55	1,56—1,6	1,61—1,64	1,65—1,7	1,7—1,75
ρ , %	3,1—2,7	2,7—2,3	2,2—2,0	1,9—1,8	1,6—1,4	1,2—1,0

3. Просветление 24И — нанесение пленки фтористого магния испарением в вакууме:

n	До 1,5	1,55—1,6	1,6—1,65	1,65—1,7	Св. 1,7
ρ , %	1,6	1,4	1,0	0,9	0,6

4. Двухслойное просветление 45P.43P — нанесение пленок из растворов этиловых эфиров ортокремниевой и ортитановой кислот.

В этом случае $\rho = 1,8 \div 2,1\%$ для показателей преломления $n = 1,52 \div 1,6$.

5. Трехслойное просветление 45P.44P.43P.

В этом случае для всех стекол $\rho = 0,5 \div 0,8\%$ в широкой области спектра.

Глава 7

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ
ИЗ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ
СВЕТА

§ 35. Основные определения

Ряд явлений, с которыми приходится сталкиваться при разработке оптических систем, нельзя объяснить, ограничиваясь рамками геометрической — лучевой оптики.

Одним из таких примеров было рассмотренное в предыдущем параграфе явление просветления оптики. Кроме того, без представлений волновой оптики невозможно иметь суждение о разрешающей способности оптической системы и давать точную оценку качества изображения, в том числе глубины изображения, которая при геометрической трактовке существенным образом занижается. Вместе с тем и рассмотрение aberrаций оптических систем более удобно строить, опираясь на представления волновой оптики, т. е. на понятие волновых aberrаций.

Будем исходить из представления источника света — светящейся точки — как источника электромагнитных колебаний. Примем, что эти колебания распространяются в пространстве с течением времени, с определенными скоростями, в различных средах и с различными длинами волн.

Рассматривая некоторую светящуюся точку S , предположим, что колебательный процесс в этой точке может быть описан закономерностью

$$U = a \cos \frac{2\pi t}{T}, \quad (7.1)$$

где U — путь колеблющейся точки; a — амплитуда колебания; T — период колебаний; t — текущая координата — время.

Полагая $t = t_1 = T$; $t_2 = 2T$; $t_3 = 3T$ и т. д., мы будем получать одну и ту же величину U , т. е. одну и ту же фазу колебания.

Вместе с тем, если принять, что колебательный процесс распространяется в пространстве со скоростью c , то за время, равное периоду колебания T , этот процесс распространится на расстояние λ , т. е. на длину волны

$$\lambda = cT. \quad (7.2)$$

Таким образом, если скорость распространения колебательного процесса по всем направлениям будет одинаковой (при его распространении в однородной среде), то на равных расстояниях от источника света S будет наблюдаться одна и та же фаза колебания; иными словами, на сфере, описанной из источника света, как из центра, будет сохраняться одна и та же фаза колебания.

Увеличивая радиус такой сферы на одну и ту же величину — на длину волны, — мы, очевидно, получим новую сферу, на которой тоже будет сохраняться исходная фаза колебания.

Продолжая увеличивать радиусы сфер на целые числа волн, будем получать множество сфер, на которых сохраняется одна и та же фаза. Если положение таких сфер зафиксировать в пространстве, то с течением времени на всех фиксированных сферах в один и тот же момент времени будет протекать идентичный колебательный процесс.

Поверхности, на которых сохраняется одна и та же фаза колебания, фиксируемые в пространстве в один и тот же момент времени, принято называть волновыми поверхностями; в общем случае такие поверхности будут отличны от сфер.

Как мы уже видели, в частном случае распространения волн от точечного

Рис. 7.1. Волновые поверхности

источника колебаний в однородной среде наблюдается семейство сферических поверхностей с общим центром в источнике света. Если колебательный процесс протекает в однородной среде, то нормали к волновым поверхностям можно отождествить с направлениями распространения света, т. е. с лучами света.

Картина распространения световых возмущений в однородном пространстве представлена на рис. 7.1. Кроме хода лучей SA , SB , SC , исходящих из источника света S , здесь показано также расположение нескольких волновых поверхностей, отстоящих друг от друга на длину волны λ .

Если на пути распространения световых колебаний встретится поверхность, отделяющая от первой среды вторую, в которой скорость распространения света будет отличной от скорости света в исходной среде, то на этой поверхности произойдет изменение распространения волн; геометрически это выразится как изменение направлений распространения колебаний, т. е. как изменение направления хода лучей.

Тем не менее и после прохождения света через такую поверхность можно провести через точки пространства, в которых сохраняется одна и та же фаза колебания, ряд волновых поверхностей, также отстоящих друг от друга по своим нормальям на расстояния, равные целым числам волн; но в общем случае волновые поверхности при этом потеряют сферическую форму.

Создавая ту или иную оптическую систему, состоящую из нескольких сферических или несферических преломляющих (или отражающих) поверхностей, удастся в большей или меньшей степени возвратить волновые поверхности к сферической форме и свести их нормали — лучи — в одну и ту же точку, которую мы и будем рассматривать как изображение источника света.

Обращаясь к идеальному случаю, когда все выходящие из системы лучи пересекутся в одной точке и когда волновые поверхности примут сферическую форму, мы встретимся со следующим явлением.

Взяв какую-либо волновую поверхность в пространстве, где расположен источник света, мы видим, что на любом направлении от источника света до этой поверхности должно уложиться одно и то же число волн, например N_1 .

Прослеживая изменение волновых поверхностей через оптическую систему, мы легко убеждаемся в том, что между любыми волновыми поверхностями всегда укладывается одно и то же число волн, так как это вытекает из самого определения понятия о волновой поверхности. Поэтому между любой волновой поверхностью в предметном пространстве и любой волновой поверхностью в пространстве изображений всегда должно сохраняться одно и то же число волн, например N_2 .

Если волновая поверхность после оптической системы приобрела снова сферическую форму, то по всем направлениям до изображения источника света от этой поверхности также должно уложиться одинаковое число волн, например N_3 .

Суммируя числа волн N_1 , N_2 и N_3 , мы получаем число волн между источником света и его изображением

$$N = N_1 + N_2 + N_3, \quad (7.3)$$

которое должно быть одинаковым по всем направлениям распространения света, т. е. вдоль всех лучей, исходивших из источника света и пришедших в точку его изображения. Это положение известно под названием принципа Ферма—Малюса.

Как известно, скорость распространения света в различных средах различна и равна скорости света в пустоте c_0 , деленной на показатель преломления n рассматриваемой среды. Таким образом, можно написать:

$$c_1 = c_0/n_1; \quad c_2 = c_0/n_2 \text{ и т. д.} \quad (7.4)$$

Умножая эти скорости на период колебания T , получаем длины волн для различных сред:

$$\lambda_1 = c_1 T = c_0 T/n_1 = \lambda_0/n_1; \quad \lambda_2 = \lambda_0/n_2 \text{ и т. д.} \quad (7.5)$$

Обратимся к рассмотрению хода какого-либо луча через оптическую систему, складывающегося из нескольких прямолинейных отрезков (косых толщин), ограниченных преломляющими поверхностями системы.

Добавляя к этим отрезкам расстояния от источника света до точки преломления на первой поверхности и от точки преломления на последней поверхности до точки изображения, получим ряд отрезков $l_1, l_2, \dots, l_{m+1}$, вдоль которых распространяется свет в различных преломляющих средах.

Эта картина представлена на рис. 7.2. Зная длины $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m+1}$, можно установить числа волн, укладывающихся на отрезках $l_1, l_2, \dots, l_{m+1}$:

$$N_1 = l_1/\lambda_1; N_2 = l_2/\lambda_2; \dots; N_{m+1} = l_{m+1}/\lambda_{m+1}. \quad (7.6)$$

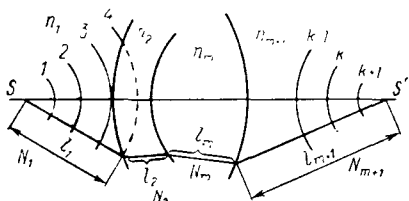


Рис. 7.2. Оптическая длина хода

Суммируя эти числа волн, мы должны получить общее число волн между точкой предмета и ее изображением, остающееся неизменным для всех лучей. Получаем

$$N = \sum_1^{m+1} N_i = \sum_1^{m+1} \frac{l}{\lambda}. \quad (7.7)$$

Но в соответствии с формулой (7.5) формулу (7.7) можно выразить через показатели преломления:

$$N = \sum_1^{m+1} N_i = \frac{1}{\lambda_0} \sum_1^{m+1} n_i l_i = \text{const.} \quad (7.8)$$

Называя произведения показателя преломления n на расстояние l оптической длиной хода, формулу (7.8) можно рассматривать как условие постоянства суммарной оптической длины хода для всех лучей между источником света и его изображением.

В качестве примера использования представлений волновой оптики рассмотрим случай плоско-выпуклой линзы, обращенной плоской стороной к бесконечно удаленной предметной точке на оси линзы (рис. 7.3).

В этом случае на линзу будет падать параллельный пучок лучей или плоская световая волна, перпендикулярная оси системы, превращающаяся после прохождения через линзу в неплоскую поверхность, в первом приближении — в сферу с центром, расположенным в точке заднего фокуса F' .

Составим величину оптической длины хода от первой поверхности линзы до точки F' вдоль оси линзы. Согласно определению оптической длины хода, можно написать

$$\sum n l_0 = n d + R. \quad (7.9)$$

Оптическая длина хода для луча, проходящего через острый край линзы, будет равна

$$\sum n l = l + R, \quad (7.10)$$

так как длина хода луча внутри линзы на ее остром крае равна нулю.

Согласно принципу Ферма—Малюса, выражения (7.9) и (7.10) должны быть равными друг другу:

$$nd + R = l + R, \quad (7.11)$$

откуда

$$l = nd. \quad (7.12)$$

Если показатель преломления n будет больше единицы, то отрезок l будет больше, нежели толщина линзы d . Разность этих величин выразит приближенную величину стрелки поверхности волны

$$\eta = l - d = (n - 1)d. \quad (7.13)$$

Но, с другой стороны, величина стрелки может быть выражена приближенной формулой

$$\eta = h^2/(2R). \quad (7.14)$$

Толщину линзы d можно также рассматривать как стрелку сферической поверхности плоско-выпуклой линзы с радиусом, равным r_2 .

Учитывая отрицательный знак радиуса r_2 , можно написать

$$d = -h^2/(2r_2). \quad (7.15)$$

Сопоставив формулы (7.13)—(7.15), получим

$$\eta = (n - 1)d = \frac{h^2}{2R} = -(n - 1) \frac{h^2}{2r_2}, \quad (7.16)$$

откуда, сократив на $h^2/2$,

$$\frac{1}{R} = -\frac{n-1}{r_2} = \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}, \quad (7.17)$$

что полностью согласуется с величиной силы линзы, определяемой из геометрических соображений.

Этот пример наглядно показывает, что выводы, сделанные из представлений волновой теории света, не расходятся с результатами, полученными на основе геометрической оптики, что позволяет во многих случаях решать ряд вопросов либо одним, либо другим методом; при выборе же того или иного метода целесообразно исходить из их сравнительной простоты.

Обратим внимание на некоторые особенности использования волновых представлений.

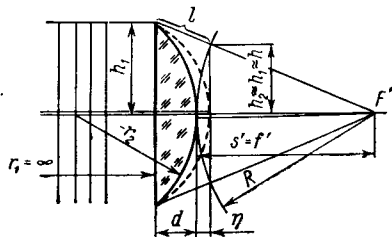


Рис. 7.3. К определению положения изображения на основе волновой теории света

Возвращаясь к рис. 7.3 и сопоставляя чисто геометрически расстояния вдоль оси и вдоль луча, проходившего через острый край линзы, видим, что расстояние вдоль луча оказывается несколько длиннее, нежели вдоль оси; поэтому вдоль луча происходит как бы скачок на величину отрезка, равного величине стрелки волновой поверхности, вышедшей из линзы, через которую и был определен вершинный отрезок $s' = R$.

Обычно не дают каких-либо ограничений для места расположения такого скачка; так, в нашем примере его можно было бы отнести к задней главной плоскости линзы, касательной к ее вершине.

Нам, однако, представляется более целесообразным относить положение начала такого скачка к точке, в которой произошло

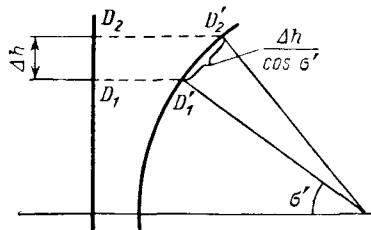


Рис. 7.4. Изменение величины участка волновой поверхности

преломление луча. Нетрудно представить себе, что подобные скачки будут наблюдаться и на других лучах рассматриваемого осевого пучка параллельных лучей.

Соединяя точки окончаний этих отрезков, образуем некоторую поверхность, показанную на рис. 7.3 штриховой линией; преломляющая поверхность линзы, ограничивающая начало отрезков, и заключительная поверхность (штриховая линия) ограничивают область пространства, определяющего скачок для любого из лучей осевого пучка. Подобную область можно рассматривать как эффект работы рассматриваемой плоско-выпуклой линзы.

Второе обстоятельство, на которое следует обратить внимание при оценке работы оптической системы с точки зрения волновой теории света, заключается в следующем.

Ранее, в § 18 [формула (3.58) 1], было получено условие синусов Аббе, выразившееся в том, что при бесконечно удаленной точке на оси системы высота луча — его расстояние от оси — должна быть равна произведению фокусного расстояния и синуса выходного апертурного угла.

Обращаясь к рис. 7.4, на котором представлена картина хода двух близких параллельных лучей при расстоянии между ними, равном Δh , видим, что эти лучи пересекутся с выходной главной сферой в точках D_1' и D_2' , отстоящих друг от друга на расстояние, равное $\Delta h / \cos \sigma'$.

Таким образом, энергия, несомая участком волны шириной, равной Δh , на краю отверстия должна будет распределиться на более широком участке выходящей волны. Вместе с тем вблизи оси системы и на входящей, и на выходящей волновой поверхности соответствующие участки сохранятся равными друг другу. Отсюда вытекает, что энергия, несомая выходной волной, в разных ее участках будет различной.

Совершенно очевидно, что такое различие будет тем меньше, чем меньше величина выходного апертурного угла, определяющего светосилу системы. Поэтому обычно энергетическую неравномерность на поверхности выходящей волны не учитывают, полагая, что величина амплитуды на всей поверхности волны сохраняется постоянной.

§ 36. Волновые aberrации

В идеальном случае предполагается, что волновые поверхности в пространстве изображений восстанавливают сферическую форму и что тогда лучи — нормали к волновым поверхностям — будут пересекаться в одной точке, т. е. выходящие пучки лучей будут гомоцентрическими.

Однако на самом деле такой строгой гомоцентричности не наблюдают; нарушения гомоцентричности рассматривают как геометрические aberrации оптической системы. Совершенно очевидно, что нарушения гомоцентричности могут иметь место лишь при нарушении сферической формы для волновых поверхностей.

Такие отступления реальной волновой поверхности от идеальной сферы — сферы сравнения — принято называть волновыми aberrациями. Волновые aberrации и aberrации геометрические, или лучевые, органически связаны друг с другом; те и другие можно рассматривать как выражения одних и тех же явлений, но представляемых в различной форме.

Рассмотрим работу зонной решетки — развитого случая работы маленького отверстия — стенопа, рисующего изображение без использования линз. У такой решетки оставлены открытыми те зоны, в которых при наблюдении из некоторой точки на оси сохраняется одна и та же фаза колебания, и закрыты те зоны, где фаза колебания будет отличаться от предыдущих на полволны. Казалось бы, что зонная решетка должна быть свободна от каких-либо aberrаций; однако на самом деле, в полном соответствии с практическим опытом, такая решетка будет обладать астигматизмом, аналогичным астигматизму тонкой линзы со зрачком входа, совпадающим с самой линзой, и с фокусным расстоянием, равным фокусному расстоянию зонной решетки.

Величина астигматизма зонной решетки легко определяется при рассмотрении волновых aberrаций; заметим, что, используя только законы геометрической оптики, определить астигматизм было бы невозможно.

Перейдем непосредственно к рассмотрению волновых aberrаций. Обращаясь к рис. 7.5, на котором представлены сечения

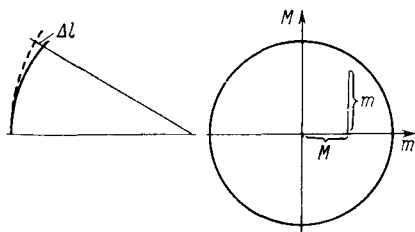


Рис. 7.5. Волновая aberrация

волновой поверхности и сферы сравнения, а также вид на волновую поверхность в направлении оси системы, определим величину волновой абберации как отступление Δl волновой поверхности от сферы сравнения.

Величина волновой абберации в различных участках волновой поверхности будет различной; она может быть представлена некоторой функцией от двух переменных: или координат m и M на волновой поверхности, или угловых координат — апертурных углов σ_t и σ_s луча, проходящего через рассматриваемую точку волновой поверхности, по отношению к главному лучу.

Если рассматривать волновую абберацию Δl как функцию угловых координат σ_t и σ_s , то можно написать

$$\Delta l = \Delta l(\sigma_t, \sigma_s). \quad (7.18)$$

Величины Δl всегда очень малы и не имеют разрывов непрерывности; поэтому функция Δl , будучи непрерывной и дифференцируемой, может быть представлена в виде ряда разложения по степеням обоих апертурных углов σ_t и σ_s .

Если в оптической системе наблюдается симметрия относительно меридиональной плоскости, то в этом случае волновая абберация должна быть четной функцией относительно апертурных углов σ_s .

Первый постоянный член разложения $\Delta l = \Delta l_0$, который может быть назван волновой постоянной, нетрудно исключить, полагая, что сфера сравнения выбрана таким образом, что она пересекает главный луч в вершине волновой поверхности.

Член разложения, в который апертурный угол σ_t входит в первой степени, может быть исключен, если центр сферы сравнения поместить на главном луче — нормали к волновой поверхности; в этом случае волновая поверхность и сфера сравнения будут касательными друг к другу в своих вершинах.

Используя исключение постоянного члена разложения и члена, в который апертурный угол σ_t входит в первой степени, разложение волновой абберации можно начать с членов второй степени и представить в виде

$$\Delta l = A'_t \sigma_t^2 + B' \sigma_t \sigma_s + A'_s \sigma_s^2 + A''_t \sigma_t^3 + B'' \sigma_t^2 \sigma_s + C'' \sigma_t \sigma_s^2 + D'' \sigma_s^3 + \\ + A'''_t \sigma_t^4 + B''' \sigma_t^3 \sigma_s + C''' \sigma_t^2 \sigma_s^2 + D''' \sigma_t \sigma_s^3 + A_s''' \sigma_s^4 + \dots \quad (7.19)$$

В случае существования симметрии относительно меридиональной плоскости апертурные углы σ_s могут входить в разложение волновой абберации лишь в четных степенях. Поэтому выражение (7.19) для волновой абберации системы с меридиональной плоскостью симметрии упрощается:

$$\Delta l = A'_t \sigma_t^2 + A'_s \sigma_s^2 + A'' \sigma_t^4 + C'' \sigma_t^2 \sigma_s^2 + A'''_t \sigma_t^4 + C''' \sigma_t^2 \sigma_s^2 + A_s''' \sigma_s^4 + \dots \quad (7.20)$$

Заметим, что формула (7.20) еще не предусматривает центрированности системы.

Ограничиваясь разложением, содержащим члены разложения не выше четвертой степени, и отбрасывая члены разложения высших степеней, можно выделить три группы членов разложения:

1) два члена $A'_i \sigma_i^2 + A'_s \sigma_s^2 = \Delta I_I$, выражающие астигматизм рассматриваемого пучка лучей;

2) два члена $A''_i \sigma_i^3 + C'' \sigma_i \sigma_s^2 = \Delta I_{II}$, выражающие кому;

3) три члена $A'''_i \sigma_i^4 + C''' \sigma_i^2 \sigma_s^2 + A'''_s \sigma_s^4 = \Delta I_{III}$, выражающие сложную сферическую aberrацию.

Эти три группы членов разложения характеризуют aberrации первого, второго и третьего порядков по отношению к апертурным углам наклонного пучка лучей.

Разложение, сделанное по формуле (7.20), можно было бы развернуть и на члены более высоких порядков — кому четвертого порядка, сферические aberrации пятого порядка и т. д. Однако к таким более высоким членам разложения будем обращаться лишь в некоторых частных случаях.

В приведенное разложение не вошли такие aberrации, как дисторсия и кривизна поля; но их отсутствие не повлияет на рассмотрение структуры наклонного пучка, так как эти aberrации лишь перемещают изображение точки в пространстве.

Если перейти к центрированным системам и рассматривать картину волновой aberrации, получающейся от точки, расположенной на оси системы, то в силу центрированности уже не смогут существовать ни кома, ни астигматизм.

§ 37. Связь между волновыми и геометрическими aberrациями

Ранее уже отмечалось, что и волновые и геометрические aberrации являются различными представлениями одних и тех же явлений; поэтому, так как определение aberrаций удобно производить, опираясь на геометрическое представление aberrаций (разрушение гомоцентричности пучка лучей, ход которых через оптическую систему может быть определен с помощью соответствующих формул геометрической оптики), а глубокую оценку качества изображения (определение частотно-контрастных характеристик) нельзя производить, не располагая знанием волновых aberrаций, возникает задача установления перехода от представления aberrаций в волновой форме к представлению их в геометрической форме и наоборот.

Этот переход, в особенности для не очень больших апертурных углов, не слишком сложен. Следует заметить, что представления aberrаций в геометрической и волновой формах не единственные; в некоторых случаях aberrации могут быть выражены и в другом виде: иногда будем пользоваться радиусами кривых, огибающих пучки лучей, — каустических кривых; в окрестности около оси системы еще довольно часто используют коэффициенты aberrаций третьего порядка — так называемые зейделевские коэффициенты.

Использование радиусов каустик и соответственных коэффициентов бывает выгодно тем, что коэффициенты сохраняются неизменными при изменении апертурных углов, тогда как и геометрические и волновые aberrации будут зависеть от величины этих углов.

Перейдем непосредственно к установлению зависимости между волновыми и геометрическими aberrациями.

Обратимся к рис. 7.6, на котором представлен участок волновой поверхности, ограниченный координатными плоскостями ZOY и ZOX и параллельными им плоскостями P и Q (на рисунке не показаны), проходящими через точку M волновой поверхности с координатами x_1, y_1 и z_1 . Центр сферы сравнения (сфера сравнения на рис. 7.6 не показана) совмещен с началом системы координат. Нормаль к волновой поверхности — луч — пересекает плоскость XOY в точке M_0 с координатами $z_0 = 0, x_0$ и y_0 .

Запишем уравнение волновой поверхности в виде

$$z = f(x, y). \quad (7.21)$$

Рис. 7.6. Связь волновых и геометрических aberrаций

Будем рассматривать плоскость P , проходящую через точку M параллельно плоскости ZOY . Приравнявая в уравнении волновой поверхности текущую координату x величине x_1 , получаем уравнение линии пересечения волновой поверхности с плоскостью P :

$$z = f(y, x = x_1 = \text{const}). \quad (7.22)$$

Равным образом, рассматривая плоскость Q , проходящую через точку M параллельно плоскости ZOX , получаем уравнение линии пересечения волновой поверхности с плоскостью Q :

$$z = f_x(x, y = y_1 = \text{const}). \quad (7.23)$$

Проведем через нормаль MM_0 плоскость, перпендикулярную плоскости ZOY , и плоскость, перпендикулярную плоскости ZOX . Эти две плоскости пересекутся с плоскостью XOY по прямым AM_0 и BM_0 , параллельным координатным осям OX и OY .

Соединив точку M с точками A и B , получим две прямые, лежащие в плоскостях P и Q и являющиеся нормальными к кривым, выраженным уравнениями (7.22) и (7.23).

Соединив точку M с началом координат, получим прямую MO , на которой отложим радиус R сферы сравнения; в случае наличия

волновой aberrации Δl она выразится как расстояние между сферой сравнения и волновой поверхностью.

Таким образом, величину волновой aberrации можно выразить как разность

$$\Delta l = R - \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}. \quad (7.24)$$

Избавляясь от иррациональности в формуле (7.24), получаем

$$(R - \Delta l)^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2. \quad (7.25)$$

С учетом малости величины волновой aberrации формула (7.25) несколько упрощается:

$$R^2 - 2R \Delta l = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2. \quad (7.26)$$

Напишем уравнения нормалей MA и MB , проходящих через точку M и лежащих в плоскостях P и Q .

Согласно правилам аналитической геометрии для касательных, проходящих через точку M , имеем:

$$Z - z_1 = (X - x_1) \frac{\partial f(x, y)}{\partial x}; \quad (7.27)$$

$$Z - z_1 = (Y - y_1) \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \quad (7.28)$$

и, переходя к нормальям,

$$Z - z_1 = -\frac{X - x_1}{\partial f / \partial x}; \quad Z - z_1 = -\frac{Y - y_1}{\partial f / \partial y}. \quad (7.29)$$

Система уравнений (7.29) определяет направление нормали к волновой поверхности в точке M .

Продифференцируем уравнение (7.26) в частных производных по x и по y :

$$-2R \frac{\partial \Delta l}{\partial x} = 2z_1 \frac{\partial z}{\partial x} + 2x_1 = 2z_1 \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + 2x_1; \quad (7.30)$$

$$-2R \frac{\partial \Delta l}{\partial y} = 2z_1 \frac{\partial z}{\partial y} + 2y_1 = 2z_1 \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} + 2y_1. \quad (7.31)$$

Если считать текущую координату $Z = 0$, то координаты x и y переходят в x_0 и y_0 . В соответствии с этим можно написать:

$$x_0 = z_1 \frac{\partial f}{\partial x} + x_1; \quad y_0 = z_1 \frac{\partial f}{\partial y} + y_1. \quad (7.32)$$

Сопоставляя формулы (7.32) с формулами (7.30) и (7.31), видим, что правые части формул (7.32) получаются равными частным производным от волновой aberrации по соответственным координатным осям, умноженным на радиус сферы сравнения R . Таким образом, получаем:

$$x_0 = -R \frac{\partial \Delta l}{\partial x} = \delta G'; \quad y_0 = -R \frac{\partial \Delta l}{\partial y} = \delta g'. \quad (7.33)$$

Величины x_0 и y_0 можно рассматривать как поперечные аберрации, определенные в плоскости, перпендикулярной к главному лучу. Однако обычно поперечные аберрации рассматривают в плоскости, перпендикулярной оси системы. В случае, когда главный луч будет составлять с осью системы полевой угол ω' , меридиональная составляющая поперечной аберрации в плоскости, перпендикулярной оси, будет равна

$$\delta \bar{g}' = \frac{\delta g'}{\cos \omega'} = - \frac{R \partial \Delta l}{\cos \omega' \partial y}; \quad (7.34)$$

величина же сагиттальной составляющей остается неизменной:

$$\delta \bar{G}' = \delta G' = -R \frac{\partial \Delta l}{\partial x}. \quad (7.35)$$

Пользование прямоугольными координатами точки на волновой поверхности имеет некоторые неудобства, так как выбор волновой поверхности делается произвольно; кроме того, затрудняется суммирование аберраций на промежуточном изображении, если будут рассматриваться две системы, стыкуемые по промежуточному изображению.

Этого можно избежать, если от прямоугольных координат перейти к апертурным углам, которые определяются приближенными формулами:

$$\sigma_x \approx x/R; \quad \sigma_y \approx y/R. \quad (7.36)$$

Дифференцируя эти выражения, получаем:

$$\partial x = R \partial \sigma_x; \quad \partial y = R \partial \sigma_y, \quad (7.37)$$

что позволяет привести формулы (7.34) и (7.35) к виду:

$$\delta \bar{g}' = - \frac{\partial \Delta l}{\partial \sigma_y} \frac{1}{\cos \omega'}; \quad \delta \bar{G}' = - \frac{\partial \Delta l}{\partial \sigma_x}. \quad (7.38)$$

При оценке качества изображения телескопических систем, дающих изображение, расположенное в бесконечности, вместо величин поперечных аберраций пользуются аберрациями угловыми; их величину можно получить, определяя углы γ_x и γ_y как отношения поперечных аберраций к радиусу сферы сравнения:

$$\operatorname{tg} \gamma_x = \gamma_x = \frac{\delta G'}{R} = - \frac{\partial \Delta l}{\partial x}; \quad \operatorname{tg} \gamma_y = \gamma_y = \frac{\delta g'}{R} = - \frac{\partial \Delta l}{\partial y}. \quad (7.39)$$

Заметим, что формулы (7.39) являются точными и при замене сферы сравнения на плоскость, тогда как формулы (7.34), (7.35) будут приближенными.

АНАЛИЗ АБЕРРАЦИЙ НАКЛОННОГО ПУЧКА ЛУЧЕЙ

§ 38. Астигматизм

Как отмечалось в § 36, два первых члена разложения, содержащих апертурные углы σ_t и σ_s во вторых степенях, выражают астигматизм.

Рассмотрим картину астигматизма более детально. Обратимся к рис. 8.1, на котором показаны вид на волновую поверхность по направлению оси системы и вид на плоскость изображения.

Выходной зрачок системы предполагается круглым (случай отсутствия виньетирования); поэтому кроме использования в качестве аргументов апертурных углов σ_t и σ_s , располагаемых по прямоугольной системе координат, будем пользоваться также и системой полярных координат — радиус-вектором σ и углом обхода γ с вершиной в начале координат. В соответствии с этим углы σ_t и σ_s будут связаны с углами σ и γ формулами:

$$\sigma_t = \sigma \cos \gamma; \quad \sigma_s = \sigma \sin \gamma; \quad \sigma^2 = \sigma_t^2 + \sigma_s^2. \quad (8.1)$$

Напишем общее выражение для астигматизма в виде волновой aberrации:

$$\Delta l = A'_t \sigma_t^2 + A'_s \sigma_s^2. \quad (8.2)$$

Пользуясь формулами (7.33), определим величины поперечных aberrаций в плоскости, перпендикулярной главному лучу, как частные производные от волновой aberrации по апертурным углам:

$$-\delta g^t = 2A'_t \sigma_t; \quad -\delta G^s = 2A'_s \sigma_s. \quad (8.3)$$

Зная величины поперечных aberrаций для астигматизма, нетрудно получить, согласно рис. 8.2, и величины продольного астигматизма z_t и z_s вдоль главного луча.

Эти величины будут равными отношениям поперечных aberrаций к соответствующим апертурным углам:

$$z_t = \delta g^t / \sigma_t = -2A'_t; \quad z_s = \delta G^s / \sigma_s = -2A'_s. \quad (8.4)$$

Нетрудно видеть, что отрезки z_t и z_s вдоль главного луча будут постоянными для рассматриваемого пучка лучей. Обычно и меридиональную и сагиттальную кривизну поверхности изображения

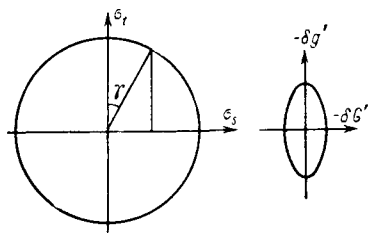


Рис. 8.1. Представление волновой и поперечных aberrаций

оценивают по расстоянию точек меридионального и сагиттального изображений от общей плоскости изображения, перпендикулярной оси системы; эти расстояния $\bar{z}_t$ и $\bar{z}_s$ можно рассматривать как проекции отрезков z_t и z_s на ось системы:

$$\bar{z}_t = z_t \cos \omega'; \quad \bar{z}_s = z_s \cos \omega'. \quad (8.5)$$

Формула (8.2) выражает картину астигматизма в общем виде; для лучшего представления об астигматизме целесообразно рассмотреть наиболее характерные случаи.

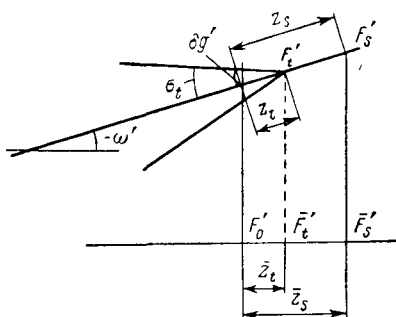


Рис. 8.2. Связь продольного астигматизма с поперечными aberrациями

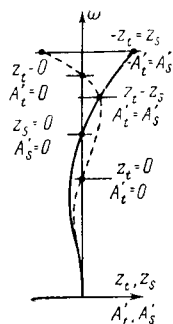


Рис. 8.3. Возможные случаи астигматизма

Строя графики изменения меридиональной и сагиттальной кривизны по полю зрения (рис. 8.3), можно выделить три таких характерных случая.

1. Коэффициент $A'_t = A'_s$. Этот случай дает нам представление не об астигматизме, а о расфокусировке.

2. Один из коэффициентов A'_t или A'_s равен нулю. Этот случай дает представление об астигматизме при расположении одного из изображений — меридионального или сагиттального — на общей плоскости изображения.

3. Оба коэффициента равны друг другу по абсолютной величине, но имеют разные знаки. Этот случай характеризует расположение общей плоскости изображения между точками меридионального и сагиттального изображений.

Перейдем к рассмотрению намеченных случаев.

1-й случай: $A'_t = A'_s$.

Обращаясь к формуле (8.2) и приравнявая в ней $A'_t = A'_s = A'$, получаем

$$\Delta l = A'_t \sigma_t^2 + A'_s \sigma_s^2 = A'^2 (\sigma_t^2 + \sigma_s^2) = A'^2 \sigma^2 \quad (8.6)$$

независимо от угла γ . Поэтому картина волновой aberrации будет центрированной относительно оси системы.

Равным образом величины поперечных aberrаций $\delta g'$ и $\delta G'$ выражаются как

$$\delta g' = -2A'\sigma_t = -2A'\sigma \cos \gamma; \delta G' = -2A'\sigma_s = -2A'\sigma \sin \gamma. \quad (8.7)$$

Возводя величины $\delta g'$ и $\delta G'$ в квадрат и складывая друг с другом, получаем

$$(\delta g')^2 + (\delta G')^2 = 4A'^2\sigma^2 = (\delta g_0')^2 = \text{const}; \quad (8.8)$$

следовательно, и поперечные aberrации при расфокусировке сохраняют центрированность изображения точки.

2-й случай: $A'_s = 0$; $A'_t \neq 0$.

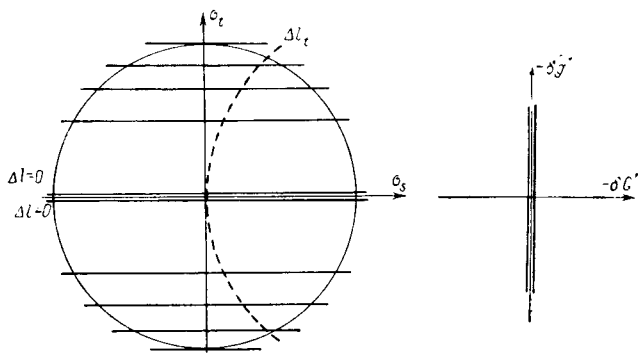


Рис. 8.4. Волновые и поперечные aberrации для астигматизма при совмещении плоскости наводки с сагиттальным изображением

Уравнение волновой aberrации примет вид

$$\Delta l = A'_t \sigma_t^2. \quad (8.9)$$

Из формулы (8.9) следует, что волновая aberrация выразится параболой второго порядка от апертурного угла σ_t независимо от угла σ_s ; поэтому равным значениям угла σ_t будут соответствовать и равные значения волновой aberrации.

Эта зависимость сохранится, очевидно, и вдоль оси апертурных углов σ_t , т. е. вдоль меридионального сечения пучка. Поэтому выражение волновой aberrации (8.9) можно рассматривать как волновую aberrацию вдоль меридионального волнового фронта.

Вдоль оси σ_s , когда меридиональный апертурный угол σ_t будет равен нулю, т. е. вдоль сагиттального волнового фронта, волновая aberrация будет равна нулю.

На рис. 8.4 в системе координатных осей могут быть проведены кривые линии равных волновых aberrаций; в данном случае это будут прямые линии, параллельные оси σ_s .

Поперечные aberrации выразятся для этого случая уравнениями:

$$-\delta g' = 2A'_t \sigma_t; \delta G' = 0. \quad (8.10)$$

Таким образом, фигура рассеяния для рассматриваемого случая выразится отрезком прямой, расположенным вдоль меридиональной плоскости, причем начало и конец отрезка расположатся на равных расстояниях по обе стороны от начала координат — главного луча.

Картина волновых aberrаций (в рассматриваемом случае астигматизма), представленная на рис. 8.4, рассчитана для апертурного угла $\sigma_t = 0,1$ и отрезка $z_t = 2A'_t = 1$ мм. Это соответствует наибольшей поперечной aberrации $\delta g' = \pm 0,1$ мм и наибольшей волновой aberrации $\Delta l = 0,5 \cdot 0,1^2 = 0,005$ мм $\approx 10\lambda$. Картина волновой aberrации для этого случая может быть отождествлена с параболическим цилиндром.

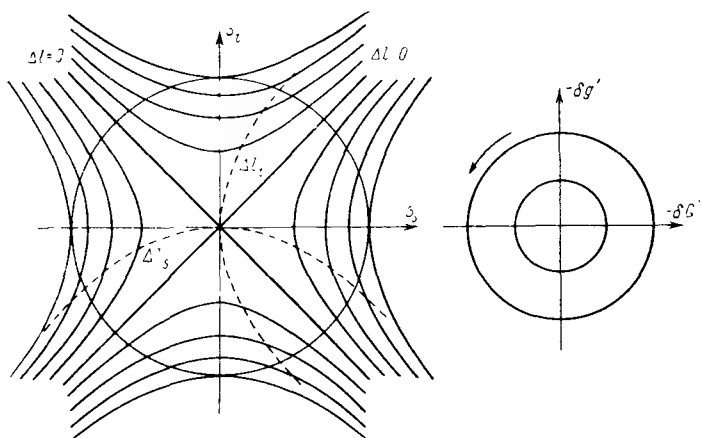


Рис. 8.5. Волновые и поперечные aberrации для астигматизма при размещении плоскости наводки между сагиттальным и меридиональным изображениями

Совершенно очевидно, что, полагая равным нулю коэффициент A'_t , а коэффициент A'_s — не равным нулю, приходим к картине совершенно аналогичной, но повернутой относительно координатных осей на 90° .

3-й случай: $A'_t = -A'_s$.

Общее выражение (8.2) для волновой aberrации может быть разложено на два множителя:

$$\Delta l = A'_t \sigma_t^2 + A'_s \sigma_s^2 = A'_t (\sigma_t^2 - \sigma_s^2) = A'_t (\sigma_t - \sigma_s)(\sigma_t + \sigma_s). \quad (8.11)$$

Каждый из двух множителей, если их приравнять нулю, выразит прямую, проходящую через начало координат под углом 45° к координатным осям. Вдоль этих двух прямых, очевидно, волновая aberrация сохраняется равной нулю.

Задавая волновой aberrации значения, отличные от нуля, положительные или отрицательные, мы получим два семейства гипербол, расположенных между прямыми нулевых волновых aberrаций как между асимптотами.

В этом случае сагиттальный волновой фронт уже не будет равен нулю; волновые aberrации вдоль сагиттального волнового фронта будут одинаковыми по абсолютной величине с волновыми aberrациями по меридиональному волновому фронту, но будут иметь разные знаки.

Поперечные aberrации для этого случая будут выражены формулами:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 2A'_t \sigma_t = 2A'_t \sigma \cos \gamma; \\ -\delta G' &= 2A'_t \sigma_s = -2A'_t \sigma \sin \gamma, \end{aligned} \right\} \quad (8.12)$$

из которых видно, что фигура рассеяния при круговом обходе лучом по контуру зрачка явится окружностью, но, в отличие от случая простой расфокусировки, движение по окружности фигуры рассеяния будет происходить в обратном направлении к движению луча по контуру выходного зрачка.

Картина волновых aberrаций для этого случая, представляющая собой седлообразную поверхность, и фигура рассеяния в плоскости изображения представлены на рис. 8.5.

§ 39. Кома

Переходя к рассмотрению комы, у которой, как и у астигматизма, существуют два независимых друг от друга коэффициента A'' и C'' , целесообразно проследить вначале возможный характер изменения обоих коэффициентов по полю зрения.

С этой целью построим график изменения коэффициентов комы в зависимости от полевого угла или величины изображения (рис. 8.6). Штриховой линией показано изменение коэффициента A'' , а сплошной линией — коэффициента C'' .

В окрестности около оси системы обе кривые предполагаются совпадающими друг с другом; это объясняется тем, что в этой области существует лишь один независимый коэффициент комы, через который выражается и меридиональная и сагиттальная кома. Рассматривая график изменения комы по полю зрения, нетрудно представить себе, что обе кривые для обоих коэффициентов могут пересечь ось ординат в разных точках; поэтому могут существовать раздельно два случая, когда каждый из коэффициентов комы будет по отдельности равен нулю.

Между этими двумя точками коэффициенты комы будут иметь разные знаки и могут иметь разные соотношения; до и после точек равенства нулю одного и другого коэффициентов комы они будут иметь одинаковые знаки и тоже могут иметь любые соотношения.

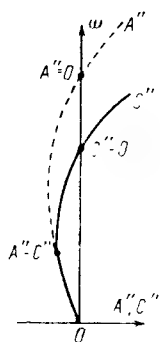


Рис. 8.6. Возможные случаи комы

Это позволяет выделить следующие характерные случаи комы:

- 1) $A'' = C''$;
- 2) $A'' = 0$; $C'' \neq 0$;
- 3) $C'' = 0$; $A'' \neq 0$;
- 4) $A'' = -C''$;
- 5) $A'' : C'' > 1$;
- 6) $A'' : C'' < 1$.

Напишем общее выражение для волновой комы:

$$\Delta l_{II} = A'' \sigma_t^3 + C'' \sigma_t \sigma_s^2 = (A'' \sigma_t^2 + C'' \sigma_s^2) \sigma_t. \quad (8.13)$$

В этой формуле апертурный угол σ_t , входящий в оба члена разложения, может быть вынесен за общую скобку; поэтому при $\sigma_t = 0$ волновая абберация также становится равной нулю вдоль оси σ_s — сагиттального волнового фронта.

Второй множитель при коэффициентах одного и того же знака не обращается в нуль ни при каких значениях σ_t и σ_s , кроме их одновременного равенства нулю.

Наоборот, если коэффициенты A'' и C'' имеют разные знаки, то двучлен в скобках может быть разложен на два множителя первой степени

$$\sqrt{A''} \sigma_t \pm \sqrt{C''} \sigma_s. \quad (8.14)$$

Приравнивая их нулю, получаем два линейных уравнения, выражающих две прямые, пересекающиеся друг с другом в начале координат, вдоль которых волновая абберация становится равной нулю.

Перейдем к рассмотрению намеченных случаев.

1-й случай: $A'' = C''$.

Напишем общее выражение для волновой абберации:

$$\Delta l = A'' (\sigma_t^2 + \sigma_s^2) \sigma_t. \quad (8.15)$$

Полагая $\sigma_s = 0$, находим, что вдоль меридионального волнового фронта волновая абберация будет изменяться по уравнению третьей степени относительно угла σ_t , т. е. будет являться параболой третьей степени.

Точки кривых равных волновых аббераций легко определяются из уравнения

$$\sigma_s = \pm \sqrt{\frac{\Delta l}{A'' \sigma_t} - \sigma_t^2}. \quad (8.16)$$

Из этого уравнения видно, что при заданном значении Δl углы σ_t будут иметь наибольшую величину, когда $\sigma_s = 0$; кроме того, кривые равных волновых аббераций при уменьшении σ_t будут приближаться к оси абсцисс как к асимптоте.

Дифференцируя выражение для волновой aberrации в частных производных, получаем величины поперечных aberrаций $\delta g'$ и $\delta G'$:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= \frac{\partial \Delta l_{II}}{\partial \sigma_t} = (3\sigma_t^2 + \sigma_s^2) A''; \\ -\delta G' &= \frac{\partial \Delta l_{II}}{\partial \sigma_s} = 2A'' \sigma_t \sigma_s. \end{aligned} \right\} \quad (8.17)$$

Заменяя апертурные углы σ_t и σ_s через полярные координаты σ и γ , находим:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= (3 \cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma) A'' \sigma^2; \\ -\delta G' &= 2A'' \sigma^2 \sin \gamma \cos \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

При переходе к тригонометрическим функциям двойного угла γ формулы (8.18) преобразуются:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= (\cos 2\gamma + 2) A'' \sigma^2; \\ -\delta G' &= A'' \sigma^2 \sin 2\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.19)$$

Формулы (8.19) выражают окружность со смещением центра, равным $2A''\sigma^2$, и радиусом R , равным $A''\sigma^2$.

При однократном обходе лучом по контуру выходного зрачка полученная окружность на фигуре рассеяния будет обойдена лучом дважды. Кроме того, по мере уменьшения угла σ радиус данной окружности фигуры рассеяния будет уменьшаться по квадратичному закону и по тому же закону будет уменьшаться смещение центра двойной окружности.

Семейство двойных окружностей будет обладать общими касательными, проходящими через начало координат и составляющими с осью ординат углы по 30° .

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния для этого случая комы представлены на рис. 8.7.

2-й случай: $A'' = 0$; $C'' = 0$.

Выражение для волновой aberrации принимает следующий вид:

$$\Delta l_{II} = C'' \sigma_s^2 \sigma_t. \quad (8.20)$$

Из формулы (8.20) следует, что волновая aberrация будет равна нулю при равенстве нулю либо апертурного угла σ_t , либо угла σ_s ; таким образом, волновая aberrация вдоль обоих волновых фронтов будет равной нулю. Однако если оба апертурных угла не будут равны нулю, то и волновая aberrация тоже не будет равна нулю.

Задавая волновой aberrации те или иные значения, будем получать кривые равных волновых aberrаций, которые можно представить в виде

$$\sigma_t = \frac{\Delta l_{II}}{C'' \sigma_s^2}. \quad (8.21)$$

Из формулы (8.21) следует, что при изменении знака у апертурного угла σ_t должно происходить изменение знака и у волновой aberrации.

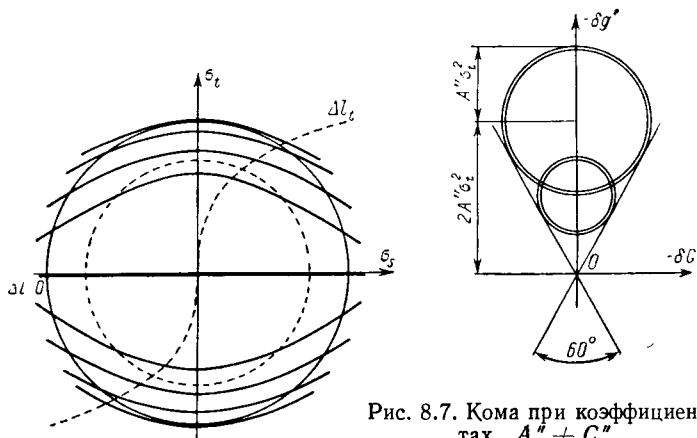


Рис. 8.7. Кома при коэффициентах $A'' \neq C''$

Характер кривых равных волновых aberrаций будет напоминать характер равнобоковых гипербол: кривые равных волновых aberrаций будут иметь своими асимптотами координатные оси; но

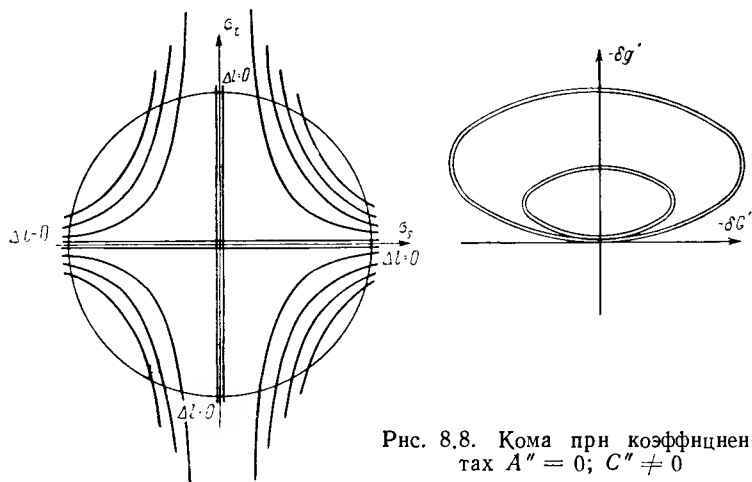


Рис. 8.8. Кома при коэффициентах $A'' = 0; C'' \neq 0$

эти кривые будут ближе примыкать к оси абсцисс, нежели к оси ординат.

Переходя к поперечным aberrациям, получаем:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= C'' \sigma_s^2 = C'' \sigma^2 \sin^2 \gamma = \frac{C''}{2} \sigma^2 (1 - \cos 2\gamma); \\ -\delta G' &= 2C'' \sigma_s \sigma_t = C'' \sigma^2 \sin 2\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.22)$$

Рассматривая выражения (8.22), видим, что фигура рассеяния будет получаться в виде эллипса с большой полуосью, равной $C''\sigma^2$, направленной параллельно оси абсцисс на расстоянии от нее $(C''/2)\sigma^2$; малая полуось эллипса тоже будет равна $(C''/2)\sigma^2$; таким образом, эллипс фигуры рассеяния будет касаться оси абсцисс. При однократном обходе лучом по контуру зрачка выхода эллипс будет обегаться лучом дважды; кроме того, эллипс будет расположен с той же стороны от оси абсцисс, что и двойные окружности, рассмотренные в предыдущем случае.

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния для этого вида комы представлены на рис. 8.8.

В случае уменьшения апертурного угла все эллипсы при уменьшении своих полуосей по-прежнему будут касательными к оси абсцисс. Поэтому угол между касательными, проведенными к эллипсам из начала координат, можно считать равным 180° .

3-й случай: $C'' = 0$; $A'' \neq 0$.

Выражение для волновой aberrации принимает вид

$$\Delta l_{II} = A''\sigma_i^3, \quad (8.23)$$

и картина постоянных значений волновых aberrаций представится в виде семейства прямых линий, параллельных оси абсцисс, напоминая картину астигматизма при равенстве коэффициента A'' нулю; однако картина комы будет отличаться от картины астигматизма тем, что знаки волновой aberrации по обе стороны от сагиттального волнового фронта будут разными, тогда как для картины астигматизма они были одинаковыми.

Вдоль меридионального волнового фронта волновая aberrация для комы будет выражаться параболой третьей степени, тогда как для астигматизма она выражалась параболой второй степени.

Дифференцируя формулу (8.23), получаем поперечные aberrации для комы:

$$-\delta g'' = 3A''\sigma_i^2; \quad \delta G'' = 0. \quad (8.24)$$

Как следует из формулы (8.24), фигура рассеяния для этого случая комы преобразуется в отрезок прямой, расположенный вдоль оси σ_i по одну сторону от начала координат — главного луча; при обходе по контуру зрачка луч будет пробегать этот отрезок четыре раза.

По внешнему виду фигура рассеяния для такой комы будет напоминать фигуру рассеяния для астигматизма; однако при уменьшении величины апертурного угла σ_i отрезки, выражающие кому, все время будут одним концом совпадать с началом координат; поэтому отрезок, выражающий кому, будет более освещенным вблизи начала координат. Кроме того, осуществляя перефокусировку, мы не сможем отыскать для комы фигуры рассеяния в виде отрезка в сагиттальном направлении, как это имело место для астигматизма.

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния для этого вида комы представлены на рис. 8.9.

4-й случай: $A'' = -C''$.

Выше уже указывалось, что при разных знаках у коэффициентов комы ее общее выражение распадается на три множителя первой степени; каждый из них определяет прямую, проходящую через начало координат; вдоль этих прямых волновые aberrации будут получаться равными нулю.

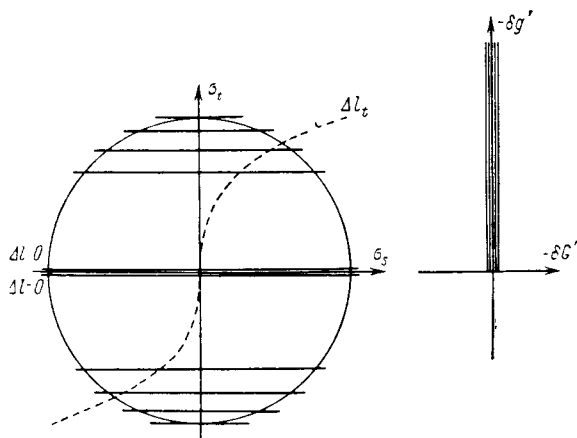


Рис. 8.9. Кома при коэффициентах $C'' = 0$; $A'' \neq 0$

Одной из прямых явится, как и ранее, направление оси абсцисс; две другие прямые составят между собой и осью ординат углы, тангенсы которых, согласно формуле (8.14), будут равными

$$\operatorname{tg} \gamma = \pm \sqrt{A''/C''}. \quad (8.25)$$

Особый интерес представляет случай, когда углы между всеми тремя направлениями, вдоль которых волновые aberrации получаются равными нулю, составят 60° .

Этому случаю соответствует условие $\gamma = \pm 30^\circ$, т. е.

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} 30^\circ = \pm \sqrt{A''/C''} = \sqrt{3}/3. \quad (8.26)$$

Отсюда соотношение коэффициентов A'' и C'' выразится как

$$C'' = -3A''. \quad (8.27)$$

При соблюдении соотношения (8.27) выражение для волновой aberrации принимает вид

$$\Delta l_{\Pi} = A'' \sigma_t^3 - 3A'' \sigma_t \sigma_s^2. \quad (8.28)$$

Картина волновых aberrаций представляет собой шесть секторов; внутри них располагаются кривые равных волновых aberrаций, являющиеся гиперболами с асимптотами, вдоль которых

волновые aberrации становятся равными нулю. Знаки волновой aberrации будут чередоваться в соседних секторах.

Дифференцируя формулу (8.28), получим выражения для поперечных aberrаций:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 3(\sigma_t^2 - \sigma_s^2) A'' = 3A'' \sigma^2 \cos 2\gamma; \\ -\delta G' &= -6A'' \sigma_t \sigma_s = -3A'' \sigma^2 \sin 2\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.29)$$

Из формул (8.29) видно, что фигурой рассеяния для комы в рассматриваемом случае явится окружность с центром в начале координат; при обходе лучом по контуру зрачка окружность фигуры

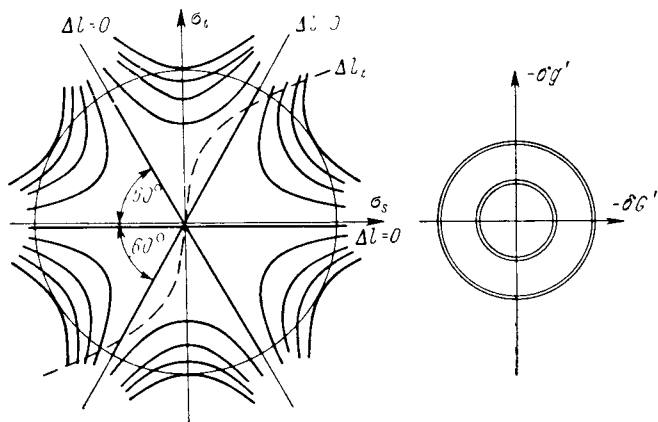


Рис. 8.10. Кома при коэффициентах $A'' = -C''$

рассеяния будет обегаться дважды и направление движения обегającego луча будет противоположным его направлению вдоль контура зрачка.

При уменьшении апертурного угла σ двойные окружности сохраняют положение своих центров в начале координат; поэтому вся фигура рассеяния в целом сохранит свою центрированность вокруг главного луча, напоминая картину простой расфокусировки. Однако эта картина в сочетании с расфокусировкой потеряет свою центрированность.

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния для этого случая представлены на рис. 8.10.

5-й случай: $A'' : C'' > 1$.

Такой случай должен быть расположен между 1-м и 3-м случаями. Сопоставляя их, нетрудно себе представить, что кривые волновых aberrаций должны будут по отношению к случаю простой комы постепенно распрямляться, а окружности в фигуре рассеяния переходить в эллипсы с большой осью, совпадающей с осью ординат.

Картина волновых aberrаций для отношения $A'' : C'' = 2$ представлена на рис. 8.11.

6-й случай: $A'' : C'' < 1$.

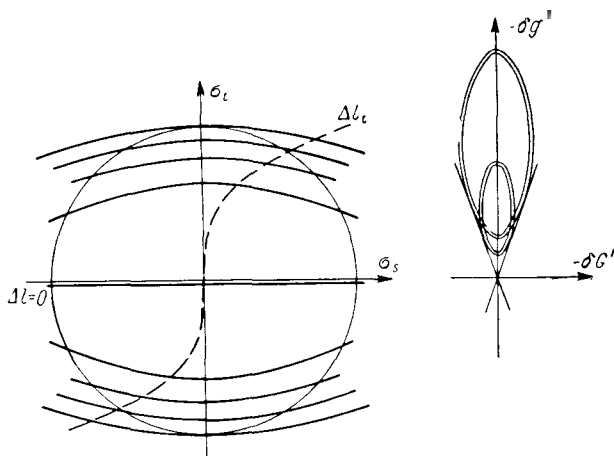


Рис. 8.11. Кома при коэффициентах $A'' : C'' = 2$

Кривые равных волновых aberrаций вдоль меридионального волнового фронта будут отходить дальше от оси абсцисс, нежели для случая простой комы; фигура рассеяния представится в виде

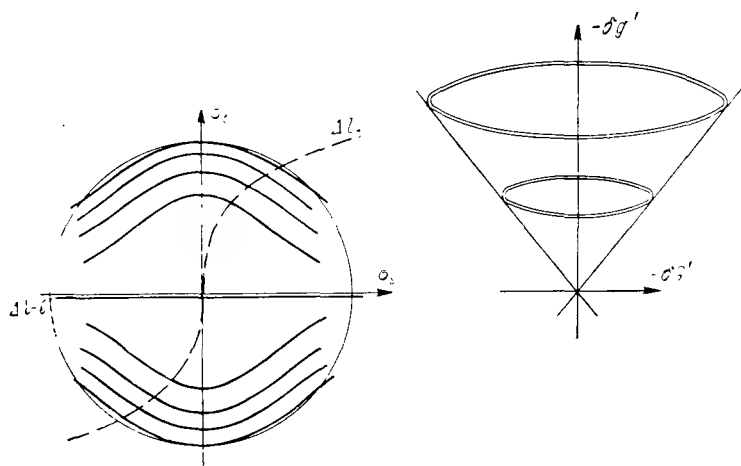


Рис. 8.12. Кома при коэффициентах $A'' : C'' = 1/2$

эллипсов, большая ось которых будет направлена параллельно оси абсцисс, и сами эллипсы будут приближаться к этой оси.

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния для этого случая при отношении $A'' : C'' = 1/2$ представлены на рис. 8.12.

§ 40. Сферическая абберация

Сферическая абберация в наклонном пучке лучей представляется тремя независимыми друг от друга коэффициентами четвертого порядка по апертурным углам. Общее выражение для волновой сферической абберации будет иметь вид

$$\Delta l_{III} = A_t''' \sigma_t^4 + C''' \sigma_t^2 \sigma_s^2 + A_s''' \sigma_s^4. \quad (8.30)$$

Сразу же можно выделить две группы сочетаний коэффициентов: первая группа будет сохранять крестообразную симметрию картин волновой и поперечных аббераций; во вторую же группу можно отнести все остальные случаи.

Первая группа сочетаний определяется равенством коэффициентов при четвертых степенях апертурных углов σ_t и σ_s : $A_t''' = A_s'''$; вторая же группа сочетаний будет определяться неравенством этих коэффициентов.

Обращаясь к первой группе сочетаний, можно построить график изменения коэффициентов $A_t''' = A_s'''$ и C''' .

Для графиков изменения всех трех коэффициентов сферической абберации характерно:

$$A_t''' = A_s''' = C'''/2, \quad (8.31)$$

определяющее центрированность сферической абберации.

Действительно, обращаясь к общему выражению для волновой сферической абберации и вынося за скобку общий множитель A_t''' , получим

$$\begin{aligned} \Delta l_{III} &= A_t''' \sigma_t^4 + C''' \sigma_t^2 \sigma_s^2 + A_s''' \sigma_s^4 = A_t''' (\sigma_t^4 + 2\sigma_t^2 \sigma_s^2 + \sigma_s^4) = \\ &= A_t''' (\sigma_t^2 + \sigma_s^2)^2 = A_t''' \sigma^4. \end{aligned} \quad (8.32)$$

Графики изменения коэффициентов сферической абберации по полю при соблюдении крестообразной симметрии, представленные на рис. 8.13, а, дают следующие наиболее характерные соотношения:

- 1) $A_t''' = A_s''' = C''' : 2$;
- 2) $C''' = 0$; $A_t''' = A_s''' \neq 0$;
- 3) $C''' = -2A_t''' = -2A_s'''$;
- 4) $A_t''' = A_s''' = 0$; $C''' \neq 0$;
- 5) $C''' = -6A_t''' = -6A_s'''$.

Группа сочетаний коэффициентов, не обладающих крестообразной симметрией, может быть получена из предыдущей группы путем нарушения равенства между коэффициентами A_t''' и A_s''' ; здесь можно выделить равенства одного из коэффициентов A_t''' или A_s''' нулю, а также наличие разных знаков у коэффициентов A_t''' и A_s''' при равенстве их по абсолютной величине.

Например, задавая значение $A_s''' = 0$, получаем следующие четыре сочетания:

$$6) 2A_t''' = C'''; A_s''' = 0;$$

$$7) A_t''' = 0; C''' = A_s''' = 0;$$

$$8) 2A_t''' = -C'''; A_s''' = 0;$$

$$9) 6A_t''' = -C'''; A_s''' = 0.$$

Задавая равенство $A_t''' = -A_s'''$, находим еще три сочетания коэффициентов:

$$10) 2A_t''' = C''' = -2A_s''';$$

$$11) A_t''' = -A_s'''; C''' = 0;$$

$$12) 6A_t''' = -C''' = -6A_s'''.$$

Несколько меньшие числа сочетаний объясняются повторяемостью при повороте картин на 90° .

Графики изменения коэффициентов сферической aberrации, не обладающих крестообразной симметрией, представлены на рис. 8.13, б, в.

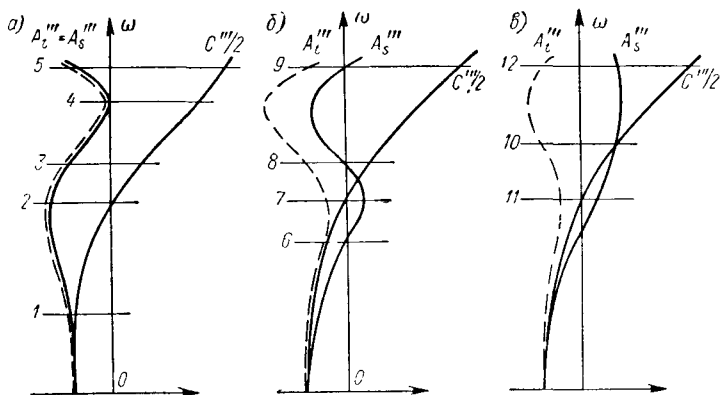


Рис. 8.13. Возможные сочетания коэффициентов полевой сферической aberrации

Перейдем к непосредственному рассмотрению намеченных сочетаний.

1-е сочетание: $A_t''' = A_s''' = C''' : 2$.

Полученная ранее формула (8.32) для волновой сферической aberrации показала, что выбранное соотношение коэффициентов обеспечивает центрированность волновой aberrации.

Дифференцируя эту формулу в частных производных, получаем:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' \sigma_t^3 + 4A_t''' \sigma_t \sigma_s^2 = 4A_t''' (\sigma_t^2 + \sigma_s^2) \sigma_t = 4A_t''' \sigma^3 \cos \gamma; \\ -\delta G' &= 4A_t''' \sigma_t^2 \sigma_s + 4A_t''' \sigma_s^3 = 4A_t''' (\sigma_t^2 + \sigma_s^2) \sigma_s = 4A_t''' \sigma^3 \sin \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.33)$$

Из формул (8.33) следует, что и для поперечных aberrаций будет иметь место центрированность вокруг главного луча. Волновая aberrация вдоль меридионального и вдоль сагиттального

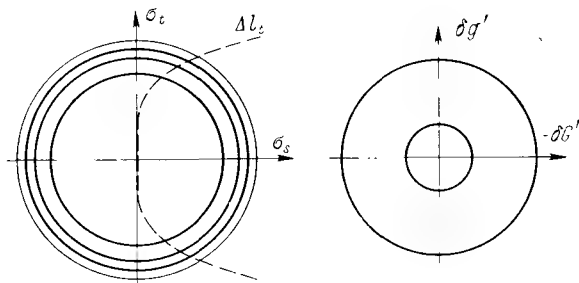


Рис. 8.14. Сферическая aberrация при коэффициентах
 $A_t''' = A_s''' = C''' : 2$

волновых фронтов будет одинаковой и выразится параболой четвертой степени.

Картина равных волновых aberrаций и фигура рассеяния для этого случая представлены на рис. 8.14.

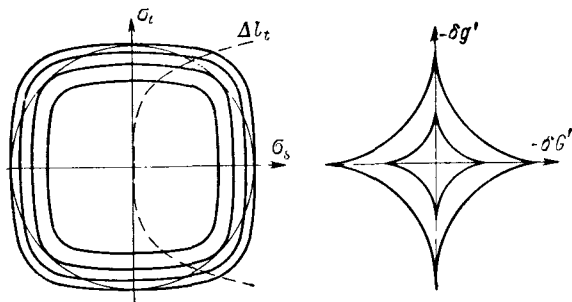


Рис. 8.15. Сферическая aberrация при коэффициентах
 $C''' = 0; A_t''' = A_s''' \neq 0$

2-е сочетание: $C''' = 0; A_t''' = A_s''' \neq 0$.

В этом случае общее выражение для волновой aberrации определится формулой

$$\Delta l_{II} = A_t''' \sigma_t^4 + A_s''' \sigma_s^4 = A_t''' (\sigma_t^4 + \sigma_s^4). \quad (8.34)$$

Поперечные aberrации примут следующие значения:

$$-\delta g' = 4A_t''' \sigma_t^3; \quad -\delta G' = 4A_s''' \sigma_s^3. \quad (8.35)$$

Картина равных волновых aberrаций и фигура рассеяния для этого случая представлены на рис. 8.15.

3-е сочетание: $C''' = -2A_t''' = -2A_s'''$.

Волновая сферическая aberrация выражается уравнением

$$\Delta l_{\text{III}}'' = A_t''' (\sigma_t^4 - 2\sigma_t^2\sigma_s^2 + \sigma_s^4) = A_t''' (\sigma_t^2 - \sigma_s^2)^2. \quad (8.36)$$

Формула (8.36) показывает, что в этом случае для волновой aberrации выражение в скобках разлагается на четыре множителя, попарно равных друг другу. Приравнявая эти множители нулю, получаем двойные прямые, вдоль которых волновые aberrации становятся равными нулю; эти прямые проходят через начало координат под углами 45° к координатным осям.

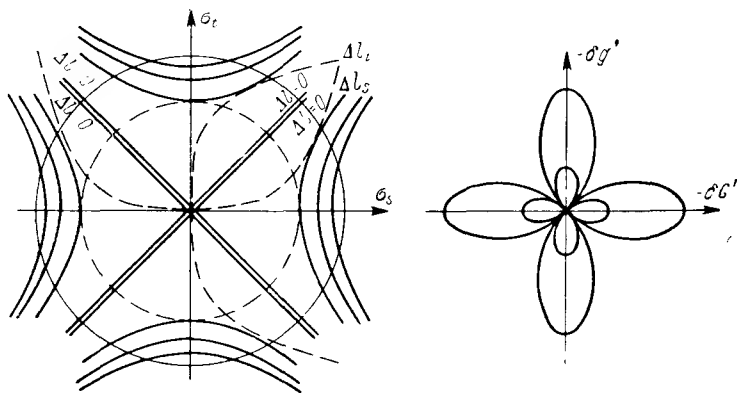


Рис. 8.16. Сферическая aberrация при коэффициентах $C''' = -2A_t''' = -2A_s'''$

Расположение прямых нулевых волновых aberrаций внешне похоже на картину астигматизма при равенстве коэффициентов $A_t' = -A_s'$ (рис. 8.5); но для случая сферической aberrации отличие заключается в том, что волновая aberrация во всех четырех секторах волновой поверхности сохраняет один и тот же знак (в случае астигматизма знаки по секторам чередовались) и что вдоль обоих волновых фронтов волновая aberrация имеет один и тот же знак и выражается параболой четвертой степени.

Дифференцируя выражение волновой aberrации в частных производных, получаем величины поперечных aberrаций:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' \sigma^3 \cos 2\gamma \cos \gamma; \\ -\delta G' &= 4A_t''' \sigma^3 \cos 2\gamma \sin \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.37)$$

Картина волновых aberrаций представлена на рис. 8.16. Обращает на себя внимание, что кривые равных волновых aberrаций выражаются кривыми, похожими на равнобочные гиперболы второго порядка, асимптотически приближающимися к прямым нулевым волновых aberrаций; фигура рассеяния представится кривой с че-

тырьмя лепестками, направленными по координатным осям, причем в каждом лепестке кривая дважды проходит через начало координат.

4-е сочетание: $A_t''' = A_s''' = 0$; $C''' \neq 0$.

Общее выражение волновой аберрации представится уравнением

$$\Delta l_{III} = C''' \sigma_t^2 \sigma_s^2. \quad (8.38)$$

Характерно, что в этом случае вдоль меридионального и сагитального волновых фронтов волновая аберрация получается равной нулю; однако вне координатных осей волновая аберрация уже не будет равна нулю. Кривые равных волновых аберраций будут напоминать характер гипербол, у которых асимптотами служат оси координат.

Картина волновых аберраций будет соответствовать предыдущему случаю, но повернутому на 45° относительно координатных осей. Это свойство нетрудно проверить, осуществляя аналитически поворот координатных осей.

Совершенно очевидно, что вместе с поворотом картины волновых аберраций произойдет и поворот фигуры рассеяния, поэтому не будем делать специального рисунка.

5-е сочетание: $C''' = -6A_t''' = -6A_s'''$.

Общее выражение волновой сферической аберрации будет иметь вид

$$\Delta l_{III} = A_t''' (\sigma_t^4 - 6\sigma_t^2 \sigma_s^2 + \sigma_s^4). \quad (8.39)$$

Решая это биквадратное уравнение для случая $\Delta l_{III} = 0$, получаем

$$\sigma_t^2 = -3\sigma_s^2 \pm \sqrt{9\sigma_s^4 - \sigma_s^4} = (3 \pm 2\sqrt{2}) \sigma_s^2 \quad (8.40)$$

и, извлекая квадратный корень,

$$\sigma_t = \pm \sigma_s \sqrt{3 \pm 2\sqrt{2}} = \pm (1 \pm \sqrt{2}) \sigma_s. \quad (8.41)$$

Из формулы (8.41) следует, что прямые, вдоль которых волновая аберрация становится равной нулю, образуют с координатными осями углы, тангенсы которых составляют $\pm (1 \pm \sqrt{2})$, что соответствует самим углам, равным $\pm 22^\circ 30'$ и $\pm 67^\circ 30'$. Эти четыре прямые разделят волновую поверхность на восемь равных секторов; знаки для волновой аберрации в соседних секторах будут чередоваться.

Дифференцируя выражение для волновой аберрации по апертурным углам, получаем выражения для поперечных аберраций:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= A_t''' (4\sigma_t^3 - 12\sigma_t \sigma_s^2) = 4A_t''' (\sigma_t^2 - 3\sigma_s^2) \sigma_t; \\ -\delta G' &= A_t''' (-12\sigma_t^2 \sigma_s + 4\sigma_s^3) = -4A_t''' (3\sigma_t^2 - \sigma_s^2) \sigma_s. \end{aligned} \right\} \quad (8.42)$$

При переходе к полярным координатам формулы (8.42) преобразуются:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' \sigma^3 (\cos^2 \gamma - 3 \sin^2 \gamma) \cos \gamma; \\ -\delta G' &= -4A_t''' \sigma^3 (3 \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma) \sin \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.43)$$

Эти формулы могут быть выражены через тройные углы:

$$-\delta g' = 4A_t''' \sigma^3 (\cos 2\gamma - 2 \sin^2 \gamma) \cos \gamma = 4A_t''' \sigma^3 (\cos 2\gamma \cos \gamma - \sin 2\gamma \sin \gamma) = 4A_t''' \sigma^3 \cos 3\gamma; \quad (8.44)$$

$$-\delta G' = -4A_t''' \sigma^3 \sin 3\gamma. \quad (8.45)$$

Из формул (8.44) и (8.45) следует, что фигура рассеяния в этом случае сферической аберрации представится окружностью, которая при однократном обходе лучом по контуру выходного зрачка будет трижды обходить лучом на фигуре рассеяния в обратном направлении.

Картина волновых аберраций и фигура рассеяния представлены на рис. 8.17.

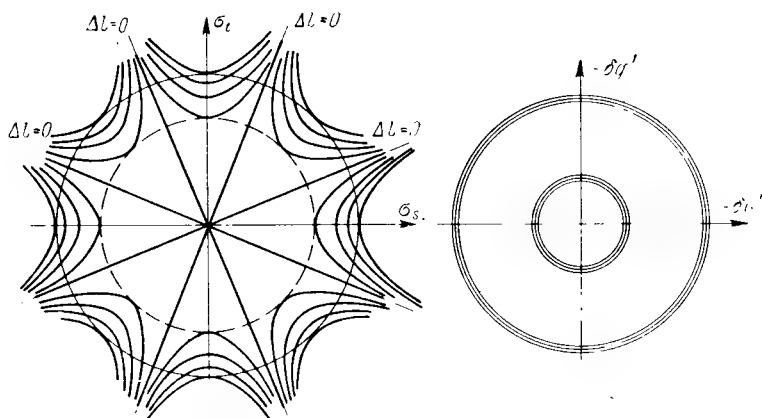


Рис. 8.17. Сферическая аберрация при коэффициентах $C'' = -6A_t''' = -6A_s'''$

Перейдем к рассмотрению группы случаев без крестообразной симметрии.

6-е сочетание: $2A_t''' = C'''$; $A_s''' = 0$.

Выражение для волновой сферической аберрации принимает вид

$$\Delta l_{III} = A_t''' \sigma_t^2 (\sigma_t^2 + 2\sigma_s^2). \quad (8.46)$$

В случае равенства $\sigma_t = 0$ волновая аберрация вдоль сагитального волнового фронта становится равной нулю; картина равных волновых аберраций будет напоминать картину простой

комы. Отличием сферической аберрации от комы будут одинаковые знаки у волновой аберрации по обе стороны от оси абсцисс.

После дифференцирования уравнения волновой аберрации в частных производных получим формулы для поперечных аберраций:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' (\sigma_t^2 + \sigma_s^2) \sigma_t = 4A_t''' \sigma^3 \cos \gamma; \\ -\delta G' &= 4A_t''' \sigma_t^2 \sigma_s = 4A_t''' \sigma^3 \cos^2 \gamma \sin \gamma, \end{aligned} \right\} \quad (8.47)$$

Графически фигура рассеяния для поперечных аберраций примет форму восьмерки и будет напоминать двустороннюю кому.

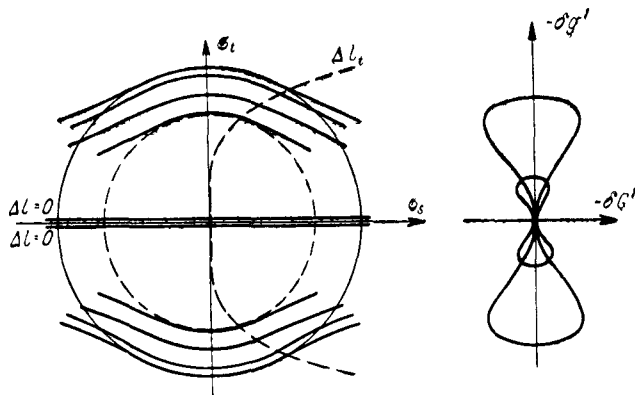


Рис. 8.18. Сферическая аберрация при коэффициентах $A_s''' = 0$; $2A_t''' = C'''$

Сопоставляя картины для волновой аберрации и фигуры рассеяния, представленные на рис. 8.18, с картинами для случая простой сферической аберрации (рис. 8.14), видим, что в рассматриваемом случае картина волновой аберрации характеризуется удалением в бесконечность кривых равных волновых аберраций вдоль оси σ_s и сжатием фигуры рассеяния в том же направлении.

Подобная сложная сферическая аберрация, но только повернутая на 90° , наблюдалась при разработке объектива «Руссар-63», фигура рассеяния которого для полевого угла $\omega = 48^\circ 30'$ представлена на рис. 8.19.

7-е сочетание: $A_t''' \neq 0$; $C''' = A_s''' = 0$.

В этом случае уравнение для волновой аберрации принимает вид

$$\Delta l_{III} = A_t''' \sigma_t^4 \quad (8.48)$$

и уравнения для поперечных аберраций:

$$-\delta g' = 4A_t''' \sigma_t^3; \quad -\delta G' = 0. \quad (8.49)$$

Картина равных волновых aberrаций представится в виде семейства прямых линий, параллельных оси абсцисс; отличие такого вида сферической aberrации от аналогичных случаев астигматизма и комы будет заключаться в том, что волновая aberrация вдоль меридионального волнового фронта будет являться парабо-

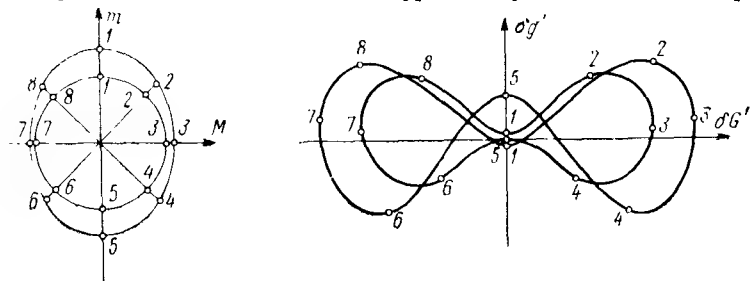


Рис. 8.19. Фигура кружка рассеяния для объектива «Руссар-63»

лой четвертой степени, фигура же рассеяния явится отрезком прямой, совпадающим с осью ординат; при обходе по контуру зрачка этот отрезок будет пробегаться лучом шесть раз.

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния представлены на рис. 8.20.

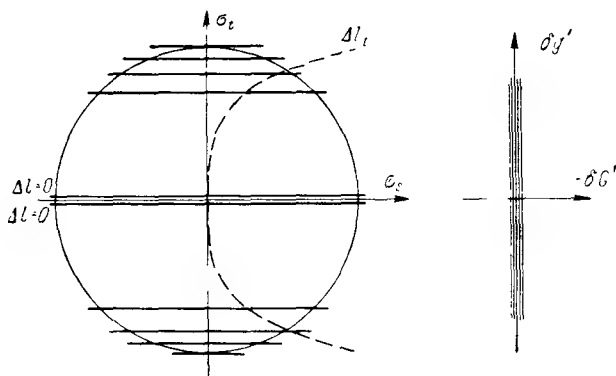


Рис. 8.20. Сферическая aberrация при коэффициентах $C''' = A_s''' = 0; A_t''' \neq 0$

8-е сочетание: $2A_t''' = -C'''$; $A_s''' = 0$.

Уравнение волновой сферической aberrации принимает вид

$$\Delta l_{III} = A_t''' \sigma_t^4 - 2A_t''' \sigma_t^2 \sigma_s^2 = A_t''' (\sigma_t^2 - 2\sigma_s^2) \sigma_t^2. \quad (8.50)$$

Это уравнение при $\Delta l_{III} = 0$ распадается на четыре множителя; два из них определяют прямые, составляющие с осью абсцисс углы, тангенсы которых равны $\pm\sqrt{2}$. Вдоль этих прямых волновая aberrация становится равной нулю.

Ось абсцисс можно рассматривать как двойную прямую нулевой волновой aberrации. Волновая поверхность рассекается прямыми нулевых волновых aberrаций на шесть секторов; в секторах, смежных с осью абсцисс, у волновых aberrаций сохраняются одинаковые знаки, в двух остальных секторах — противоположные.

Поперечные aberrации будут представлены выражениями:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' (\sigma_t^2 - \sigma_s^2) \sigma_t = 4A_t''' \sigma^3 \cos 2\gamma \cos \gamma; \\ -\delta G' &= -4A_t''' \sigma_t^2 \sigma_s = -4A_t''' \sigma^3 \cos^2 \gamma \sin \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.51)$$

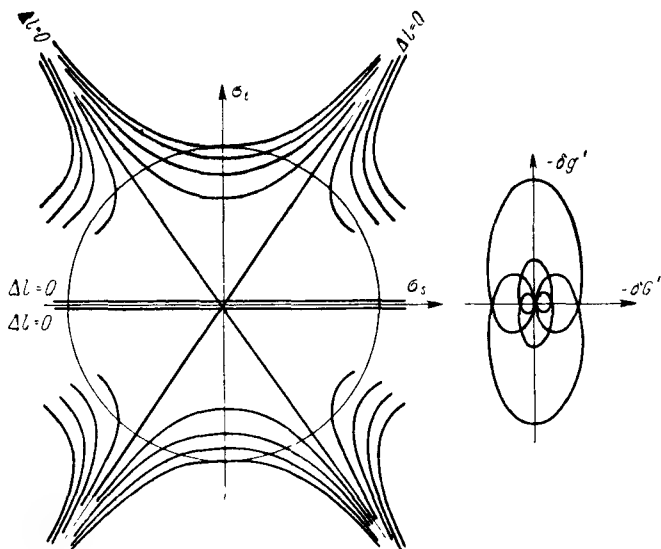


Рис. 8.21. Сферическая aberrация при коэффициентах $2A_t''' = -C'''; A_s'' = 0$

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния представлены на рис. 8.21.

9-е сочетание: $6A_t''' = -C'''; A_s''' = 0$.

Уравнение волновой сферической aberrации представится в виде

$$\Delta L_{III} = A_t''' (\sigma_t^2 - 6\sigma_s^2) \sigma_t^2. \quad (8.52)$$

Как и в предыдущем случае, уравнение волновой aberrации разлагается на четыре множителя; но при этом две прямые, не совпадающие с осью абсцисс, вдоль которых волновые aberrации тоже становятся равными нулю, будут составлять с этой осью углы, тангенсы которых равны $\pm \sqrt{6}$.

Картина волновых aberrаций будет похожа на картину предыдущего случая, но сектора, примыкающие к оси абсцисс, станут

значительно шире, а два остальных сектора соответственно сужаются.

Для поперечных aberrаций получаются следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' (\sigma_t^2 - 3\sigma_s^2) \sigma_t; \\ -\delta G' &= -12A_t''' \sigma_t^2 \sigma_s. \end{aligned} \right\} \quad (8.53)$$

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния представлены на рис. 8.22.

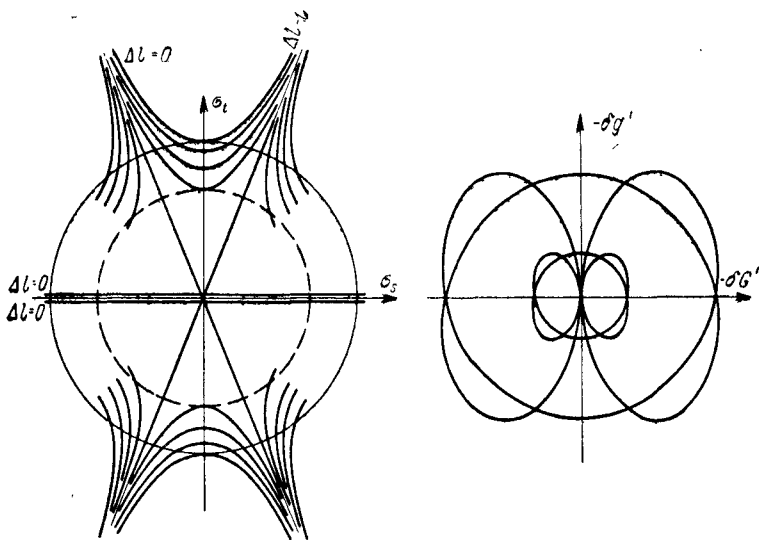


Рис. 8.22. Сферическая aberrация при коэффициентах $6A_t''' = -C''$; $A_s''' = 0$

10-е сочетание: $2A_t''' = C''' = -2A_s'''$.

Общее выражение для волновой сферической aberrации принимает вид

$$\Delta l_{III} = A_t''' (\sigma_t^4 + 2\sigma_t^2 \sigma_s^2 - \sigma_s^4). \quad (8.54)$$

Приравняв Δl_{III} нулю и решая относительно апертурного угла σ_t полученное биквадратное уравнение, находим

$$\sigma_t = \pm \sigma_s \sqrt{\pm \sqrt{2} - 1}, \quad (8.55)$$

откуда следует, что будет существовать лишь два вещественных корня, определяющих две прямые, вдоль которых волновая aberrация будет равна нулю. Эти две прямые, проходящие через начало координат, составят с осью абсцисс углы, тангенсы которых будут равны $\pm \sqrt{\sqrt{2} - 1}$. Волновая поверхность будет рассечена ими на четыре сектора с чередующимися знаками волновой aberrации.

Для поперечных aberrаций получаем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' (\sigma_t^2 + \sigma_s^2) \sigma_t = 4A_t''' \sigma^3 \cos \gamma; \\ -\delta G' &= 4A_t''' (\sigma_t^2 - \sigma_s^2) \sigma_s = 4A_t''' \sigma^3 \cos 2\gamma \sin \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.56)$$

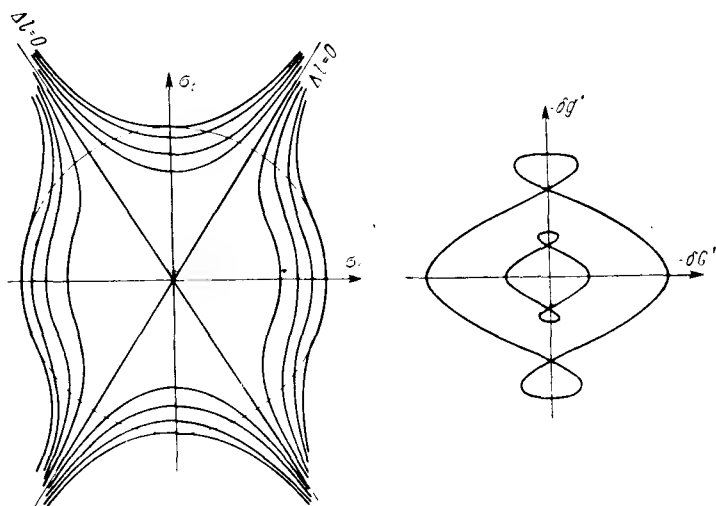


Рис. 8.23. Сферическая aberrация при коэффициентах $2A_t''' = C''' = -2A_s'''$

Картина волновых aberrаций и фигура рассеяния представлены на рис. 8.23. Подобная же фигура рассеяния, но только повернутая на 90° встретилась в объективе «Руссар-63» для полевого угла $\omega = 51^\circ 48'$ (рис. 8.24).

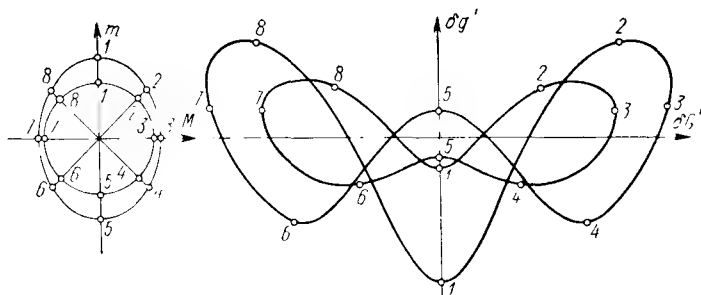


Рис. 8.24. Фигура кружка рассеяния для объектива «Руссар-63»

11-е сочетание: $A_t''' = -A_s'''; C''' = 0$.

Общее выражение для волновой aberrации принимает вид

$$\Delta l_{III} = A_t''' (\sigma_t^4 - \sigma_s^4). \quad (8.57)$$

Это выражение может быть разложено на сомножители:

$$\Delta l_{III} = A_t''' (\sigma_t^2 + \sigma_s^2) (\sigma_t + \sigma_s) (\sigma_t - \sigma_s), \quad (8.58)$$

из которых два множителя выражают прямые, проходящие через начало координат под углами, равными 45° . Вдоль этих прямых волновая aberrация становится равной нулю. Волновая поверхность рассекается, как и в предыдущем случае, на четыре сектора; знаки волновой aberrации в этих секторах чередуются.

Для поперечных aberrаций получим следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' \sigma_t^3 = 4A_t''' \sigma^3 \cos^3 \gamma; \\ -\delta G' &= -4A_t''' \sigma_s^3 = -4A_t''' \sigma^3 \sin^3 \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.59)$$

Если по формулам (8.59) построить фигуру рассеяния и сравнить ее с фигурой рассеяния, представленной на рис. 8.16 [фор-

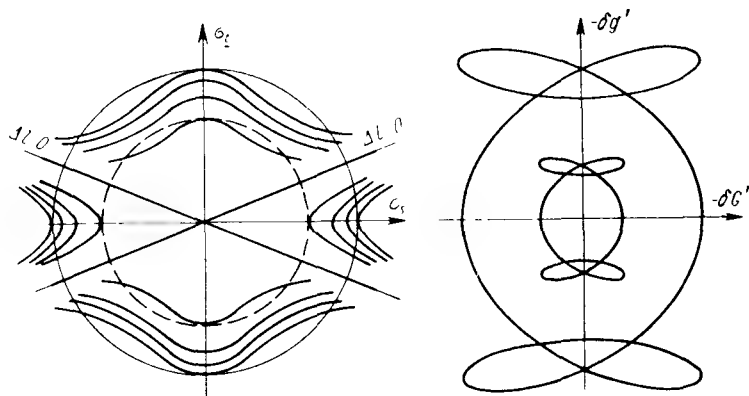


Рис. 8.25. Сферическая aberrация при коэффициентах $6A_t''' = -C''' = -6A_s'''$

мулы (8.37)], то можно усмотреть, что эти фигуры являются взаимно зеркальными отображениями.

12-е сочетание: $6A_t''' = -C''' = -6A_s'''$.

Общее выражение для волновой aberrации принимает следующий вид:

$$\Delta l_{III} = A_t''' (\sigma_t^4 + 6\sigma_t^2 \sigma_s^2 - \sigma_s^4). \quad (8.60)$$

Приравняв Δl_{III} нулю и решая биквадратное уравнение относительно σ_t , получаем

$$\sigma_t = \pm \sigma_s \sqrt{\pm \sqrt{10} - 3}. \quad (8.61)$$

Это решение дает два вещественных корня, выражающих две прямые нулевых волновых aberrаций, проходящие через начало координат под углами с осью абсцисс, тангенсы которых будут равны $\pm \sqrt{0,16228}$.

Для поперечных aberrаций получаем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' (\sigma_t^2 + 3\sigma_s^2) \sigma_t; \\ -\delta G' &= 4A_t''' (3\sigma_t^2 - \sigma_s^2) \sigma_s. \end{aligned} \right\} \quad (8.62)$$

При переходе к полярным координатам формулы (8.62) преобразуются:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 4A_t''' \sigma^3 (2 \cos^3 \gamma - \cos 3\gamma); \\ -\delta G' &= 4A_t''' \sigma^3 \sin 3\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.63)$$

Картина волновой aberrации и фигура рассеяния представлены на рис. 8.25.

Глава 9

СОЧЕТАНИЯ АБЕРРАЦИЙ

§ 41. Суммирование aberrаций

Возникновение различного вида aberrаций наклонного пучка лучей часто бывает связано с суммированием или вычитанием aberrаций от различных элементов или узлов оптической системы.

Во многих случаях такое суммирование осуществляется через часть системы, не свободной от дисторсии; следствием же наличия дисторсии является различие между меридиональными и сагитальными увеличениями.

Сами по себе волновые aberrации от отдельных элементов системы при их переносе через какую-либо часть системы сохраняются неизменными; поэтому в случае суммирования при наличии промежуточной дисторсии происходит рассогласование апертурных углов.

Поясним это, обращаясь к рис. 9.1. Здесь представлена волновая aberrация Δl_I для какого-то луча, образующего апертурный угол σ_I с главным лучом.

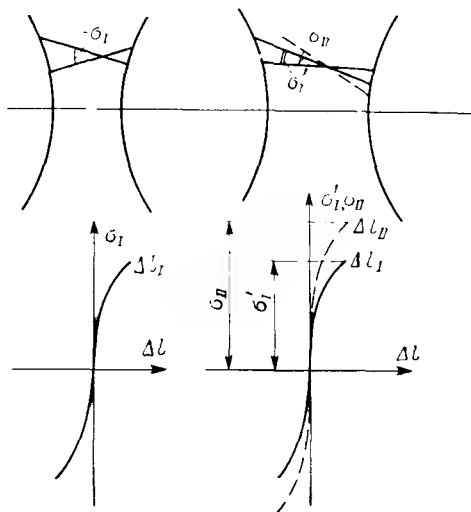


Рис. 9.1. К суммированию aberrаций

После прохождения через часть системы эта волновая aberrация перенесется в другое пространство, в котором луч, определяющий волновую aberrацию, составит угол σ'_I с главным лучом.

В этом втором пространстве существует другая волновая aberrация Δl_{II} от другой части системы, определяемая лучом, составляющим апертурный угол σ_{II} с главным лучом.

Для суммирования aberrаций от обеих частей системы требуется уравнивать апертурные углы σ'_I и σ_{II} ; при этом должно произойти соответствующее изменение волновой aberrации Δl_{II} .

Эффект от рассогласования апертурных углов особенно сильно проявится при вычитании близких по величине и значительных волновых aberrаций.

Проследим этот эффект на примере суммирования простой комы. Будем исходить из величин волновой комы для первой и второй системы:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_I &= A_I'' (\sigma_{tI}^2 + \sigma_{sI}^2) \sigma_{tI}; \\ \Delta l_{II} &= A_{II}'' (\sigma_{tII}^2 + \sigma_{sII}^2) \sigma_{tII}. \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

Полагая, что апертурные углы σ_{tI} и σ_{sI} связаны с углами σ'_{tI} и σ'_{sI} через угловые увеличения W_t и W_s , можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{tI} &= W_t \sigma_{tI} = \sigma_{tII}; \\ \sigma'_{sI} &= W_s \sigma_{sI} = \sigma_{sII}. \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

Пользуясь формулами (9.2), преобразуем выражение для волновой aberrации Δl_I :

$$\Delta l_I = \left(A_I'' \frac{\sigma_{tII}^2}{W_t^2} + A_I'' \frac{\sigma_{sII}^2}{W_s^2} \right) \frac{\sigma_{tII}}{W_t}. \quad (9.3)$$

Формула (9.3) уже позволяет произвести суммирование волновых aberrаций Δl_I и Δl_{II} :

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} = \left(\frac{A_I''}{W_t^3} + A_{II}'' \right) \sigma_{tII}^3 + \left(\frac{A_I''}{W_s^2 W_t} + A_{II}'' \right) \sigma_{tII} \sigma_{sII}^2. \quad (9.4)$$

В частном случае можно положить, что после суммирования будет достигнуто исправление меридиональной комы, что выразится равенством

$$A'' = \frac{A_I'}{W_t^3} + A_{II}'' = 0. \quad (9.5)$$

Однако, когда коэффициент при апертурном угле σ_{tII}^3 обращается в нуль, коэффициент C'' при $\sigma_{tII} \sigma_{sII}^2$ уже не сможет обратиться в нуль; этот коэффициент получается равным

$$C'' = \frac{A_I''}{W_s^2 W_t} + A_{II}'' = \frac{A_I''}{W_t} \left(\frac{1}{W_s^2} - \frac{1}{W_t^2} \right) \neq 0 \quad (9.6)$$

при условии, что увеличения W_s и W_t отличны друг от друга.

Совершенно очевидно, что, исходя из условия равенства нулю коэффициента C'' , мы могли бы показать, что при различных значениях увеличений W_s и W_t коэффициент A'' получился бы не равным нулю.

Аналогичный эффект будет наблюдаться и для других аберраций, в частности при суммировании сферической аберрации.

Рассматривая суммирование простой сферической аберрации, можно, подобно формулам (9.1) для комы, написать:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_I &= A_I'' (\sigma_{tI}^4 + 2\sigma_{tI}^2 \sigma_{sI}^2 + \sigma_{sI}^4); \\ \Delta l_{II} &= A_{II}'' (\sigma_{tII}^4 + 2\sigma_{tII}^2 \sigma_{sII}^2 + \sigma_{sII}^4) \end{aligned} \right\} \quad (9.7)$$

и, используя формулы (9.2) для угловых увеличений, преобразовать выражение для Δl_I :

$$\Delta l_I = \frac{A_I''}{W_t^4} \sigma_{tII}^4 + \frac{2A_I''}{W_t^2 W_s^2} \sigma_{tII}^2 \sigma_{sII}^2 + \frac{A_I''}{W_s^4} \sigma_{sII}^4. \quad (9.8)$$

После суммирования Δl_I и Δl_{II} находим

$$\begin{aligned} \Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} &= \left(\frac{A_I''}{W_t^4} + A_{II}'' \right) \sigma_{tII}^4 + 2 \left(\frac{A_I'''}{W_t^2 W_s^2} + A_{II}'' \right) \sigma_{tII}^2 \sigma_{sII}^2 + \\ &+ \left(\frac{A_I''}{W_s^4} + A_{II}'' \right) \sigma_{sII}^4 = A_t'' \sigma_{tII}^4 + C'' \sigma_{tII}^2 \sigma_{sII}^2 + A_s'' \sigma_{sII}^4, \end{aligned} \quad (9.9)$$

что приводит к равенствам коэффициентов:

$$A_t'' = \frac{A_I''}{W_t^4} + A_{II}''; \quad C'' = \frac{2A_I''}{W_t^2 W_s^2} + 2A_{II}''; \quad A_s'' = \frac{A_I''}{W_s^4} + A_{II}'' \quad (9.10)$$

Задаваясь какими-либо значениями одного из коэффициентов A_t''' , C''' или A_s''' , получим значения для двух других коэффициентов. Так, полагая коэффициент $A_t''' = 0$, находим:

$$C'' = \frac{2A_I''}{W_t^2 W_s^2} - \frac{2A_I''}{W_t^4} = \frac{2A_I''}{W_t^2} \left(\frac{1}{W_s^2} - \frac{1}{W_t^2} \right); \quad (9.11)$$

$$A_s'' = \frac{A_I''}{W_s^4} - \frac{A_I''}{W_t^4} = A_t'' \left(\frac{1}{W_s^4} - \frac{1}{W_t^4} \right). \quad (9.12)$$

Подобная картина, в частности, наблюдается при очень хорошем исправлении меридиональных поперечных аберраций; в качестве примера можно привести случай исправления аберраций для объектива «Руссар-63» при полевом угле $\omega = 48^\circ 30'$. Фигура рассеяния для этого угла приведена ранее на рис. 8.19.

Характерно, что при суммировании простой центрированной сферической аберрации отсутствует крестообразная симметрия.

§ 42. Сочетание простой комы и астигматизма

Суммируя выражения для волнового астигматизма и комы, можно написать

$$\Delta l = A'_t \sigma_t^2 + A'_s \sigma_s^2 + A'' \sigma_t^3 + C'' \sigma_t \sigma_s^2 \dots \quad (9.13)$$

Для простой комы коэффициенты A'' и C'' должны быть равными; что же касается коэффициентов A'_t и A'_s , то они могут принимать любые значения; однако мы ограничимся рассмотрением лишь одной пары значений, когда коэффициенты равны друг другу по абсолютной величине и прямо противоположны по знакам.

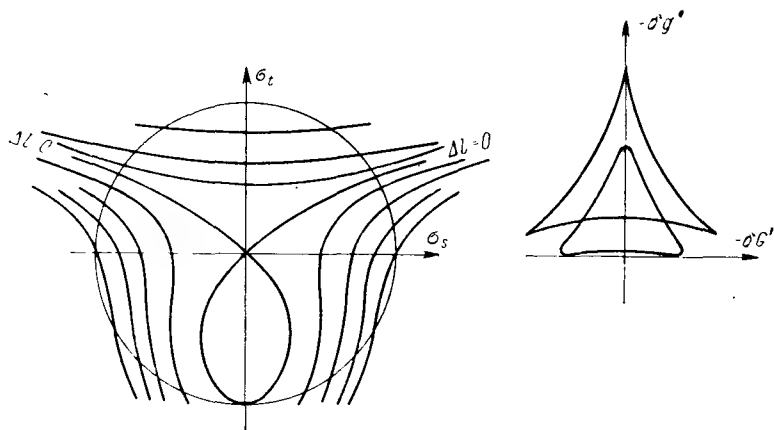


Рис. 9.2. Сочетание комы с астигматизмом

Тогда формула (9.13) может быть переписана следующим образом:

$$\Delta l = A'_t \sigma_t^2 - A'_t \sigma_s^2 + A'' \sigma_t^3 + A'' \sigma_t \sigma_s^2. \quad (9.14)$$

Рассматривая меридиональный волновой фронт, мы видим, что волновая aberrация вдоль фронта выразится уравнением

$$\Delta l_t = A'_t \sigma_t^2 + A'' \sigma_t^3 = (A'_t + A'' \sigma_t) \sigma_t^2. \quad (9.15)$$

Полагая $\Delta l_t = 0$, получаем три корня этого уравнения: $\sigma_t = 0$ — двойной корень и $\sigma_t = -A'_t/A''$. Двойной корень совпадает с началом координат; третий корень всегда будет действительным. По обе стороны от начала координат волновая aberrация сохраняет знаки, и они изменяются при переходе за третий корень.

Вдоль сагиттального волнового фронта волновая aberrация будет выражена уравнением

$$\Delta l_s = A'_s \sigma_s^2 \quad (9.16)$$

и будет одинаковой с волновой aberrацией чистого астигматизма (без комы).

Вычисление координат точек с заданной величиной волновой абберации можно производить по формуле

$$\sigma_s = \pm \sigma_t \sqrt{\frac{\Delta l / \sigma_t^2 - (A'_t + A''\sigma_t)}{A'_s + C''\sigma_t}}; \quad (9.17)$$

применительно к принятым значениям A'_s и C'' для кривой, вдоль которой волновая абберация будет равна нулю,

$$\sigma_s = \pm \sigma_t \frac{\sqrt{A_t'^2 - A''\sigma_t^2}}{A''\sigma_t - A'_t}. \quad (9.18)$$

Возвращаясь к общему выражению для волновой абберации, видим, что при малых апертурных углах σ_t и σ_s будет превалировать астигматизм; наоборот, с ростом апертурных углов влияние астигматизма будет уменьшаться и характер кривых будет больше соответствовать коме.

Дифференцируя, как обычно, уравнение (9.14) в частных производных, получим суммарные абберации для рассматриваемого случая:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 2A'_t\sigma_t + 3A''\sigma_t^2 + A_s''\sigma_s^2; \\ -\delta G' &= -2A'_t\sigma_s + 2A''\sigma_t\sigma_s. \end{aligned} \right\} \quad (9.19)$$

В соответствии с формулами (9.14) и (9.19) можно построить картину волновых аббераций и фигуру рассеяния для сочетаний астигматизма и комы (рис. 9.2).

§ 43. Сочетание астигматизма и сферической абберации

Как уже упоминалось ранее, возможен случай, когда при исправлении сферической абберации вдоль одной из координатных осей не удастся полностью устранить сферическую абберацию вдоль другой координатной оси. В подобных случаях для компенсации такой остаточной сферической абберации иногда можно воспользоваться введением астигматизма определенной величины и знака.

В качестве примера рассмотрим компенсацию остаточной сферической абберации, определяемой следующими значениями коэффициентов: $A_t''' \neq 0$; $C''' = A_s''' = 0$, что соответствует седьмому сочетанию, рассмотренному в § 40.

При этом выражение волновой абберации имеет вид

$$\Delta l_{III} = A_t'''\sigma_t^4. \quad (9.20)$$

Сочетая данный случай с астигматизмом, определяемым выражением

$$\Delta l_I = A'_I \sigma_t^2, \quad (9.21)$$

при суммировании получим следующее выражение:

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{III} = A'_I \sigma_t^2 + A''_I \sigma_t^4 = (A'_I + A''_I \sigma_t^2) \sigma_t^2. \quad (9.22)$$

Из формулы (9.22) нетрудно установить, что кривые равных волновых aberrаций представляют собой семейство прямых, параллельных оси абсцисс. Фигура рассеяния выразится отрезком, рас-

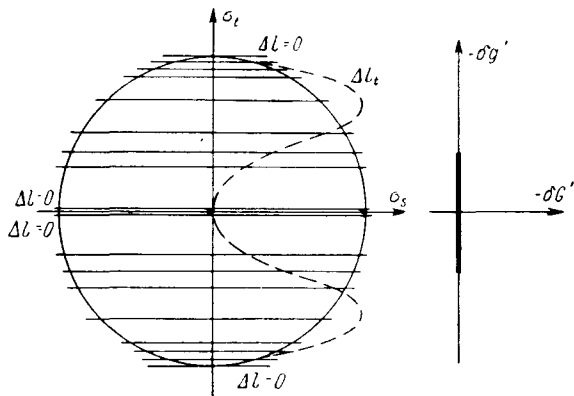


Рис. 9.3. Сочетание астигматизма и сферической aberrации

положенным вдоль оси ординат. Обе эти картины имели место при рассмотрении и седьмого сочетания сферической aberrации и второго случая астигматизма.

Особенностью же рассматриваемого сочетания явится изменение характера волновой aberrации вдоль меридионального волнового фронта.

Действительно, двучлен, заключенный в скобках формулы (9.22), может принимать при любых значениях апертурного угла σ_t и соответствующем подборе коэффициентов любые значения, как положительные, так и отрицательные.

В частности, задавая нулевое значение для волновой aberrации, получаем

$$A'_I = -A''_I \sigma_t^2. \quad (9.23)$$

Таким образом, не имея в распоряжении средств для уменьшения остаточного коэффициента сферической aberrации A''_I , всегда можно подобрать некоторую меридиональную кривизну (не трогая сагиттальной кривизны), при которой получатся нулевые значения волновой aberrации.

Получающаяся при этом картина волновых aberrаций будет иметь кроме одной прямой нулевой волновой aberrации, совпадающей с осью абсцисс, еще две прямые нулевой волновой aberrации, отстоящие на равные расстояния по обе стороны от оси абсцисс. Фигура же рассеяния, сохраняя вид прямолинейного отрезка, будет иметь меньшую протяженность, нежели до введения компенсирующего астигматизма.

Картина волновой aberrации и фигура рассеяния представлены на рис. 9.3.

§ 44. Сферическая aberrация третьего и пятого порядков

В предыдущем параграфе мы встретились со случаем компенсации сферической aberrации третьего порядка при помощи астигматизма — aberrации первого порядка по апертуре. Этот случай можно рассматривать как частный случай компенсации aberrаций более высокого порядка при помощи aberrаций менее высокого порядка.

Возможен и обратный случай, когда в целях компенсации aberrаций более низкого порядка прибегают к введению aberrаций более высокого порядка.

Одним из наиболее характерных случаев подобного рода является сочетание сферической aberrации третьего и пятого порядков, часто встречающееся при образовании изображения точки на оси системы. Целесообразность такого сочетания объясняется тем, что для осевого пучка лучей имеют место наибольшие апертурные углы и для их уменьшения невозможно прибегнуть к геометрическому виньетированию.

Рассмотрение сочетания сферической aberrации третьего и пятого порядков для осевого пучка лучей существенно облегчается наличием центрированности осевого пучка, поэтому мы будем иметь дело лишь с двумя коэффициентами: A''' и A^V .

В соответствии с принятыми приемами можно написать следующее выражение для волновой сферической aberrации третьего и пятого порядков:

$$\Delta l = A'''\sigma^4 + A^V\sigma^6 = \Delta l_{III} + \Delta l_V. \quad (9.24)$$

Дифференцируя это выражение, получаем формулу для поперечной сферической aberrации

$$-\delta g' = 4A'''\sigma^3 + 6A^V\sigma^5. \quad (9.25)$$

Формулу (9.25) можно также представить в виде

$$-\delta g' = -\delta g'_{III} - \delta g'_V = \frac{4\Delta l_{III}}{\sigma} + \frac{6\Delta l_V}{\sigma}. \quad (9.26)$$

Сферическую aberrацию очень часто представляют в виде продольной сферической aberrации

$$\Delta s' = \frac{\delta g'}{\sigma} = \frac{\delta g'_{III}}{\sigma} + \frac{\delta g'_V}{\sigma} = \Delta s'_{III} + \Delta s'_V = -\frac{4\Delta l_{III}}{\sigma^2} - \frac{6\Delta l_V}{\sigma^2}. \quad (9.27)$$

Формулы (9.26) и (9.27) связывают переходы от волновой сферической aberrации к продольной и поперечной:

$$\Delta s'_{III} = \frac{\delta g'_{III}}{\sigma} = -\frac{4\Delta l_{III}}{\sigma^2}; \quad \Delta s'_V = \frac{\delta g'_V}{\sigma} = -\frac{6\Delta l_V}{\sigma^2}. \quad (9.28)$$

Величину продольной сферической aberrации нередко выражают через коэффициенты a и b продольной сферической aberrации:

$$\Delta s' = a\sigma^2 + b\sigma^4. \quad (9.29)$$

Эти коэффициенты также легко связываются с коэффициентами волновой aberrации:

$$\Delta l_{III} = -\frac{\Delta s'_{III}}{4} \sigma^2 = -\frac{a}{4} \sigma^4; \quad \Delta l_V = -\frac{\Delta s'_V}{6} \sigma^2 = -\frac{b}{6} \sigma^6. \quad (9.30)$$

Дополнительно к сферической aberrации третьего и пятого порядков можно добавить также расфокусировку Δ , которую можно рассматривать как aberrацию первого порядка.

Волновую aberrацию, возникающую от расфокусировки, можно представить формулой

$$\Delta l_I = -(\Delta/2) \sigma^2. \quad (9.31)$$

Формулы (9.30) и (9.31) можно объединить в виде

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{III} + \Delta l_V = -\left(\Delta + \frac{\Delta s'_{III}}{2} + \frac{\Delta s'_V}{3}\right) \frac{\sigma^2}{2}. \quad (9.32)$$

Во все приведенные формулы, кроме формулы (9.25) для поперечной aberrации, апертурные углы σ входят только в четных степенях. Поэтому, полагая квадрат апертурного угла $\sigma^2 = x$, формулы (9.29) — (9.32) можно представить в виде:

$$\Delta s' = ax + bx^2; \quad (9.33)$$

$$\Delta l_I = -\frac{\Delta}{2} x; \quad \Delta l_{III} = -\frac{\Delta s'_{III}}{4} x = -\frac{a}{4} x^2;$$

$$\Delta l_V = -\frac{\Delta s'_V}{6} x = -\frac{b}{6} x^3; \quad (9.34)$$

$$\Delta l = -\left(\Delta + \frac{\Delta s'_{III}}{2} + \frac{\Delta s'_V}{3}\right) \frac{x}{2}. \quad (9.35)$$

Корректируя продольную сферическую aberrацию на оси, обычно добиваются ее устранения на краю отверстия для некоторого апертурного угла σ_0 . Таким образом,

$$\Delta s' = 0 = \Delta s'_{III} + \Delta s'_{IV} = a\sigma_0^2 + b\sigma_0^4. \quad (9.36)$$

Условие (9.36) удовлетворяется при значениях $\sigma_0 \neq 0$ и

$$\sigma_0 = \sqrt{-a/b}. \quad (9.37)$$

Из формулы (9.37) следует, что коэффициенты a и b должны обладать разными знаками.

Дифференцируя общую формулу (9.29), можно найти экстремальные значения продольной сферической aberrации:

$$\frac{d\Delta s'}{d\sigma} = 2a\sigma_{\text{extr}} + 4b\sigma_{\text{extr}}^3 = 0, \quad (9.38)$$

откуда получаем два значения:

$$\sigma_{\text{extr}} = 0; \quad \sigma_{\text{extr}} = \sqrt{-\frac{a}{2b}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sigma_0. \quad (9.39)$$

Таким образом, наибольшая остаточная зона сферической aberrации получается для апертурного угла, в $\sqrt{2}$ меньшего, нежели наибольший апертурный угол σ_0 .

Если перейти к величинам x , то величина x_{extr} , соответствующая наибольшей остаточной зоне сферической aberrации, составит $x_0/2$.

В соответствии с формулой (9.37) можно выразить коэффициент a через коэффициент b :

$$a = -b\sigma_0^2 = -bx_0. \quad (9.40)$$

Следовательно, продольная сферическая aberrация выразится формулой

$$\Delta s' = -bx_0x + bx^2 = (-x_0 + x)bx \quad (9.41)$$

и величина волновой aberrации

$$-\Delta l = -\frac{b}{4}x_0x^2 + \frac{b}{6}x^3. \quad (9.42)$$

Дифференцируя формулу (9.42) по x , получаем

$$-\frac{d\Delta l}{dx} = -\frac{2b}{4}x_0x + \frac{3b}{6}x^2 = (-x_0 + x)\frac{b}{2}x. \quad (9.43)$$

Беря вторую производную, находим

$$-\frac{d^2\Delta l}{dx^2} = -\frac{2b}{4}x_0 + \frac{6b}{6}x = -\frac{b}{2}x_0 + bx. \quad (9.44)$$

Приравняв нулю формулу (9.43), получаем точку максимума волновой aberrации; она определяется равенством

$$x_0 = x_{\text{max}}, \quad (9.45)$$

откуда можно сделать вывод, что наибольшая волновая aberrация будет получаться на краю отверстия.

Приравняв же нулю формулу (9.44), найдем точку перегиба; она определится соотношениями:

$$x_n = x_0/2; \quad \sigma_n = (\sqrt{2}/2) \sigma_0, \quad (9.46)$$

откуда следует, что точка перегиба на кривой волновой aberrации как функция квадрата апертурного угла будет соответствовать точке наибольшей остаточной зоны сферической aberrации.

Полученные результаты говорят о том, что общепринятый характер исправления сферической aberrации с учетом aberrации пятого порядка не обеспечивает устранения волновой aberrации на краю отверстия; однако при использовании некоторой расфокусировки величины волновой aberrации могут быть существенно уменьшены.

Рассмотрим роль расфокусировки и попытаемся определить такое ее значение, при котором достигается наибольшее уменьшение волновой aberrации, т. е. попытаемся найти наилучшую плоскость наводки.

Напишем выражение для продольной сферической aberrации с учетом расфокусировки:

$$\Delta s'_\Delta = \Delta + a\sigma^2 + b\sigma^4 \quad (9.47)$$

и для волновой aberrации:

$$-\Delta l_\Delta = \frac{\Lambda}{2} \sigma^2 + \frac{a}{4} \sigma^4 + \frac{b}{6} \sigma^6 = \frac{\Lambda}{2} x + \frac{a}{4} x^2 + \frac{b}{6} x^3. \quad (9.48)$$

Поставим условие равенства волновой aberrации на краю отверстия нулю:

$$0 = \frac{\Lambda}{2} \sigma_0^2 + \frac{a}{4} \sigma_0^4 + \frac{b}{6} \sigma_0^6 = \frac{\Lambda}{2} x_0 + \frac{a}{4} x_0^2 + \frac{b}{6} x_0^3. \quad (9.49)$$

Это условие будет удовлетворено при $x_0 = 0$ и при

$$\Lambda = -\frac{a}{2} x_0 - \frac{b}{3} x_0^2, \quad (9.50)$$

что при значении $a = -b\sigma_0^2 = -bx_0$ дает

$$\Lambda = \frac{b}{6} x_0^2 = \frac{b\sigma_0^4}{6}. \quad (9.51)$$

В соответствии с формулой (9.51) можно преобразовать формулу (9.48):

$$-\Delta l_\Delta = \frac{b\sigma_0^4}{12} \sigma^2 - \frac{b\sigma_0^2\sigma^4}{4} + \frac{b\sigma^6}{6} = \frac{b}{2} \left(\frac{x_0^2 x}{6} - \frac{x_0 x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \right). \quad (9.52)$$

Найдем экстремальные точки для волновой aberrации:

$$-\frac{d\Delta l_\Delta}{dx} = 0 = \frac{b}{2} \left(\frac{x_0^2}{6} - x_0 x_{\text{extr}} + x_{\text{extr}}^2 \right). \quad (9.53)$$

Решая уравнение (9.53) относительно x_{extr} , имеем

$$x_{\text{extr}} = \left(\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}} \right) x_0 = \frac{x_0}{2} \left(1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right). \quad (9.54)$$

Подставляя полученное значение x_{extr} в формулу (9.52), находим экстремальные значения для волновой aberrации:

$$\Delta l_{\text{extr}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{216} b x_0^3. \quad (9.55)$$

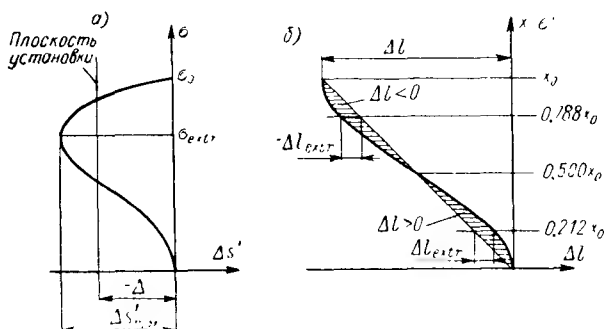


Рис. 9.4. Сферическая aberrация при смещении плоскости наводки: а — продольная; б — волновая

Для сравнения приведем значение волновой aberrации на краю отверстия до введения расфокусировки:

$$\Delta l_0 = \frac{b}{12} x_0^3 = 6 \sqrt{3} \Delta l_{\text{extr}} \approx 10 \Delta l_{\text{extr}}. \quad (9.56)$$

Определим величину остаточной зоны сферической aberrации и соответствующую ей величину расфокусировки.

Пользуясь формулой (9.41) и подставляя значение $x_{\text{extr}} = x_0/2$, находим

$$\Delta s'_{\text{max}} = -b x_0 x_{\text{extr}} + b x_{\text{extr}}^2 = -\frac{b}{4} x_0^2 \quad (9.57)$$

и для расфокусировки, согласно формуле (9.51),

$$\Delta = \frac{b x_0^2}{6} = -\frac{2}{3} \Delta s'_{\text{max}}. \quad (9.58)$$

Если на краю отверстия величину продольной сферической aberrации сделать равной ближайшему ее экстремальному значению, но с обратным знаком, то величина расфокусировки может быть еще несколько уменьшена.

Графики продольной сферической aberrации и соответствующей ей волновой aberrации без введения расфокусировки и в плоскости наилучшей наводки представлены на рис. 9.4.

§ 45. Взаимная компенсация комы второго и четвертого порядков

Взаимная компенсация комы разных порядков могла бы быть осуществлена в различных случаях. Поскольку для комы второго порядка имеется два независимых коэффициента, а для комы четвертого порядка их будет уже три, число возможных сочетаний получается достаточно большим; поэтому мы будем вынуждены ограничиться рассмотрением лишь одного случая компенсации, на котором можно проследить природу взаимной компенсации комы.

В качестве такого случая рассмотрим сочетание простой комы второго порядка, когда оба коэффициента A'' и C'' равны друг другу, с комой четвертого порядка, когда равны друг другу два первых коэффициента A^{IV} и C^{IV} .

Тогда общее выражение для волновой абберации примет вид

$$\Delta l_{II} + \Delta l_{IV} = A''(\sigma_t^2 + \sigma_s^2)\sigma_t + A^{IV}(\sigma_t^2 + \sigma_s^2)\sigma_t^3. \quad (9.59)$$

Это выражение может быть представлено в полярных координатах:

$$\Delta l_{II} + \Delta l_{IV} = (A'' + A^{IV}\sigma^2 \cos^2 \gamma)\sigma^3 \cos \gamma. \quad (9.60)$$

Из формулы (9.59) следует, что при выбранных коэффициентах вдоль сагиттального волнового фронта волновая абберация будет равна нулю; при этом волновая абберация вдоль меридионального волнового фронта представится формулой

$$\Delta l_t = A''\sigma_t^3 + A^{IV}\sigma_t^5. \quad (9.61)$$

Приравнявая уравнение (9.61) нулю, находим следующие корни:

$$\sigma_t = 0; \quad \sigma_t = \pm \sqrt{-A''/A^{IV}}. \quad (9.62)$$

Первый из этих корней является тройным; другие два корня могут быть действительными лишь при различных знаках у коэффициентов A'' и A^{IV} .

Рассматривая двучлен, заключенный в скобки в формуле (9.60), и задаваясь в нем любыми значениями апертурного угла σ , всегда можно подобрать такое значение угла γ , которое обратит этот двучлен в нуль.

Отсюда можно сделать вывод, что кривые нулевых волновых аббераций, проходящие через два корня уравнения (9.61), будут простирались вправо и влево от оси ординат, уходя в бесконечность и приближаясь к оси абсцисс как к асимптоте. Знаки волновой абберации всегда будут изменяться на обратные при переходе через кривые нулевых волновых аббераций.

Особый интерес будет представлять фигура рассеяния для поперечных аббераций.

Дифференцируя выражение для волновой aberrации в частных производных, получаем:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= (3\sigma_t^2 + \sigma_s^2) A'' + (5\sigma_t^4 + 3\sigma_s^2 \sigma_t^2) A^{IV}; \\ -\delta G' &= 2A'' \sigma_t \sigma_s + 2A^{IV} \sigma_t^3 \sigma_s, \end{aligned} \right\} \quad (9.63)$$

или, группируя отдельно члены, содержащие только меридиональные апертурные углы σ_t и сагиттальные углы σ_s ,

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= (3A'' + 5A^{IV} \sigma_t^2) \sigma_t^2 + (A'' + 3A^{IV} \sigma_t^2) \sigma_s^2; \\ -\delta G' &= 2(A'' + A^{IV} \sigma_t^2) \sigma_s \sigma_t. \end{aligned} \right\} \quad (9.64)$$

Задаваясь определенным значением меридионального апертурного угла σ_t , всегда можно подобрать такое отношение коэффициентов A'' и A^{IV} , когда любое из трех выражений в скобках формул (9.64) обратится в нуль. Однако при этом выражения в двух других скобках уже не смогут стать равными нулю.

Вместе с тем, остановившись на каком-либо одном из соотношений между этими коэффициентами и изменяя величину апертурного угла σ_t , всегда можно получить равными нулю и выражения в двух других скобках, но, конечно, не одновременно.

В частном случае, полагая равным нулю выражение при квадрате меридионального апертурного угла σ_t , получаем отношение коэффициентов A'' и A^{IV} :

$$A^{IV} = -\frac{3}{5\sigma_t^2} A''. \quad (9.65)$$

Тогда величины поперечных aberrаций примут вид:

$$-\delta g' = -0,8A''\sigma_s^2; \quad -\delta G' = 0,8A''\sigma_s\sigma_t. \quad (9.66)$$

Заметим, что формулы (9.66) еще не позволяют построить фигуру рассеяния хотя бы даже для обхода по одному контуру, так как при таком обходе будет происходить изменение величины меридионального апертурного угла σ_t в зависимости от угла обхода γ . Поэтому выбор коэффициентов следует осуществить при значении $\sigma_t = \sigma$, т. е. только для случая меридиональной плоскости. Тогда формулы (9.64) могут быть переписаны:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= \left(3A'' - 3A'' \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2} \right) \sigma_t^2 + \left(A'' - \frac{9\sigma_t^2}{5\sigma^2} A'' \right) \sigma_s^2; \\ -\delta G' &= 2 \left(A'' - \frac{3\sigma_t^2}{5\sigma^2} A'' \right) \sigma_s \sigma_t. \end{aligned} \right\} \quad (9.67)$$

Вынося за скобку коэффициент A'' , получаем:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 3A'' \left(1 - \frac{\sigma_t^2}{\sigma^2}\right) \sigma_t^2 + A'' \left(1 - \frac{9\sigma_t^2}{5\sigma^2}\right) \sigma_s^2; \\ -\delta G' &= 2A'' \left(1 - \frac{3\sigma_t^2}{5\sigma^2}\right) \sigma_s \sigma_t. \end{aligned} \right\} \quad (9.68)$$

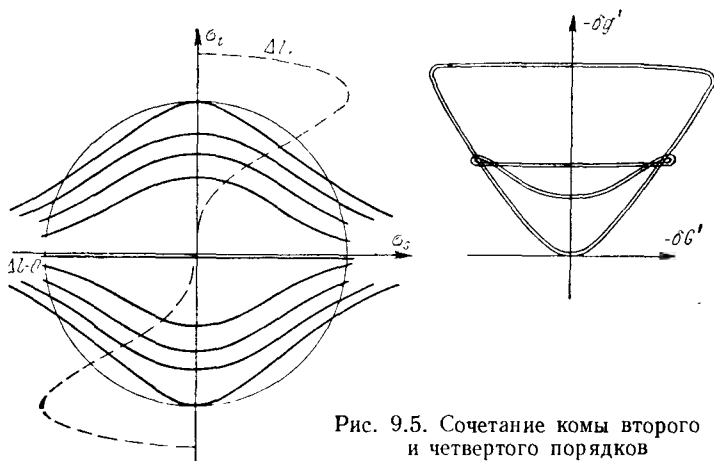


Рис. 9.5. Сочетание комы второго и четвертого порядков

Делая переход к полярным координатам, после некоторых преобразований имеем:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= (1 + 1,2 \cos^2 \gamma) A'' \sigma^2 \sin^2 \gamma; \\ -\delta G' &= (1 - 0,6 \cos^2 \gamma) A'' \sigma^2 \sin 2\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (9.69)$$

Фигура рассеяния, построенная на основе формул (9.69), представлена на рис. 9.5. Напомним, что эта фигура соответствует лишь одному определенному контуру обхода по зрачку.

§ 46. Общая картина монохроматических аберраций оптической системы

При разработке той или иной оптической системы важно получить общее представление обо всех аберрациях оптической системы; с одной стороны, это необходимо для оценки качества изображения оптической системы в целом; с другой стороны, что не менее важно, для оценки степени совершенства оптической системы, т. е. полноты использования ее коррекционных возможностей.

Для выявления аберраций широко пользуются просчетом лучей через оптическую систему; формулы для просчета лучей раз-

работывались рядом авторов, и сейчас, благодаря использованию электронно-вычислительных машин, имеется достаточно большое число соответствующих программ. В некоторых программах кроме просчета лучей даны и величины волновых aberrаций; имеются соответствующие программы и для определения частотно-контрастных характеристик (о которых пойдет речь ниже).

Тем не менее для большей быстроты и наглядности суждения о свойствах той или иной оптической системы удобно воспользоваться графическим представлением aberrаций, главным образом в виде кривых астигматизма, продольной сферической aberrации и поперечных aberrаций. В некоторых случаях для поперечных aberrаций строят так называемые точечные фигуры рассеяния, но чаще ограничиваются их графиками в меридиональной и сагиттальной плоскостях.

При построении графиков поперечных aberrаций следует иметь суждение и об ограничении наклонных пучков лучей, т. е. о виньетировании как по меридиональному, так и по сагиттальному диаметру пучка.

Для получения полного суждения об aberrациях оптической системы целесообразно все графики aberrаций для различных полевых углов наклона широких наклонных пучков располагать таким образом, чтобы они позволяли определять не только величины aberrаций, но и характер виньетирования.

Это достигается следующим образом. На объединенном графике aberrаций от нескольких наклонных пучков лучей как в меридиональной, так и в сагиттальной плоскости оси для апертурных углов или высот на зрачке располагают горизонтально над осью абсцисс для осевого пучка лучей. Расстояния между осями выбирают пропорционально тангенсам полевых углов или величинам реальных изображений.

Вдоль общей оси ординат откладывают величины поперечных aberrаций, объединяемые одной кривой для меридионального сечения пучков и двумя кривыми для сагиттального сечения, выражающими меридиональную $\delta g'$ и сагиттальную $\delta G'$ составляющие поперечных aberrаций.

Вдоль оси ординат строят и кривые, ограничивающие меридиональные и сагиттальные диаметры наклонных пучков, т. е. графики виньетирования, данные в процентном отношении к осевому пучку и повернутые на 90° по отношению к графикам, рассмотренным в § 23. Для наглядности такой сводный график aberrаций для объектива «Руссар-63» приведен на рис. 9.6.

Для оценки завершенности расчета оптической системы необходимо иметь возможность выявления главнейших остаточных aberrаций, поэтому возникает задача установления по графикам aberrаций величин их коэффициентов.

Обычно величины поперечных aberrаций, получаемые при просчете лучей через оптическую систему, определяются в плоскости общего изображения, перпендикулярной оптической оси системы;

так как нами при рассмотрении различного вида aberrаций поперечные aberrации определялись в плоскости, перпендикулярной главному лучу, то для использования ранее полученных формул

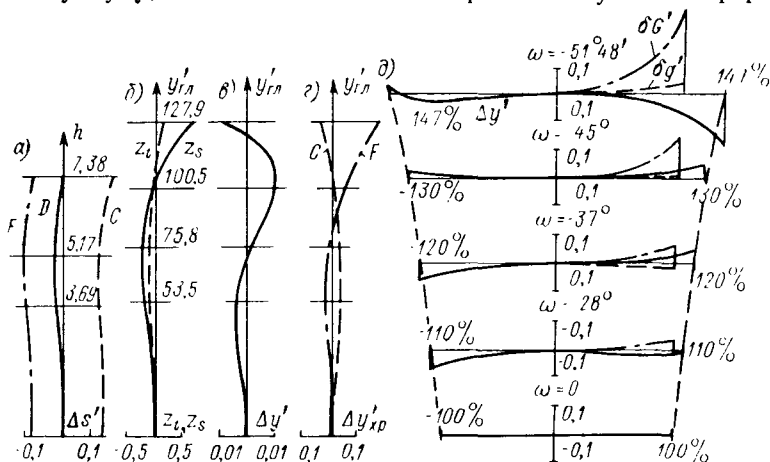


Рис. 9.6. Графики остаточных aberrаций объектива «Руссар-63»: а — сферическая и сферохроматическая aberrация; б — астигматизм и кривизна поля; в — дисторсия; г — хроматизм увеличения; д — aberrации широких наклонных пучков ($\Delta y'$ — для меридиональной плоскости; $\delta G'$, $\delta g'$ — для сагиттальной плоскости)

предварительно потребуется осуществить переход от поперечных aberrаций в общей плоскости изображения к aberrациям в плоскости, перпендикулярной главному лучу.

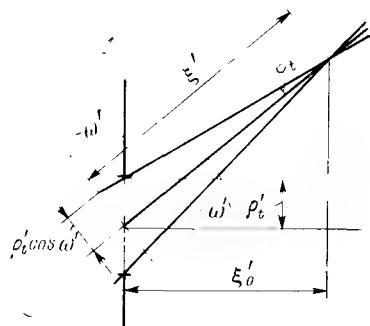


Рис. 9.7. К определению апертурного угла в наклонном пучке

согласно рис. 9.7, на котором представлен этот зрачок, ход главного луча и ход апертурного луча в меридиональной плоскости.

Величина апертурного угла σ_t в меридиональной плоскости будет равна

$$\sigma_t = \frac{\rho_t' \cos \omega'}{\xi_0'} - \frac{\rho_t'}{\xi_0'} \cos^2 \omega'. \quad (9.70)$$

При переходе к осевому пучку лучей величина апертурного угла σ_0 получается равной

$$\sigma_0 = \rho'_0 / \xi'_0, \quad (9.71)$$

что позволяет выразить меридиональный апертурный угол через апертурный угол осевого пучка:

$$\sigma_t = \frac{\rho'_t}{\rho_0} \sigma_0 \cos^2 \omega' = \rho'_t(\omega') \sigma_0 \cos^2 \omega'. \quad (9.72)$$

Равным образом для сагиттального апертурного угла σ_s получаем

$$\sigma_s = \rho'_s(\omega') \sigma_0 \cos \omega'. \quad (9.73)$$

В формулах (9.72) и (9.73) функции $\rho'_t(\omega')$ и $\rho'_s(\omega')$ есть функции виньетирования по обоим диаметрам.

Поперечные aberrации в меридиональной плоскости одного из наклонных пучков лучей приведены на рис. 9.8; предполагается, что они представлены в плоскости, перпендикулярной главному лучу.

Обычно ход лучей наклонного пучка задают, полагая апертурные углы σ_t одной и той же величины, но с различными знаками — по ту и по другую сторону от главного луча.

Напишем для двух таких лучей выражения поперечных aberrаций:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g'_1 &= 2A'_t \sigma_1 + 3A'' \sigma_1^2 + 4A''' \sigma_1^3; \\ -\delta g'_2 &= 2A'_t \sigma_2 + 3A'' \sigma_2^2 + 4A''' \sigma_2^3. \end{aligned} \right\} \quad (9.74)$$

Полагая $\sigma_2 = -\sigma_1$, второе из выражений (9.74) можно представить в виде

$$-\delta g'_2 = -2A'_t \sigma_1 + 3A'' \sigma_1^2 - 4A''' \sigma_1^3. \quad (9.75)$$

Складывая выражение (9.75) с первым выражением (9.74), имеем

$$-\delta g'_1 - \delta g'_2 = 6A'' \sigma_1^2. \quad (9.76)$$

Деля выражение (9.76) на два, получаем величину поперечной меридиональной комы:

$$-\delta g'_k = -\frac{\delta g'_1 + \delta g'_2}{2} = 3A'' \sigma_1^2 = -\delta g'_{11}. \quad (9.77)$$

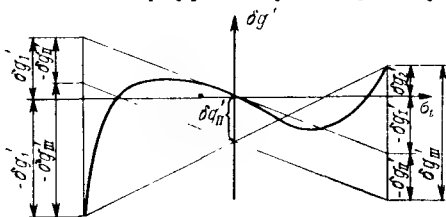


Рис. 9.8. К определению aberrационных составляющих в меридиональной плоскости

Вычитая выражение (9.75) из первого выражения (9.74), находим

$$\delta g'_2 - \delta g'_1 = 4A'_t \sigma_1 + 8A''_t \sigma_1^3 \quad (9.78)$$

или

$$\frac{\delta g'_2 - \delta g'_1}{2} = 2A'_t \sigma_1 + 4A''_t \sigma_1^3 = -\delta g'_1 - \delta g'_{III}, \quad (9.79)$$

т. е. сумму поперечной аберрации от меридиональной кривизны $\delta g'_1$ и от меридиональной сферической аберрации $\delta g'_{III}$.

Но величина $-\delta g'_1 = 2A'_t \sigma_1$ может быть выражена через расстояние z_t вдоль главного луча от точки меридионального изображения до общей плоскости изображения:

$$\delta g'_1 = z_t \sigma_1. \quad (9.80)$$

Обычно при просчете лучей находят проекцию z_t величины z_t на ось системы. Тогда

$$\delta g'_1 = \frac{\bar{z}_t}{\cos \omega'} \sigma_1, \quad (9.81)$$

Рис. 9.9. К определению аберрационных составляющих в сагиттальной плоскости

что позволяет определить коэффициент меридиональной сферической аберрации:

$$-\delta g'_{III} = 4A''_t \sigma_1^3 = \frac{\delta g'_2 - \delta g'_1}{2} + \frac{\bar{z}_t}{\cos \omega'} \sigma_1. \quad (9.82)$$

Графически величину меридиональной комы можно определить, соединяя концы меридиональной поперечной аберрации прямой линией; отрезок на оси ординат, отсекаемый этой линией, и даст величину меридиональной комы.

Величина $z_t = \bar{z}_t / \cos \omega'$ обозначает угол между касательной к кривой поперечной аберрации и осью абсцисс; строя прямую, параллельную этой касательной, через точку, определявшую величину меридиональной комы, получаем величину меридиональной сферической аберрации как расстояние от этой прямой до концов кривой поперечной аберрации.

Перейдем к рассмотрению поперечных аберраций в сагиттальной плоскости. Поперечные аберрации для этого случая представлены на рис. 9.9.

Выпишем выражения обеих составляющих поперечной аберрации для косоугольного луча, лежащего в сагиттальной плоскости; поперечные аберрации в этом случае выразятся членами, не содержащими меридиональных апертурных углов:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= C'' \sigma_s^2; \\ -\delta G' &= 2A'_s \sigma_s + 4A''_s \sigma_s^3 = -\delta G'_I - \delta G'_{III}. \end{aligned} \right\} \quad (9.83)$$

Первая из этих формул позволяет сразу же определить коэффициент C'' сагиттальной комы:

$$C'' = -\delta g' / \sigma_s^2. \quad (9.84)$$

Во второй из формул (9.83) член $2 A'_s \sigma_s$ может быть определен через величину сагиттальной кривизны. Действительно,

$$-\delta G'_I = 2 A'_s \sigma_s = -z_s \sigma_s = -\frac{\bar{z}_s}{\cos \omega'} \sigma_s, \quad (9.85)$$

где, аналогично z_t , величина z_s есть расстояние вдоль главного луча от точки пересечения его с общей плоскостью изображения до точки сагиттального изображения, а величина $\bar{z}_s$ есть проекция этого расстояния на ось системы.

Таким образом, величина сагиттальной составляющей сферической аберрации может быть определена как

$$\delta G'_{III} = \delta G' - \delta G'_I = \delta G' - \frac{\bar{z}_s}{\cos \omega'} \sigma_s. \quad (9.86)$$

Формулы (9.77), (9.79), (9.81) — (9.83) и (9.85) позволяют получить выражения для меридионального и сагиттального волновых фронтов.

Для меридионального волнового фронта

$$\Delta l_t = \Delta l_{It} + \Delta l_{II_t} + \Delta l_{III_t} = -\frac{\bar{z}_t}{2 \cos \omega'} \sigma_t^2 - \frac{\delta g'_1 + \delta g'_2}{6} \sigma_t + \frac{1}{4} \left(\frac{\delta g'_2 - \delta g'_1}{2} + \frac{\bar{z}_t}{\cos \omega'} \sigma_t \right) \sigma_t, \quad (9.87)$$

или

$$\Delta l_t = -\frac{\bar{z}_t}{4 \cos \omega'} \sigma_t^2 - \frac{7\delta g'_1 + \delta g'_2}{24} \sigma_t. \quad (9.88)$$

Для сагиттального волнового фронта

$$\Delta l_s = \Delta l_{Is} + \Delta l_{II_s} + \Delta l_{III_s} = -\frac{\bar{z}_s}{2 \cos \omega'} \sigma_s^2 - \frac{\delta G'_{III}}{4} \sigma_s. \quad (9.89)$$

Заметим, что полученные формулы позволили получить все коэффициенты аберраций третьего порядка по апертуре, кроме коэффициента C''' для сферической аберрации; этот коэффициент не проявляется своего действия ни в сагиттальной, ни в меридиональной плоскости, и для его определения необходимо иметь ход косого луча, не лежащего в сагиттальной плоскости.

Для подобного косого луча общие выражения поперечных аберраций будут представлены формулами:

$$\left. \begin{aligned} -\delta g' &= 2A'_t \sigma_t + 3A'' \sigma_t^2 + C'' \sigma_s^2 + 4A'_t \sigma_t^3 + 2C'' \sigma_t \sigma_s^2; \\ -\delta G' &= 2A'_s \sigma_s + 2C'' \sigma_s \sigma_t + 2C''' \sigma_s \sigma_t^2 + 4A'_s \sigma_s^3. \end{aligned} \right\} \quad (9.90)$$

Интересующий нас коэффициент C''' входит в оба выражения (9.90), поэтому в принципе можно было бы воспользоваться любым из них; однако использовать второе выражение более удобно, так как в него входят только три члена, тогда как в первое выражение входят четыре члена.

Глава 10

ОБРАЗОВАНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И ЧАСТОТНО-КОНТРАСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

§ 47. Распределение энергии в пространстве

Знание величин волновых aberrаций еще не является исчерпывающим критерием оценки качества изображения; более полное представление о качестве изображения можно получить по картине распределения световой энергии в плоскости изображения при точечном источнике света в предметном пространстве. Эта картина не может быть получена без учета волновой природы света, проявляющейся в интерференционных явлениях, связанных с расположением рассматриваемых точек в пространстве изображений.

Картина распределения световой энергии в изображении точки с учетом интерференции связана также с величиной и формой отверстия, ограничивающего световые пучки, доходящие до изображения; такую картину называют дифракционным изображением.

Совершенно очевидно, что дифракция должна быть связана с длинами волн, величиной волновых aberrаций и величиной амплитуд в различных частях пучка лучей, образующих изображение.

Обращаясь к общей теории образования изображения, напомним, согласно принципу Гюйгенса, выражение для светового возмущения U_0 в некоторой произвольно расположенной в пространстве точке P_0 , вызываемого точечным источником света Q (рис. 10.1):

$$U_0 = \frac{A}{2\lambda} \frac{\cos(n, r) - \cos(n, r_1)}{rr_1} \int_S \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{r + r_1}{\lambda} \right) ds. \quad (10.1)$$

Выражение (10.1) справедливо для малого отверстия произвольной формы. Здесь r, r_1 — расстояния от источника света Q и точки P_0 до некоторой точки P отверстия произвольной формы с площадью, равной S ; ds — элементарный участок этого отверстия; n, r и n, r_1 — углы между нормалью к этому отверстию и

направлениями из точки P на точки Q и P_0 ; t — текущая координата — время; T — период колебания; λ — длина световой волны; A — коэффициент, зависящий от свойств источника света.

Можно сделать предположение, что точка P_0 расположена таким образом, что световая волна сходится к источнику света (это не отражено на рис. 10.1; данный случай может быть охарактеризован как случай равенства увеличения в точках P_0 и Q единице).

Тогда отрезки r и r_1 вследствие изменения распространения света от точки Q к точке P и от точки P к точке P_0 будут иметь разные знаки. Поэтому сумма отрезков r и r_1 под знаком интеграла приведет к их разности — волновой aberrации Δl .

В случае если углы n, r и n, r_1 малы, то оба косинуса этих углов становятся равными единице и вследствие диаметральной разницы в направлениях числитель дроби перед интегралом становится равным двум.

Произведение же rr_1 в знаменателе может быть выражено через квадрат этого расстояния r^2 (из-за малой разницы этих величин).

Таким образом, формула (10.1) примет следующий вид:

$$U_0 = \frac{A}{\lambda r^2} \int_S \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\Delta l}{\lambda} \right) ds. \quad (10.2)$$

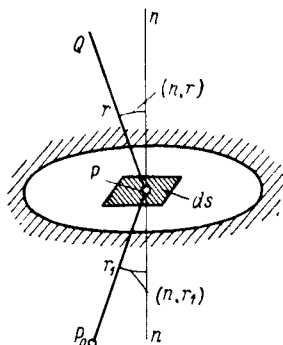


Рис. 10.1. К рассмотрению дифракции от отверстия

Развертывая выражение для синуса под знаком интеграла, формулу (10.2) можно представить в виде суммы двух интегралов:

$$U_0 = \frac{A}{\lambda r^2} \left(\sin \frac{2\pi t}{T} \int_S \cos \frac{2\pi \Delta l}{\lambda} ds + \cos \frac{2\pi t}{T} \int_S \sin \frac{2\pi \Delta l}{\lambda} ds \right). \quad (10.3)$$

Введя обозначения:

$$\frac{A}{\lambda r^2} = A'; \quad \int_S \cos \frac{2\pi \Delta l}{\lambda} ds = C_0; \quad \int_S \sin \frac{2\pi \Delta l}{\lambda} ds = S_0, \quad (10.4)$$

определяем освещенность в рассматриваемой точке P_0

$$E = A'^2 (C_0^2 + S_0^2) \quad (10.5)$$

как квадрат амплитуды U_0 , выраженной формулой (10.3).

В формуле (10.2) и далее световые возмущения рассматривались для площади S дифрагирующего отверстия; в некоторых случаях удобнее пользоваться вместо площади отверстия величиной телесного угла Ω , построенного на отверстии S и имеющего вершину в точке P_0 .

Деля элемент площади ds дифрагирующего отверстия на квадрат расстояния r до точки P_0 , образуем элементарный телесный угол $d\Omega$; тогда интеграл в формуле (10.2) преобразуется:

$$U_0 = \frac{A}{\lambda} \int_{\Omega} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{\Delta l}{\lambda} \right) d\Omega. \quad (10.6)$$

Равным образом преобразуются и формулы (10.4):

$$C = \int_{\Omega} \cos 2\pi \frac{\Delta l}{\lambda} d\Omega; \quad S = \int_{\Omega} \sin 2\pi \frac{\Delta l}{\lambda} d\Omega, \quad (10.7)$$

Используя формулы (10.6) и (10.7), получаем выражение для освещенности

$$E = \frac{A^2}{\lambda^2} (C^2 + S^2). \quad (10.8)$$

Волновую aberrацию можно представить в виде функции апертурных углов σ_t и σ_s ; дифференциал телесного угла $d\Omega$ может быть получен как произведение дифференциалов апертурных углов $d\sigma_t$ и $d\sigma_s$.

Переходя к апертурным углам, интегралы в формулах (10.7) преобразуем в двойные интегралы:

$$\left. \begin{aligned} C &= \int_{\sigma_{t1}}^{\sigma_{t2}} \int_{\sigma_{s1}}^{\sigma_{s2}} \cos 2\pi \frac{\Delta l(\sigma_t, \sigma_s)}{\lambda} d\sigma_t d\sigma_s; \\ S &= \int_{\sigma_{t1}}^{\sigma_{t2}} \int_{\sigma_{s1}}^{\sigma_{s2}} \sin 2\pi \frac{\Delta l(\sigma_t, \sigma_s)}{\lambda} d\sigma_t d\sigma_s. \end{aligned} \right\} \quad (10.9)$$

Эти формулы можно выразить также в системе полярных координат:

$$C = \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\sigma} \sigma \cos 2\pi \frac{\Delta l(\sigma, \gamma)}{\lambda} d\sigma; \quad S = \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\sigma} \sigma \sin 2\pi \frac{\Delta l(\sigma, \gamma)}{\lambda} d\sigma. \quad (10.10)$$

Формулы (10.9) и (10.10) дают общую картину распределения световой энергии в окрестности точки P_0 , так как изменения волновой aberrации $\Delta l(\sigma_t, \sigma_s)$ можно рассматривать в частном случае как перенос центра сферы сравнения в любую точку пространства в окрестности точки P_0 .

Перейдем к некоторым частным случаям. Если задать величину волновой абберации $\Delta l = 0$, то в формулах (10.10) интегралы C и S примут вид:

$$C = \int_{\Omega} d\Omega = \Omega; \quad S = 0 \quad (10.11)$$

и тогда освещенность E_0 будет равна

$$E_0 = \frac{A^2}{\lambda^2} C^2 = \frac{A^2}{\lambda^2} \Omega^2. \quad (10.12)$$

Из формулы (10.12) следует, что освещенность в идеальном изображении точечного источника света получается пропорциональной квадрату телесного угла Ω , тогда как для плоского элемента светящейся поверхности освещенность — светосила — была пропорциональной телесному углу в первой степени.

В частном случае для дифрагирующего отверстия прямоугольной формы освещенность будет равна

$$E_0 = \frac{A^2}{\lambda^2} (4\sigma_t \sigma_s)^2 = 16 \frac{A^2}{\lambda^2} \sigma_t^2 \sigma_s^2, \quad (10.13)$$

для отверстия круглой формы

$$E_0 = \frac{A^2}{\lambda^2} (\pi \sigma^2)^2 = \pi^2 \frac{A^2}{\lambda^2} \sigma^4; \quad (10.14)$$

для отверстия эллиптической формы

$$E_0 = \pi^2 \frac{A^2}{\lambda^2} \sigma_t^2 \sigma_s^2. \quad (10.15)$$

Будем теперь перемещать центр сферы сравнения по направлению нормали к дифрагирующему отверстию. В данном случае будет иметь место расфокусировка. Тогда величина волновой абберации примет вид

$$\Delta l = A' \sigma^2 = A' (\sigma_t^2 + \sigma_s^2). \quad (10.16)$$

Обращаясь к формулам (10.10), можно написать:

$$C = \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\sigma} \sigma \cos 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda} d\sigma; \quad S = \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\sigma} \sigma \sin 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda} d\sigma. \quad (10.17)$$

Выполняя интегрирование, находим:

$$C = \frac{\lambda}{2A'} \sin 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda}; \quad S = \frac{\lambda}{2A'} \left(1 - \cos 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda}\right). \quad (10.18)$$

Формулы (10.18) позволяют определить освещенность

$$E_1 = \frac{A^2}{\lambda^2} \left\{ \left(\frac{\lambda}{2A'} \right)^2 \left[\sin^2 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda} + \left(1 - \cos 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda} \right)^2 \right] \right\}. \quad (10.19)$$

Можно составить отношение освещенности E_1 при расфокусировке к освещенности E_0 без расфокусировки.

Деля формулу (10.19) на (10.14), находим

$$\frac{E_1}{E_0} = \left(\frac{\lambda}{2\pi A' \sigma^2} \right)^2 \left(\sin^2 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda} + 1 - 2 \cos 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda} + \right. \\ \left. + \cos^2 2\pi \frac{A' \sigma^2}{\lambda} \right). \quad (10.20)$$

Делая сокращения и вводя после этого обозначение

$$z = \frac{2\pi A' \sigma^2}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta l}{\lambda} = 2\pi \Delta l_{\lambda}, \quad (10.21)$$

окончательно получаем

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{2}{z^2} (1 - \cos z). \quad (10.22)$$

Это отношение освещенности при наличии aberrаций (в рассматриваемом случае — расфокусировки) к освещенности для безaberrационного изображения точки называют числом Штреля или определяющей яркостью. Число Штреля нередко используют как критерий оценки качества изображения.

Таблица 10.1

z	Δl_{λ}	$E_1 : E_0$
0,00	0,000	1,00000
0,25π	0,125	0,94966
0,50π	0,250	0,81058
0,75π	0,375	0,61499
π	0,500	0,40529
1,25π	0,625	0,22140
1,50π	0,750	0,09006
1,75π	0,875	0,01938
2π	1,000	0,00000
2,25π	1,125	0,01172
2,50π	1,250	0,03242
2,75π	1,375	0,04574
3π	1,500	0,04503

В рассматриваемом нами случае были получены формулы, позволяющие проследить изменение освещенности при перемещении центра сферы сравнения вдоль оси, т. е. вдоль главного луча.

Задавая различные значения расфокусировки, выражаемой волновой aberrацией Δl_{λ} , получаем ряд значений z , для которых вычисляем отношение освещенностей $E_1 : E_0$. Эти результаты сведены в табл. 10.1.

Обращаясь к формуле (10.22), видим, что множитель $1 - \cos z$ должен обращаться в нуль при значениях z , кратных 2π , что видно также и из приведенной таблицы.

Перейдем к определению освещенности для точек, расположенных в плоскости, перпендикулярной оси — главному лучу — и проходящей через точку P_0 идеального изображения источника света.

Для этого случая волновая aberrация Δl выразится функцией первой степени от апертурного угла:

$$\Delta l = \delta g'_0 \sigma_t, \quad (10.23)$$

где $\delta g'_0$ — перемещение центра сферы сравнения в направлении, перпендикулярном главному лучу.

Если рассматриваемый пучок лучей имеет форму кругового конуса, то волновая aberrация при обходе по контуру зрачка выразится формулой

$$\Delta l = \delta g'_0 \sigma \cos \gamma, \quad (10.24)$$

что позволяет преобразовать общее выражение (10.8) для освещенности:

$$E = \frac{A^2}{\lambda^2} C^2 = \frac{A^2}{\lambda^2} \left[\int_0^\sigma \sigma d\sigma \int_0^{2\pi} \cos \left(2\pi \frac{\delta g'_0 \cos \gamma}{\lambda} \sigma \right) d\gamma \right]^2 \quad (10.25)$$

(интеграл S опускается, как тождественно равный нулю).

При подстановке новой переменной:

$$z = 2\pi \frac{\delta g'_0}{\lambda} \sigma; \quad \sigma = \frac{\lambda}{2\pi \delta g'_0} z; \quad d\sigma = \frac{\lambda}{2\pi \delta g'_0} dz \quad (10.26)$$

интеграл C в формуле (10.25) преобразуется:

$$C = \left(\frac{\lambda}{2\pi \delta g'_0} \right)^2 \int_0^z z dz \int_0^{2\pi} \cos(z \cos \gamma) d\gamma. \quad (10.27)$$

Изменяя верхний предел во втором интеграле, приводим его к произведению функции Бесселя нулевого порядка и ее аргумента:

$$C = \left(\frac{\lambda}{2\pi \delta g'_0} \right)^2 \int_0^z z dz 2 \int_0^\pi \cos(z \cos \gamma) d\gamma = \left(\frac{\lambda}{2\pi \delta g'_0} \right)^2 2\pi \int_0^z z I_0(z) dz. \quad (10.28)$$

Этот интеграл, в свою очередь, приводим к произведению функции Бесселя первого рода первого порядка и ее аргумента:

$$C = \left(\frac{\lambda}{2\pi \delta g'_0} \right)^2 2\pi z I_1(z). \quad (10.29)$$

Переходя к отношению освещенностей $E:E_0$, получаем

$$\frac{E}{E_0} = \frac{C^2}{\pi^2 \sigma^4} = \left[\frac{2I_1(z)}{z} \right]^2. \quad (10.30)$$

Картина изменения этого отношения в зависимости от переменной z представлена в табл. 10.2.

z	$E : E_0$	z	$E : E_0$	z	$E : E_0$
0,1	0,99760	2,5	0,15814	4,9	0,01650
0,2	0,99000	2,6	0,13117	5,0	0,01717
0,3	0,97773	2,7	0,10676	5,1	0,01748
0,4	0,96068	2,8	0,08564	5,2	0,01743
0,5	0,93913	2,9	0,06704	5,3	0,01704
0,6	0,91332	3,0	0,05110	5,4	0,01636
0,7	0,88360	3,1	0,03769	5,5	0,01506
0,8	0,85028	3,2	0,02668	5,6	0,01427
0,9	0,81384	3,3	0,01788	5,7	0,01294
1,0	0,77457	3,4	0,01112	5,8	0,01150
1,1	0,73307	3,5	0,00616	5,9	0,01001
1,2	0,68970	3,6	0,00281	6,0	0,00851
1,3	0,64500	3,7	0,00085	6,1	0,00704
1,4	0,59941	3,8	0,00004	6,2	0,00565
1,5	0,55343	3,9	0,00020	6,3	0,00436
1,6	0,50737	4,0	0,00109	6,4	0,00322
1,7	0,46204	4,1	0,00254	6,5	0,00224
1,8	0,41748	4,2	0,00436	6,6	0,00143
1,9	0,37425	4,3	0,00639	6,7	0,00081
2,0	0,33262	4,4	0,00850	6,8	0,00037
2,1	0,29293	4,5	0,01055	6,9	0,00010
2,2	0,25545	4,6	0,01245	7,0	0,00000
2,3	0,22038	4,7	0,01410	7,1	0,00005
2,4	0,18791	4,8	0,01547	7,2	0,00023

Возвращаясь к формулам (10.9), можно рассмотреть случай зрачка прямоугольной формы.

Полагая для рассмотрения картины в плоскости, перпендикулярной главному лучу, величины волновой аберрации равными

$$\Delta l = A_t \sigma_t \text{ или } \Delta l = A_s \sigma_s \quad (10.31)$$

и вводя $\Delta l = A_t \sigma_t$ в формулы (10.9), получаем:

$$\left. \begin{aligned} C &= \int_{-\sigma_t}^{+\sigma_t} \cos 2\pi \frac{A_t \sigma_t}{\lambda} d\sigma_t \int_{-\sigma_s}^{+\sigma_s} d\sigma_s = 2\sigma_s \frac{\lambda}{2\pi A_t} \left\{ \int_{-\frac{\lambda}{2\pi A_t} z}^{+\frac{\lambda}{2\pi A_t} z} \cos z dz; \right. \\ S &= \int_{-\sigma_t}^{+\sigma_t} \sin 2\pi \frac{A_t \sigma_t}{\lambda} d\sigma_t \int_{-\sigma_s}^{+\sigma_s} d\sigma_s = 2\sigma_s \frac{\lambda}{2\pi A_t} \left\{ \int_{-\frac{\lambda}{2\pi A_t} z}^{+\frac{\lambda}{2\pi A_t} z} \sin z dz, \right. \end{aligned} \right\} \quad (10.32)$$

где

$$z = \frac{2\pi}{\lambda} A_t \sigma_t; \quad \sigma_t = \frac{\lambda}{2\pi A_t} z. \quad (10.33)$$

После интегрирования находим:

$$C = -4\sigma_t\sigma_s \frac{\sin z}{z}; \quad S = 0 \quad (10.34)$$

и, переходя к освещенности E , получаем

$$E = \frac{A^2}{\lambda^2} C^2 = \frac{A^2}{\lambda^2} 16\sigma_t^2\sigma_s^2 \frac{\sin^2 z}{z^2}. \quad (10.35)$$

Величина z может быть выражена через волновую aberrацию на краю отверстия Δl_λ , выраженную в длинах волн:

$$z = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda} = 2\pi \Delta l_\lambda. \quad (10.36)$$

Пользуясь формулой (10.13), можно составить отношение

$$\frac{E}{E_0} = \left(\frac{\sin z}{z} \right)^2. \quad (10.37)$$

Формула (10.37) будет одинаково справедлива как для меридиональной, так и для сагиттальной плоскости.

Так как прямоугольное отверстие будет иметь в общем случае неравные стороны, картина дифракционного распределения энергии будет различной по меридиональному и сагиттальному направлениям.

Т а б л и ц а 10.3

Зависимость $\sin z : z$ будет обращаться в нуль при значениях z , кратных π , поэтому и отношение $E : E_0$ также должно обращаться в нуль для значений, кратных π .

В табл. 10.3 приведены отношения $E : E_0$, вычисленные для ряда значений Δl_λ .

Δl_λ	$E : E_0$	Δl_λ	$E : E_0$
0,05	0,96741	0,55	0,00800
0,10	0,87518	0,60	0,02431
0,15	0,73680	0,65	0,03924
0,20	0,57282	0,70	0,04676
0,25	0,40527	0,75	0,04503
0,30	0,25459	0,80	0,03580
0,35	0,13533	0,85	0,02582
0,40	0,05470	0,90	0,01080
0,45	0,01194	0,95	0,00268
0,50	0,00000	1,00	0,00000

§ 48. Распределение энергии для зрачка эллиптической формы

Полученные выше формулы позволяют получать картину распределения энергии в дифракционном кружке рассеяния для зрачка круглой формы. Однако на самом деле форма зрачка вследствие наличия aberrационного виньетирования становится эллиптической; равным образом при наличии геометрического виньетирования форма зрачка часто получается более близкой к эллипсу, чем к кругу. Поэтому совершенно естественно возникает необхо-

димось рассмотрения дифракционной картины при эллиптической форме зрачка.

Будем исходить из случая безабберационного изображения точки при круглом зрачке. Было установлено, что при перемещении точки в направлении, перпендикулярном оси — главному лучу, — изменение освещенности происходило в соответствии с формулой (10.30), т. е. по квадрату отношения функции Бесселя первого порядка к ее аргументу.

Обращаясь к характеру изменения волновых aberrаций при перемещении точки в направлении, перпендикулярном главному лучу, видим, что кривые постоянных значений волновой aberrации

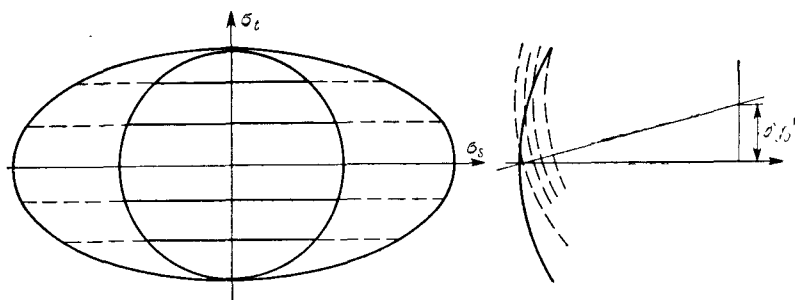


Рис. 10.2. К рассмотрению зрачка эллиптической формы

для этого случая образуют семейство параллельных прямых, перпендикулярных направлению смещения точки, в которой определяется освещенность изображения, по отношению к главному лучу. Эта картина представлена на рис. 10.2, на котором построены прямые постоянных значений волновой aberrации внутри круглого зрачка и показано образование этих прямых в зависимости от величины смещения $\delta\sigma_0$.

При определении освещенности в точке, определяемой этим расстоянием, происходило суммирование возмущений от элементов площади зрачка, которые могли бы быть представлены в виде прямоугольников, перпендикулярных плоскости, в которой рассматривается точка пространства. Во всех этих элементарных прямоугольниках сохраняется одна и та же фаза колебания.

Предположим теперь, что высоты всех интегрируемых элементов будут увеличены или уменьшены в одном и том же отношении. Нетрудно представить себе, что при таком изменении высот не должно происходить изменения фаз на интегрируемых элементах. Энергия возмущений, поступающих в рассматриваемую точку, изменится в том же самом отношении, что и площади всех элементов интегрирования, так как коэффициент изменения высот, как постоянная величина, может быть вынесен за знак интеграла.

Следовательно, подобное кратное изменение элементов площадей, преобразующее круглое отверстие зрачка в эллиптическое,

не может изменить общего характера изменения освещенностей в рассматриваемом направлении и выразится лишь в общем увеличении или уменьшении освещенности.

Однако в перпендикулярном направлении, вдоль которого произошло изменение диаметра зрачка, должно произойти и изменение картины распределения освещенности; это изменение должно при отсутствии аббераций соответствовать картине, присущей круглому зрачку соответственно увеличенного или уменьшенного диаметра. Поэтому формула (10.30), выражающая изменение освещенности для круглого зрачка, должна быть разделена по меридиональному и сагиттальному направлениям на две аналогичные формулы:

$$\frac{E_t}{E_0} = \left[\frac{2I_1(z_t)}{z_t} \right]^2; \quad \frac{E_s}{E_0} = \left[\frac{2I_1(z_s)}{z_s} \right]^2, \quad (10.38)$$

где аргументы z_t и z_s будут соответственно равны:

$$z_t = 2\pi \frac{\delta g'_0}{\lambda} \sigma_t; \quad z_s = 2\pi \frac{\delta g'_0}{\lambda} \sigma_s. \quad (10.39)$$

Формулы (10.38) и (10.39) и определяют картину дифракционного распределения энергии по меридиональному и сагиттальному направлениям в кружке рассеяния для зрачка эллиптической формы.

Формулы (10.10) позволяют получить величину определительной яркости и для случая сферической абберации третьего порядка; с этой целью можно задать величину волновой абберации по функции:

$$\frac{\Delta l}{\lambda} = \Delta l_\lambda = \frac{A''' \sigma^4}{\lambda}. \quad (10.40)$$

Тогда формулы (10.10) преобразуются:

$$C = \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^\sigma \sigma \cos 2\pi \frac{A''' \sigma^4}{\lambda} d\sigma; \quad S = \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^\sigma \sigma \sin 2\pi \frac{A''' \sigma^4}{\lambda} d\sigma. \quad (10.41)$$

Введем новую переменную z , связанную с апертурным углом σ соотношением

$$z^2 = 4A''' \frac{\sigma^4}{\lambda} = 4\Delta l_\lambda. \quad (10.42)$$

Тогда формулы (10.41) приведутся к виду:

$$C = \frac{\pi \sigma^2}{z} \int_0^z \cos \frac{\pi z^2}{2} dz; \quad S = \frac{\pi \sigma^2}{z} \int_0^z \sin \frac{\pi z^2}{2} dz. \quad (10.43)$$

Полученные выражения C и S известны под названием интегралов Френеля.

Пользуясь этими формулами, можно получить выражение для освещенности

$$E = \left(\frac{\pi A \sigma^2}{\lambda z} \right)^2 \left[\left(\int_0^z \cos \frac{\pi z^2}{2} dz \right)^2 + \left(\int_0^z \sin \frac{\pi z^2}{2} dz \right)^2 \right]; \quad (10.44)$$

деля его на выражение для E_0 в случае отсутствия aberrаций [формула (10.14)], находим

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{z^2} \left[\left(\int_0^z \cos \frac{\pi z^2}{2} dz \right)^2 + \left(\int_0^z \sin \frac{\pi z^2}{2} dz \right)^2 \right]. \quad (10.45)$$

Проследим изменение числа Штреля для разных значений аргумента z , связанного с волновой aberrацией Δl_λ на краю отверстия.

Интегралы Френеля, как известно, в элементарных функциях не интегрируются, поэтому приходится прибегать к использованию специальных таблиц. Результаты вычисления отношений $E : E_0$ в зависимости от значений z или Δl_λ сведены в табл. 10.4.

Т а б л и ц а 10.4

z	Δl_λ	$E : E_0$	z	Δl_λ	$E : E_0$
0,0	0,0000	1,00000	1,6	0,6400	0,21133
0,1	0,0025	0,99995	1,7	0,7225	0,14069
0,2	0,0100	0,99942	1,8	0,8100	0,09766
0,3	0,0225	0,99891	1,9	0,9025	0,08173
0,4	0,0400	0,99452	2,0	1,0000	0,08909
0,5	0,0625	0,98622	2,1	1,1025	0,10842
0,6	0,0900	0,97162	2,2	1,2100	0,12652
0,7	0,1225	0,94863	2,3	1,3225	0,13197
0,8	0,1600	0,91388	2,4	1,4400	0,12019
0,9	0,2025	0,86468	2,5	1,5025	0,09482
1,0	0,2500	0,80034	2,6	1,6900	0,06712
1,1	0,3025	0,72129	2,7	1,8225	0,04928
1,2	0,3600	0,62531	2,8	1,9600	0,04743
1,3	0,4225	0,52001	2,9	2,1025	0,05762
1,4	0,4900	0,41015	3,0	2,2500	0,06813
1,5	0,5625	0,30435			

Сопоставляя эту таблицу с таблицей изменения числа Штреля при простой расфокусировке (см. табл. 10.1), видим, что в диапазоне до значений Δl_λ , не превосходящих 0,5, обе зависимости очень мало отличаются друг от друга.

Заметим, что кривая чисел Штреля для сферической aberrации вначале располагается несколько ниже, чем для расфокусировки, так как первый минимум для сферической aberrации наступает

несколько раньше, чем для расфокусировки. Обе зависимости приведены на рис. 10.3, где кривая 1 показывает влияние расфокусировки, а кривая 2 — влияние сферической aberrации.

Существенно, что для значений волновой aberrации, меньших $\lambda : 4$, для случаев расфокусировки и сферической aberrации числа Штреля приобретают значения порядка 0,8 и более. Это обстоятельство дает основание считать картину распределения энергии

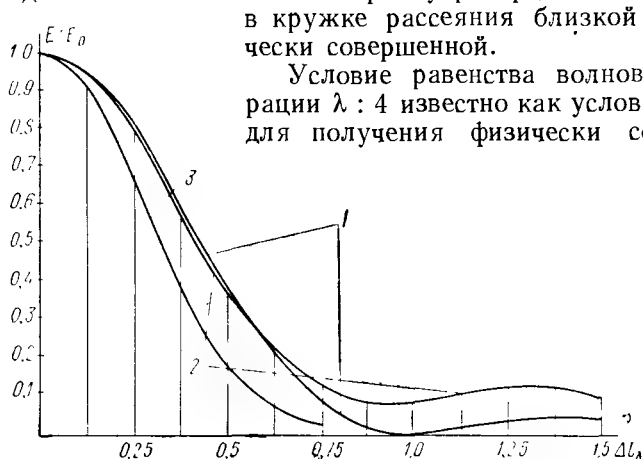


Рис. 10.3. Графики изменения чисел Штреля

ного изображения. Обращаясь к любым оптическим системам, обладающим большими волновыми aberrациями, всегда можно выделить участок площади зрачка, внутри которого условие Рэлея будет выполняться; закрывая остальную часть зрачка, можно получить физически совершенное изображение.

Можно предположить, что световая энергия, проходящая через всю остальную площадь зрачка, в которой волновые aberrации выходят из условия Рэлея, не поступит в изображение, а перейдет в общий фон. Поэтому, сопоставляя «полезную» площадь зрачка, в которой соблюдается условие Рэлея, со всей площадью зрачка, можно получить представление об относительной величине фона. Одновременно отношение полезной площади зрачка ко всей его площади можно рассматривать как критерий совершенства коррекции aberrаций

$$k = S_0/S. \quad (10.46)$$

На рис. 10.3 представлена также кривая 3 зависимости чисел Штреля от волновой aberrации при наличии астигматизма. Сопоставляя ее с кривыми 1 и 2, нетрудно заметить, что для нее числа Штреля принимают меньшие значения даже при соблюдении условия Рэлея. Это подтверждает, что ни число Штреля, ни условие Рэлея не позволяют получить полное суждение о качестве изображения при наличии различных aberrаций.

Перейдем к рассмотрению изображения светящейся линии. Оно явится результатом наложения друг на друга изображений принадлежащих этой линии точек, т. е. ряда элементов предмета.

В общем случае эти элементы могут быть самостоятельными источниками света, не когерентными друг с другом. Поэтому, анализируя результаты сложения освещенностей, не будем учитывать интерференционных явлений, полагая, что такое сложение будет подчиненно чисто фотометрическим закономерностям.

Для уяснения процесса сложения освещенностей на изображениях от отдельных элементов светящейся линии обратимся к рис. 10.4, на котором в перспективе показано распределение освещенности от светящейся точки в виде поверхности $ABCB_1D$, обрисованной контуром сечения ABC в плоскости XOZ и контуром сечения — кривой BB_1D — в плоскости ZOY .

На расстоянии y от плоскости XOZ показано параллельное сечение этой же поверхности $A_1B_1C_1$.

Рис. 10.4. Картина распределения энергии в изображении точки

Перемещая изображение светящейся точки (фигуру ABC , выражающую распределение освещенности в плоскости XOZ) в направлении оси OX , будем накладывать освещенности от соседних элементов светящейся линии друг на друга (длина светящейся линии принимается бесконечно длинной); происходящее при этом суммирование освещенностей может быть выражено интегралом

$$E_0 = N \int_{-\infty}^{\infty} ABC dx = N \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0(x) dx \right] dx, \quad (10.47)$$

где N — некоторый коэффициент пропорциональности; $\Phi_0(x)$ — функция светораспределения.

Для параллельной плоскости, отстоящей от плоскости XOZ на расстояние, равное y , величина освещенности, получаемой от бесконечно длинной линии, будет выражаться суммированием освещенностей, определяемых кривой $A_1B_1C_1$. Таким образом, величина освещенности определится интегралом:

$$E_y = N \int_{-\infty}^{\infty} A_1B_1C_1 dx = N \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_y(x) dx \right] dx. \quad (10.48)$$

Составляя отношение освещенностей E_y к E_0 , получим

$$\frac{E_y}{E_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} A_1 B_1 C_1 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} ABC dx}. \quad (10.49)$$

Очевидно, что отношение интегралов в формуле (10.49) будет равно отношению самих площадей $A_1 B_1 C_1$ и ABC , т. е. интегралов:

$$\frac{E_y}{E_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_y(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0(x) dx}. \quad (10.50)$$

Если изображение отдельной точки светящейся линии получается центрированным (случай, когда точка находится, например, на оси системы), то распределение освещенности $\Phi_y(x)$ может быть выражено через $\Phi_0(x)$ — светораспределение в плоскости XOZ . Тогда аргумент функции $\Phi_y(x)$ можно рассматривать как гипотенузу треугольника, построенного на катетах x и y .

Таким образом, можно написать

$$\Phi_y(x) = \Phi_0(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (10.51)$$

и формула (10.50) преобразуется:

$$\frac{E_y}{E_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0(\sqrt{x^2 + y^2}) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0(x) dx}. \quad (10.52)$$

Заметим, что распределение освещенности в изображении светящейся тонкой линии уже не сможет принимать нулевых значений даже и при безабберационном изображении светящейся точки, содержащем кольца с нулевой освещенностью. Это объясняется тем, что на точку с нулевой освещенностью будут время от времени накладываться освещенности от других точек, принадлежащие участкам за линиями нулевых освещенностей, т. е. за темными кольцами в дифракционном изображении.

Одновременно следует обратить внимание и на то обстоятельство, что отношение освещенностей $E_y : E_0$ будет получаться несколько меньшим, чем отношение освещенностей $\Phi_y : \Phi_0$:

$$\frac{E_y}{E_0} < \frac{\Phi_y}{\Phi_0} = \frac{\Phi_0(x \sqrt{1 + y^2/x^2})}{\Phi_0(x)}. \quad (10.53)$$

Это подтверждается рис. 10.4, где площадь фигуры $A_1B_1C_1$ меньше площади фигуры ABC и могла бы быть получена умножением площади фигуры ABC на отношение освещенностей $\Phi_y : \Phi_0$.

§ 49. Передача контраста оптической системой

В числе различных объектов, изображаемых оптической системой, может быть решетка, состоящая из ряда параллельных полос либо со скачкообразным изменением светности, либо с плавным ее изменением — переходом от какой-то наименьшей светности к наибольшей или наоборот.

Отношение разности между наибольшей и наименьшей светностью к сумме этих светностей называют коэффициентом контраста или контрастом предмета:

$$k = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\max} + B_{\min}}. \quad (10.54)$$

Полагая, что элемент объекта достаточно мал и что на участке поля, в котором рассматривается изменение светности, не происходит ощутимого изменения aberrаций и величины входного зрачка, можно принять, что световой поток dF , воспринимаемый оптической системой, будет сохранять и величину телесного угла, и угол между нормалью к элементу и осью светового пучка. Таким образом, величина светового потока будет изменяться в пределах от $dF_{\min}$ до $dF_{\max}$ лишь за счет изменения светности.

Если бы не происходило рассеяния светового потока из-за наличия aberrаций и дифракции, то эти элементарные световые потоки должны были бы пройти через площадь элементарного изображения ds' , связанную с элементом предмета ds через линейные увеличения V_s и V_t . Эти увеличения условимся считать неизменными в пределах рассматриваемого участка поля зрения.

Можно определить освещенности на этих элементах изображения:

$$E = \frac{dF}{ds'}; \quad E_{\min} = \frac{dF_{\min}}{ds'}; \quad E_{\max} = \frac{dF_{\max}}{ds'}. \quad (10.55)$$

Составляя отношение разности освещенностей $E_{\max}$ и $E_{\min}$ к их сумме, получим контраст изображения

$$k' = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}}. \quad (10.56)$$

Подставляя в эту формулу значения освещенностей из формулы (10.55) и помня, что световые потоки будут равны

$$dF = B ds d\Omega, \quad (10.57)$$

можно выразить контраст k' через световые потоки:

$$k' = \frac{\frac{dF_{\max}}{ds'} - \frac{dF_{\min}}{ds'}}{\frac{dF_{\max}}{ds'} + \frac{dF_{\min}}{ds'}} = \frac{dF_{\max} - dF_{\min}}{dF_{\max} + dF_{\min}}, \quad (10.58)$$

или

$$k' = \frac{B_{\max} ds d\Omega - B_{\min} ds d\Omega}{B_{\max} ds d\Omega + B_{\min} ds d\Omega} = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\max} + B_{\min}} = k. \quad (10.59)$$

Из формулы (10.59) следует, что при идеализированной оптической системе контраст на изображении будет равен контрасту на предмете.

Однако на самом деле величина кружка рассеяния, обусловленная наличием дифракции и aberrаций, будет значительно превосходить величину геометрического изображения ds' элемента ds .

В подобных случаях формулы (10.58) и (10.59) перестают быть справедливыми и контраст k' изображения уже не будет равным контрасту k предмета. Поэтому возникает необходимость установления зависимости между контрастами k' и k .

С этой целью обратимся к рис. 10.5, на котором кривая PQ выражает функцию изменения светности B на предмете.

Светность B_1 в точке A_1 выразим как функцию от аргумента x в виде отрезка $A_1A'_1$. Таким образом,

$$B_1 = B(x). \quad (10.60)$$

Светность B_2 в точке A_2 , расположенной на расстоянии ξ от точки A_1 , может быть выражена формулой

$$B_2 = B(x - \xi). \quad (10.61)$$

Световой поток, исходящий от элемента предмета, расположенного в точке A_1 , при наличии aberrаций и дифракции, распределится на участке от $-\xi_1$ до ξ_2 ; следовательно, на этом участке будет происходить изменение освещенности E_1 как функции от ξ :

$$E_1 = E_1(\xi). \quad (10.62)$$

В самой точке A'_1 освещенность будет равна

$$E_{01} = E_1(0) = MB_1 = MB(x), \quad (10.63)$$

где M — коэффициент пропорциональности.

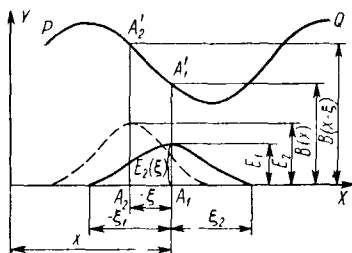


Рис. 10.5. К определению частотно-контрастных характеристик

Отношение освещенности E_1 к освещенности E_{01} будет являться функцией светораспределения в кружке рассеяния $\Phi_1 = \Phi(\xi)$ для точки A'_1 .

Перейдем к рассмотрению точки A'_2 . Если оптическая система не будет изменять своих свойств в интервале, существенно превосходящем расстояние ξ между точками A'_1 и A'_2 , то в точке A'_2 должна будет сохраниться неизменной функция светораспределения:

$$\Phi_2 = \Phi_1 = \Phi(\xi). \quad (10.64)$$

Должен будет сохраниться также и коэффициент пропорциональности M . Поэтому для освещенности E_{02} в точке A'_2 будет иметь место равенство

$$E_{02} - E_2'(0) = MB(x - \xi). \quad (10.65)$$

Если кружок рассеяния от точки A'_2 перекрывает точку A'_1 , то в точке A'_1 на освещенность от элемента предмета в точке A_1 будет накладываться освещенность от элемента A_2 , равная

$$E_2(\xi) = E_{02}\Phi(\xi) = MB(x - \xi)\Phi(\xi). \quad (10.66)$$

Кроме точки A_2 и другие точки объекта, изображения которых укладываются в интервале расстояний от $-\xi_1$ до ξ_2 , также будут накладывать свои освещенности в точке A'_1 . Поэтому суммарная освещенность в точке A'_1 выразится интегралом:

$$E(x) = \int_{-\xi_1}^{\xi_2} M\Phi(\xi)B(x - \xi)d\xi. \quad (10.67)$$

Формула (10.67) является сверткой функции $\Phi(\xi)$ и функции $B(x - \xi)$.

Как мы уже видели, вследствие наличия дифракции фигура рассеяния световой энергии простирается от $-\infty$ до $+\infty$; в соответствии с этим и пределы интегрирования следовало бы брать от $-\infty$ до $+\infty$.

Однако, если картина распределения энергии на предмете будет ограничена, т. е. если предмет имеет конечные размеры, то пределы интегрирования будут ограничены размерами его изображения.

Случай бесконечно большого предмета можно рассматривать как идеализированный случай, и тогда пределы интегрирования следует брать, как уже говорилось, от $-\infty$ до $+\infty$.

Обратимся к изменению светности на предмете. Полагая, что светность изменяется в пределах от $B_{\min}$ до $B_{\max}$, выберем некоторую постоянную величину светности B_0 таким образом, чтобы

$$\left. \begin{aligned} B_{\max} &= B_0 + \Delta B_0; \\ B_{\min} &= B_0 - \Delta B_0. \end{aligned} \right\} \quad (10.68)$$

Тогда выражение (10.54) для контраста k преобразуется:

$$k = \frac{2\Delta B_0}{2B_0} = \frac{\Delta B_0}{B_0}. \quad (10.69)$$

Возвращаясь к формуле (10.61), можно из светности B выделить постоянную часть B_0 — светность фона. Тогда, обозначая переменную часть светности через B_1 , получаем

$$B(x - \xi) = B_1(x - \xi) + B_0 \quad (10.70)$$

и интеграл в формуле (10.67) разобьется на два интеграла:

$$E(x) = \int_{-\xi_1}^{\xi_2} MB_0 \Phi(\xi) d\xi + \int_{-\xi_1}^{\xi_2} MB_1(x - \xi) \Phi(\xi) d\xi. \quad (10.71)$$

В частном случае функцию B_1 можно рассматривать как периодическую функцию с амплитудой, равной ΔB_0 . Полагая эту функцию синусоидальной, можно написать

$$B_1(x - \xi) = \Delta B_0 \cos 2\pi m(x - \xi), \quad (10.72)$$

где под m подразумевается величина, определяющая частоту данной периодической функции.

Развертывая выражение косинуса в формуле (10.72), преобразуем формулу (10.71), разделив в ней второй интеграл снова на два интеграла:

$$E(x) = MB_0 \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) d\xi + M \Delta B_0 \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) \cos 2\pi m(x - \xi) d\xi, \quad (10.73)$$

или

$$\begin{aligned} E(x) = MB_0 \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) d\xi + M \Delta B_0 \cos 2\pi mx \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) \cos 2\pi m\xi d\xi + \\ + M \Delta B_0 \sin 2\pi mx \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) \sin 2\pi m\xi d\xi. \end{aligned} \quad (10.74)$$

Составим отношения интегралов, входящих в формулу (10.74), и обозначим их как функции от частоты:

$$T_c(m) = \frac{\int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) \cos 2\pi m\xi d\xi}{\int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) d\xi}; \quad (10.75)$$

$$T_s(m) = \frac{\int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) \sin 2\pi m\xi d\xi}{\int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) d\xi}. \quad (10.76)$$

Эти две функции позволяют выразить интегралы, входящие во второй и третий члены формулы (10.74), через интеграл, входящий в первый член этой формулы. В соответствии с этим формула (10.74) может быть переписана:

$$E(x) = MB_0 \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) d\xi + M \Delta B_0 \cos 2\pi m x T_c(m) \times \\ \times \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) d\xi + M \Delta B_0 \sin 2\pi m x T_s(m) \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) d\xi. \quad (10.77)$$

Вынося оставшийся интеграл за общую скобку, находим

$$E(x) = MB_0 \int_{-\xi_1}^{\xi_2} \Phi(\xi) d\xi \left\{ 1 + \frac{\Delta B_0}{B_0} [\cos 2\pi m x T_c(m) + \right. \\ \left. + \sin 2\pi m x T_s(m)] \right\}. \quad (10.78)$$

Коэффициент перед фигурными скобками можно рассматривать как освещенность фона E_0 . Помня, что отношение $\Delta B_0 : B_0$ есть величина контраста k на предмете, формулу (10.78) можно преобразовать:

$$E(x) = E_0 \{ 1 + k [T_c(m) \cos 2\pi m x + T_s(m) \sin 2\pi m x] \}. \quad (10.79)$$

Если ввести функцию $T(m)$, квадрат которой будет равен сумме квадратов функций $T_c(m)$ и $T_s(m)$:

$$[T(m)]^2 = [T_c(m)]^2 + [T_s(m)]^2, \quad (10.80)$$

то отношения функций $T_c(m)$ и $T_s(m)$ к этой новой функции можно рассматривать как косинус и синус некоторого угла θ , тоже являющегося некоторой функцией от частоты m .

Это позволяет представить формулу (10.79) в виде

$$E(x) = E_0 \{ 1 + k |T(m)| [\cos 2\pi m x \cos \theta(m) + \sin 2\pi m x \sin \theta(m)] \}, \quad (10.81)$$

или

$$E(x) = E_0 \{ 1 + k |T(m)| \cos [2\pi m x - \theta(m)] \}. \quad (10.82)$$

Функция $E(x)$ будет принимать максимальное и минимальное значения тогда, когда косинус, входящий во второй член формулы (10.82), будет обращаться в плюс или минус единицу:

$$E_{\max} = E_0 [1 + k |T(m)|]; \quad E_{\min} = E_0 [1 - k |T(m)|], \quad (10.83)$$

что позволяет составить выражение для контраста на изображении:

$$k' = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}} = k |T(m)|. \quad (10.84)$$

Формула (10.84) позволяет выразить контраст на изображении через контраст на предмете, умноженный на так называемую передаточную функцию $|T(m)|$.

Возвращаясь к формуле (10.82), видим, что в выражение освещенности кроме передаточной функции $|T(m)|$ входит функция $\theta(m)$, определяющая фазу в колебательном процессе, где функция $|T(m)|$ может рассматриваться как амплитуда этого процесса.

Определяя освещенность E согласно формуле (10.82), коэффициент при косинусе $2\pi mx - \theta(m)$ можно было бы рассматривать как изменение освещенности на изображении; тогда, учитывая (10.84), формулу (10.82) можно представить в виде

$$E(x) = E_0 + \Delta E_0 \cos[2\pi mx - \theta(m)]. \quad (10.85)$$

В случае симметрии фигуры рассеяния, когда функция светораспределения $\Phi(\xi)$ будет являться четной функцией относительно аргумента ξ , интеграл

$$\int_{-\xi}^{\xi} \Phi(\xi) \sin 2\pi m \xi d\xi = 0, \quad (10.86)$$

т. е. обращается в нуль при произвольных значениях m . При этом становятся равными нулю и функции $T_s(m)$ и $\sin \theta(m)$, согласно формулам (10.76) и (10.80). Тогда распределение освещенности на изображении примет вид

$$E(x) = E_0 + \Delta E_0 \cos 2\pi mx. \quad (10.87)$$

§ 50. Связь частотно-контрастных характеристик с увеличением и апертурными углами

Рассматривая распределение световой энергии в фигуре рассеяния в плоскости, перпендикулярной главному лучу, видим, что в случае отсутствия аберраций светораспределение выражается квадратом отношения удвоенной функции Бесселя первого рода первого порядка к ее аргументу z , в который входит произведение апертурного угла σ и расстояния $\delta g'_0$ рассматриваемой точки от главного луча.

Таким образом, формулы (10.25) и (10.26) позволяют получать картину распределения световой энергии при различных апертурных углах, если это распределение известно лишь для одного какого-то апертурного угла.

Это же положение будет иметь место и при наличии аберраций. Действительно, обращаясь к формулам (10.10), можно от общего выражения волновой аберрации $\Delta l(\sigma, \gamma)$ отделить ее переменную часть, определяемую произведением смещения $\delta g'_0$ центра сферы сравнения в меридиональном направлении и величины апертурного угла $\sigma_t = \sigma \cos \gamma$.

В соответствии с этим формулы (10.10) преобразуются:

$$\left. \begin{aligned} C &= \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\sigma} \sigma \cos \frac{2\pi}{\lambda} [\Delta l(\sigma, \gamma) + \delta g'_0 \sigma \cos \gamma] d\sigma; \\ S &= \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\sigma} \sigma \sin \frac{2\pi}{\lambda} [\Delta l(\sigma, \gamma) + \delta g'_0 \sigma \cos \gamma] d\sigma. \end{aligned} \right\} \quad (10.88)$$

Прибегая к замене переменной, согласно формуле (10.26), можно написать:

$$C = \left(\frac{\lambda}{2\pi \delta g'_0} \right)^2 \int_0^z z dz \int_0^{2\pi} \left[\cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l(\sigma, \gamma) \cos(z \cos \gamma) - \right. \\ \left. - \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l(\sigma, \gamma) \sin(z \cos \gamma) \right] d\gamma; \quad (10.89)$$

$$S = \left(\frac{\lambda}{2\pi \delta g'_0} \right)^2 \int_0^z z dz \int_0^{2\pi} \left[\sin \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l(\sigma, \gamma) \cos(z \cos \gamma) + \right. \\ \left. + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l(\sigma, \gamma) \sin(z \cos \gamma) \right] d\gamma. \quad (10.90)$$

Относительная освещенность $E : E_0$ выразится, как и ранее, в соответствии с формулами (10.8) и (10.15):

$$\frac{E}{E_0} = \frac{C^2 + S^2}{\pi^2 \sigma_l^2 \sigma_s^2}. \quad (10.91)$$

В формулы (10.89) и (10.90) под знаком интеграла вошла переменная z , которая, как и раньше, зависит от произведения величин $\delta g'_0$ и σ . Поэтому и при наличии аббераций одно и то же распределение световой энергии в фигуре рассеяния будет наблюдаться при различных апертурных углах для оптической системы и соответственно измененных геометрических размерах фигуры рассеяния.

Величины $\delta g'_0$ и σ можно рассматривать как величины предмета и входного апертурного угла для оптической системы, работающей в обратном ходе лучей.

Если эта система в обратном ходе будет иметь увеличение, равное $\tilde{V}_l$, то величины $\delta g'_0$ и σ будут соответствовать величинам $\delta g'_0$ и σ , равным

$$\delta g'_0 = \tilde{V}_l \delta g'_0; \quad \sigma = \sigma / \tilde{V}_l, \quad (10.92)$$

и произведения обеих пар величин окажутся равными друг другу:

$$\delta g'_0 \sigma = \delta g'_0 \sigma. \quad (10.93)$$

Таким образом, картина светораспределения в обратном ходе получится точно такой же, как и в случае прямого хода, но будет увеличена в $\tilde{V}_i$ раз, причем соответственно будут уменьшены в $\tilde{V}_i$ раз меридиональные апертурные углы.

Аналогичным образом может быть получено соответствующее выражение и для сагиттальной плоскости, но там вместо меридионального увеличения $\tilde{V}_i$ нужно будет брать сагиттальное увеличение $\tilde{V}_s$.

Ранее мы видели, что распределение освещенности от тонкой линии и переход к частотно-контрастным характеристикам осуществлялись на основе свертки картины светораспределения на предмете и аппаратной функции — светораспределения от элемента предмета, создаваемого оптической системой.

В силу этого все соображения относительно кратности картины светораспределения и увеличений должны сохраниться и для частотно-контрастных характеристик: частоты m в обратном ходе при сохранении контраста будут получаться как частные от деления частот в прямом ходе на соответствующие увеличения.

Использование этого свойства передачи частот в прямом и обратном ходе позволяет, определив при одной и той же выходной апертуре частотно-контрастные характеристики для ряда различных по величине аберраций одного и того же характера, получать частотно-контрастные характеристики при любых апертурных углах путем пропорционального пересчета.

Опираясь на это свойство пересчета частотно-контрастных характеристик, можно составить сравнительно небольшой их каталог для основных видов аберраций оптических систем.

§ 51. Каталог частотно-контрастных характеристик для различного вида аберраций

Составляя каталог графиков частотно-контрастных характеристик, можно ограничиться лишь наиболее часто встречающимися аберрациями; к числу таких аберраций, для которых на рис. 10.6 построены графики ЧКХ, можно отнести следующие.

1. Простая расфокусировка (рис. 10.6, а).

2. Астигматизм — расположение центра сферы сравнения в меридиональном или сагиттальном изображении (рис. 10.6, б).

3. Астигматизм — расположение центра сферы сравнения между меридиональным и сагиттальным изображениями (рис. 10.6, в).

4. Простая кома (рис. 10.6, г).

Другие виды комы практически почти не встречаются, поэтому рассматривать их не будем.

5. Простая центрированная сферическая аберрация третьего порядка (рис. 10.6, д).

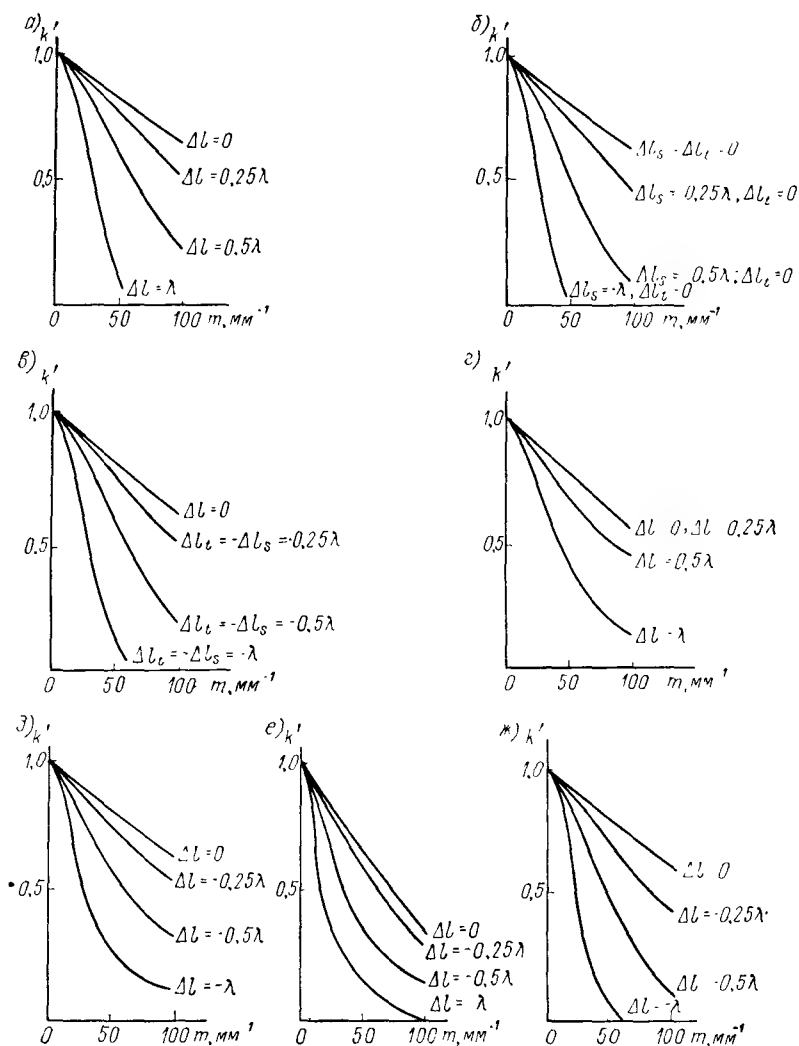


Рис. 10.6. Частотно-контрастные характеристики для простейших видов aberrаций

6. Сферическая aberrация с двумя лепестками, когда либо в меридиональном, либо в сагиттальном направлении aberrация оказывается уничтоженной (рис. 10.6, е).

Случаи сферической aberrации при наличии крестообразной симметрии практически почти не встречаются, поэтому их рассматривать не будем.

7. Совокупность сферической aberrации третьего и пятого порядков (рис. 10.6, ж).

Для вычисления частотно-контрастных характеристик было рассчитано несколько простейших оптических систем; при этом была поставлена задача выделения отдельного вида aberrаций таким образом, чтобы aberrации других видов были по крайней мере на порядок ниже, чем рассматриваемый вид aberrаций.

Во всех перечисленных случаях предполагалось, что апертурный пучок лучей имеет форму кругового конуса, т. е. и геометрическое и aberrационное виньетирование отсутствуют.

Диапазон значений aberrаций, для которых определялись ЧКХ, был выражен через значения волновой aberrации на краю отверстия. Наименьшая волновая aberrация была ограничена величиной в четверть длины волны, что соответствует соблюдению условия Рэлея; остальные значения были получены в результате удвоения значения предыдущей волновой aberrации.

Таким образом, был намечен следующий ряд значений волновой aberrации: $\lambda/4$; $\lambda/2$; λ . Для этих волновых aberrаций на краю отверстия и были построены приведенные на рис. 10.6 графики изменения контраста изображения в случае абсолютно контрастного объекта, обладающего для всех частот контрастом, равным единице.

Для удобства пересчета частотно-контрастных характеристик на другие апертуры величина начального апертурного угла была принята равной 0,1 рад.

Глава 11

ХРОМАТИЗМ

§ 52. Оптические материалы

В предыдущих главах, рассматривая тот или иной вопрос, связанный с работой оптической системы, мы не затрагивали явлений, обусловленных изменением показателей преломления оптических сред при переходе от одного участка спектра к другому.

Оптические системы могут обслуживать довольно широкий диапазон длин волн, простирающийся от 300 нм (ультрафиолетовая часть спектра) до 1000—2000 нм (ближняя и дальняя инфракрасные части) и до 5 мкм и более (дальняя инфракрасная часть).

Из этого широкого участка спектра на долю видимого участка, воспринимаемого глазом человека, приходится более узкий

участок от 434,1 нм (ртутная линия спектра G') до 766,5 нм (красная линия спектра A' , принадлежащая водороду).

В качестве опорных точек на этом участке обычно принимают следующие линии спектра:

Линия спектра	A'	C	D	F	G'
Длина волны, нм	766,5	656,3	589,3	486,1	434,1

Изменение длины волны света приводит к изменению показателей преломления оптических сред. В большинстве случаев наблюдается рост показателей преломления при уменьшении длины световой волны; принято говорить, что подобные среды имеют нормальный ход изменения показателей преломления, т. е. нормальную дисперсию.

В отличие от сред с нормальной дисперсией встречаются среды, у которых рост показателей преломления связан с увеличением длины волны; такие среды называют средами с аномальной дисперсией.

Оптические стекла и большинство оптических кристаллов, используемых при создании оптических систем, обладают нормальным ходом дисперсии.

Для сопоставления свойств различных оптических сред можно воспользоваться значениями показателей преломления для каких-либо двух длин волн; в видимой части спектра обычно используют длины волн C и F спектра водорода; такую разность показателей называют средней или основной дисперсией.

Однако знание основной дисперсии еще не позволяет достаточно полно охарактеризовать хроматические свойства той или иной среды; поэтому на практике пользуются понятием относительной дисперсии — отношением средней дисперсии к разности между основным показателем преломления среды и единицей:

$$\frac{1}{v} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}. \quad (11.1)$$

Величину v , обратную относительной дисперсии, называют коэффициентом дисперсии или числом Аббе.

Основная дисперсия и числа Аббе дают представления о свойствах оптической среды лишь для двух выбранных линий спектра; поэтому в случае необходимости определения свойств преломляющей среды для большего числа волн прибегают кроме основных дисперсий к частным относительным дисперсиям и числам Аббе.

Сведения о преломляющих свойствах различных сред и различных марок оптического стекла регламентируются ГОСТ 3514-67 и 13659-68, а также соответствующими справочниками.

Для оптических стекол различных марок значения показателей преломления варьируют в пределах от 1,43 до 2,17, числа Аббе — от 75 до 16.

Ассортимент марок оптического стекла представлен на рис. 11.1, где вдоль оси абсцисс отложены значения чисел Аббе (в убывающем порядке) и вдоль оси ординат — величины показателей преломления. Отдельными точками обозначены стекла различных марок. Нетрудно заметить, что область существования стекол снизу ограничена довольно характерной границей, идущей первоначально почти горизонтально и постепенно поднимающейся вверх по мере уменьшения чисел Аббе.

В начале этой границы располагается группа стекол с показателями преломления от 1,50 до 1,52 и числами Аббе от 65 до 59; эта группа стекол носит название кронов и обозначается буквой К.

Далее размещается группа стекол, называемых флинтами; показатели преломления флинтов охватывают значения от 1,61 до 1,63, а числа Аббе — от 38 до 35. Эту группу обозначают буквой Ф.

За группой флинтов следует группа тяжелых флинтов, обозначаемых буквами ТФ. Тяжелые флинты охватывают область показателей преломления от 1,64 до 1,80 и чисел Аббе от 34 до 26.

Группа тяжелых флинтов смыкается далее с группой сверхтяжелых флинтов с показателями преломления более двух и числами Аббе, доходящими до 16; эта группа стекол обозначается буквами СТФ.

Между группой кронов и простых флинтов располагается группа кронфлинтов и группа легких флинтов; эти две группы обозначают буквами КФ и ЛФ. Группа кронфлинтов охватывает область значений показателей преломления от 1,50 до 1,54 и чисел Аббе от 58 до 51; группа легких флинтов занимает область показателей преломления от 1,54 до 1,58 и чисел Аббе от 47 до 38.

Все перечисленные выше марки стекол нередко называют областью старых стекол, которая раньше состояла лишь из двух первых групп — простых кронов и простых флинтов. Характерной особенностью групп старых стекол является рост показателей преломления при постепенном уменьшении чисел Аббе.

Для решения многих задач создания оптических систем с повышенными характеристиками потребовались стекла, у которых при больших показателях преломления, равных показателям преломления обычных флинтов, числа Аббе соответствовали бы кронам; такая группа стекол с показателями преломления от 1,56 до 1,65 при числах Аббе от 61 до 51 называется тяжелыми кронами и обозначается буквами ТК.

В последние десятилетия была разработана группа лантановых стекол с еще более высокими показателями преломления — от 1,66 до 1,75 — при числах Аббе от 57 до 48; это группа сверхтяжелых кронов, обозначаемая буквами СТК.

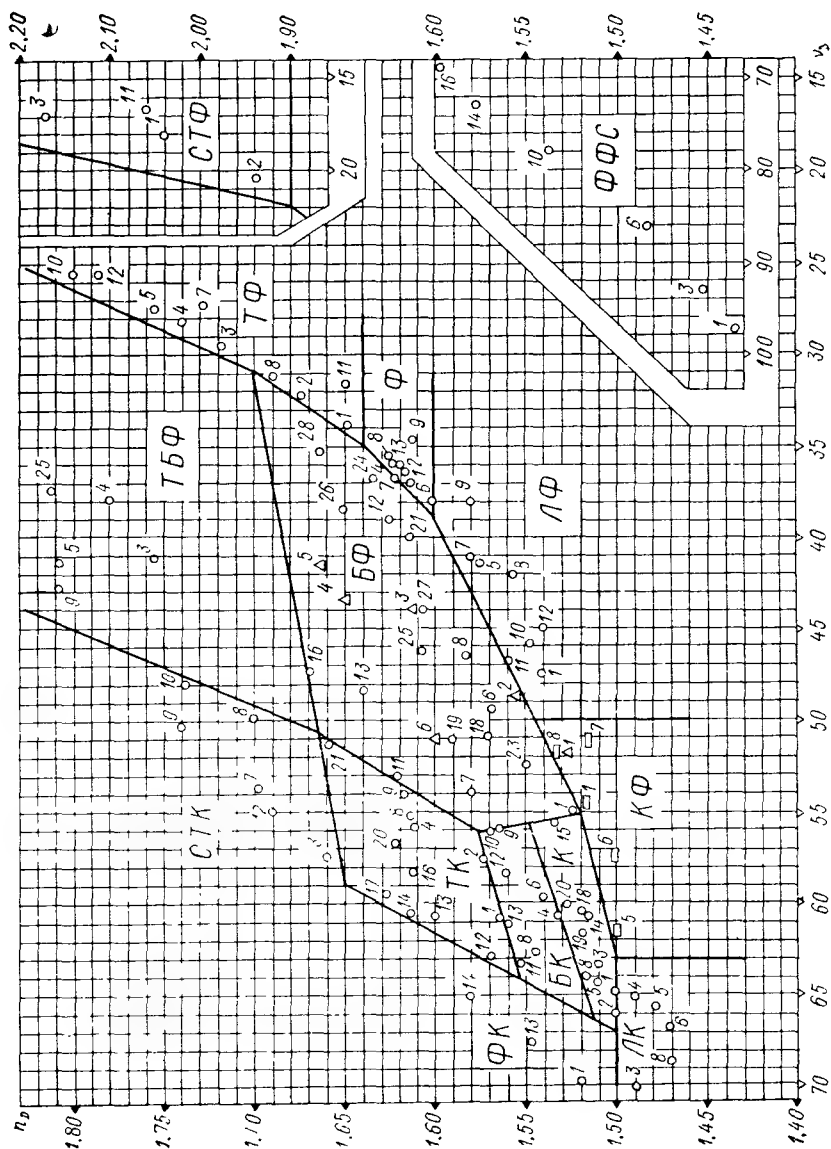


Рис. 11.1. Зависимость между показателями преломления и числами Аббе для оптических стекол:

□ — кронфлинт; ▽ — флинт с укороченным вторичным спектром; ○ — остальные стекла

Область стекол с показателями преломления от 1,75 до 1,8 и выше при числах Аббе от 41 до 30 образует группу тяжелых баритовых флинтгов, обозначаемую буквами ТБФ.

Рост показателей преломления наблюдается и при больших значениях чисел Аббе; эта группа стекол представлена фосфатными кронами, обозначаемыми ФК, с показателями преломления от 1,52 до 1,58 и числами Аббе от 70 до 65.

При таких же значениях чисел Аббе (70—65) группа легких кронов, обозначаемая буквами ЛК, имеет показатели преломления менее 1,5.

Стекла марок БК и БФ имеют средние значения показателей преломления и чисел Аббе.

В последние годы были разработаны фтористо-фосфатные стекла типа ФФС, еще не вошедшие в ГОСТ; эти стекла имеют показатели преломления от 1,43 до 1,60 и числа Аббе от 97 до 70.

Кроме ассортимента оптических стекол используется также и ряд других материалов, прозрачных как в видимой, так и в ультрафиолетовой и инфракрасной частях спектра. Показатели преломления и числа Аббе некоторых материалов приведены ниже:

Материал	n_D	ν
Хлористый натрий	1,54432	42,7
Хлористый калий	1,49038	43,9
Фтористый литий	1,3920	99,3
Фтористый натрий	1,3250	85,3
Фтористый кальций (флюорит)	1,4338	95,3
Бромистый калий	1,5599	33,5
Бромистый таллий	2,6316	—
Алюмокалиевые квасцы	1,45620	58,5

В инфракрасной области этот список может быть дополнен рядом материалов, прозрачных как в ближней, так и в дальней области спектра. Ниже приведены средние значения показателей преломления таких материалов в соответствующем интервале длин волн.

Материал	n_λ	λ , мкм
Синтетический сапфир	1,7	1—4
Трехсернистый мышьяк	2,5	2—9,5
Алюминат кальция	1,6	1—5
Оксид магния (пери лес)	1,7	1,5—6
Кремний	3,45	2,5—6,5
Германий	4,0	1,6—15

Необходимо отметить, что изменение показателей преломления в известной степени связано также и с изменением температуры; аберрации в оптических системах, вызванные этими изменениями, называют термооптическими аберрациями.

§ 53. Изменение хроматизма при изменении положения предмета

Если оптические системы содержат линзовые элементы, то при переходе от одной длины волны спектра к другой будут происходить соответствующие изменения показателей преломления у стекол, из которых изготовлены эти элементы. Изменение показателей преломления может вызвать изменение положения изображения и его величины.

Изменение положения изображения называют обычно хроматизмом положения или первым хроматизмом; изменение же увеличения называют хроматизмом увеличения или вторым хроматизмом.

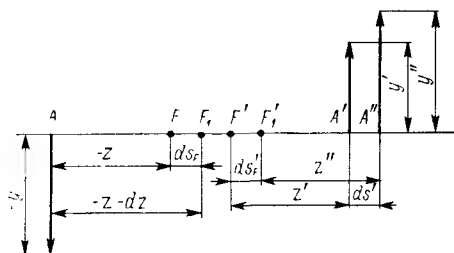


Рис. 11.2. Изменение хроматизма в зависимости от положения предмета

В том случае, когда предмет расположен в бесконечности, хроматизм положения выразится в изменении положения точки заднего фокуса; второй же хроматизм выразится в изменении величины фокусного расстояния. Поэтому нередко второй хроматизм называют также хроматизмом фокусного расстояния.

Установим зависимость изменения первого и второго хроматизма от изменения положения предмета.

Обратимся к рис. 11.2, на котором в точке A представлено положение предмета, величина которого принимается равной y ; в точках F и F' показано расположение переднего и заднего фокусов для основного цвета, а в точках F_1 и F'_1 — для второго цвета, т. е. для другой длины волны.

Расстояния от точек F и F' до точек F_1 и F'_1 обозначим через ds_F и $ds_{F'}$. Изображение для основной длины волны, расположенное в точке A' , обозначим через y' ; изображение для другой длины волны, расположенное в точке A'' на расстоянии ds' от точки A' , — через y'' .

Расстояния до точек A , A' и A'' , от соответствующих точек F , F_1 , F' и F'_1 обозначим через z , $z + dz$, z' и z'' . Эти величины, согласно рис. 11.2, могут быть связаны с отрезками ds_F , $ds_{F'}$ и ds' следующими формулами:

$$dz = -ds_F; \quad z' + ds' = ds_{F'} + z''. \quad (11.2)$$

Линейные увеличения для обеих длин волн обозначим через V и V' . Эти увеличения могут быть выражены формулами:

$$V = -\frac{f}{z}; \quad V' = -\frac{f + df}{z + dz} = -\frac{f}{z} \frac{1 + \frac{df}{f}}{1 + \frac{dz}{z}}. \quad (11.3)$$

Хроматизм увеличения можно определить как разность увеличений V' и V . Пользуясь формулами (11.3), находим

$$dV = V' - V = V \left(\frac{1 + \frac{df}{f}}{1 + \frac{dz}{z}} - 1 \right), \quad (11.4)$$

или

$$dV = V \frac{\frac{df}{f} - \frac{dz}{z}}{1 + \frac{dz}{z}} = V \frac{\frac{df}{f} + \frac{ds_F}{z}}{1 - \frac{ds_F}{z}}. \quad (11.5)$$

Хроматизм положения ds' можно определить разностью отрезков, согласно рис. 11.2:

$$ds' = ds'_F + z'' - z' = ds'_F - V'(f' + df') + Vf', \quad (11.6)$$

или, пользуясь формулой (11.4),

$$ds' = ds'_F - V df' - f' dV - dV df'. \quad (11.7)$$

Для выполнения условия устранения хроматизма увеличения $dV = 0$ необходимо, чтобы в формуле (11.5) числитель обратился в нуль. Тогда

$$dV = 0; \quad \frac{df}{f} = -\frac{ds_F}{z}; \quad df = V ds_F. \quad (11.8)$$

Из формул (11.8) вытекает, что для устранения хроматизма увеличения при различных увеличениях должно соблюдаться равенство нулю отрезков ds_F и df , т. е. необходима ахроматизация положения переднего фокуса и переднего фокусного расстояния:

$$ds_F = 0; \quad df = 0. \quad (11.9)$$

Обращаясь к формуле (11.7) и полагая отрезок $ds' = 0$, определим условие ахроматизации положения:

$$0 = ds'_F - V df' - f' dV - dV df'. \quad (11.10)$$

Для соблюдения ахроматизации положения при произвольном положении предмета необходимо, чтобы при устранении хроматизма увеличения соблюдались условия:

$$ds'_F = V df'; \quad dV = 0. \quad (11.11)$$

Величину хроматизма положения можно представить как функцию увеличения. Согласно формулам (11.7) и (11.5), получаем

$$ds' = ds'_F - V \left(df' + \frac{f' + df'}{f} \frac{df - V ds_F}{1 - \frac{ds_F}{z}} \right), \quad (11.12)$$

или

$$ds' = ds'_F - V \left[df' + (f' + df') \frac{df - V ds_F}{f + V ds_F} \right]. \quad (11.13)$$

Приравнявая в формуле (11.13) выражение в квадратных скобках нулю, приходим к условию постоянства хроматизма положения при различных увеличениях:

$$-df' = (f' + df') \frac{df - V ds_F}{f + V ds_F}. \quad (11.14)$$

Соблюдение условия (11.14) требует, в свою очередь, равенства отрезка ds_F нулю и равенства

$$f df' = -f' df - df' df, \quad (11.15)$$

или

$$\frac{df'}{f'} = -\frac{df}{f} - \frac{df'}{f} \frac{df}{f}. \quad (11.16)$$

Переднее и заднее фокусные расстояния связаны формулой

$$f/f' = -n/n'. \quad (11.17)$$

Логарифмируя и затем дифференцируя эту формулу, получаем

$$\frac{dn}{n} - \frac{dn'}{n'} - \frac{df}{f} - \frac{df'}{f'} = \frac{1 - \frac{1}{n}}{v} - \frac{1 - \frac{1}{n'}}{v'}. \quad (11.18)$$

Если первая и последняя среды одинаковы, то выражение (11.18) становится равным нулю; отсюда следует равенство

$$df = -df'. \quad (11.19)$$

Требование одновременного устранения хроматизма увеличения и положения, согласно формулам (11.8) и (11.14), приводит к равенствам $ds_F = 0$ и $df' = 0$.

Тогда будет иметь место постоянство хроматизма положения

$$ds' = ds'_F \quad (11.20)$$

и для устранения хроматизма положения потребуется обеспечить ахроматизацию положения заднего фокуса.

Таким образом, одновременное устранение хроматизма положения и хроматизма увеличения будет получаться при ахроматизации положения переднего и заднего фокусов системы и величин самих фокусных расстояний.

Заметим, что в том случае, когда первая и последняя среды неодинаковы, например когда предмет расположен в жидкой среде, а его изображение — в воздухе, правая часть формулы (11.18) не сможет стать равной нулю, вследствие чего соблюдение одновременного равенства нулю обеих величин df и df' станет невозможным; отсюда приходится делать неутешительный вывод, что для иммерсионных систем (не афокальных) принципиально невозможно соблюдение одновременного устранения хроматизма положения и хроматизма увеличения при изменении положения предмета.

Изменение хроматизма положения определится поведением точки изображения на оси системы, и поэтому использование формул оптики Гаусса не вызывает возражений; однако в случае рассмотрения хроматизма увеличения при больших полях зрения, когда приходится иметь дело с ощутимой величиной дисторсии, использование формул оптики Гаусса становится необоснованным.

Поэтому целесообразно рассмотреть вопрос о хроматизме увеличения — «хроматической дисторсии» — для больших полей, учитывая наличие в системе дисторсии.

Ранее была выведена точная формула (1.52) для изменения дисторсии в зависимости от увеличения. Воспользуемся ее окончательным результатом:

$$\Delta y' = \Delta y_F' - V \Delta y_F. \quad (11.21)$$

При изменении длины волны и соответственном изменении показателей преломления произойдет изменение и увеличения и величины дисторсии в прямом и обратном ходе лучей; поэтому хроматическое изменение дисторсии может быть определено посредством дифференцирования формулы (11.21) по показателю преломления. Таким образом, находим

$$d(\Delta y') = d(\Delta y_F') - V d(\Delta y_F) - dV \Delta y_F. \quad (11.22)$$

Из этой формулы нетрудно сделать вывод, что устранение хроматической дисторсии в передней и задней фокальных поверхностях еще не обеспечивает устранения хроматической дисторсии при произвольном положении предмета, так как хроматическая дисторсия будет равна

$$d(\Delta y') = -dV \Delta y_F. \quad (11.23)$$

Однако при устранении дисторсии Δy_F в передней фокальной плоскости устранение хроматической дисторсии при произвольных увеличениях будет достигнуто даже в случае $dV \neq 0$.

§ 54. Ахроматизация системы из тонких линз в воздухе. Хроматизм плоскопараллельной пластинки

До сих пор мы рассматривали общие вопросы и закономерности, справедливые для любых оптических систем, или закономерности, справедливые для одной преломляющей поверхности.

Однако в очень многих случаях представляется возможным установить некоторые закономерности, справедливые для оптической системы, состоящей из двух преломляющих поверхностей, т. е. для отдельной линзы.

Особенно большое распространение имеют линзы, у которых первая и последняя среды одинаковы; примером такой линзы служит линза, расположенная в воздухе.

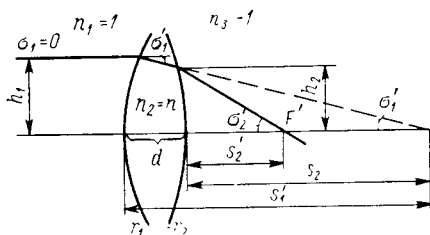


Рис. 11.3. К определению силы толстой линзы

Обратимся к рассмотрению такого случая. Воспользуемся для этой цели рис. 11.3, на котором представлена линза, ограниченная двумя преломляющими поверхностями с радиусами, равными r_1 и r_2 , и толщиной по оси, равной d . Показатель преломления стекла, из которого сделана линза, примем равным n .

Заднее фокусное расстояние первой поверхности будет, согласно формуле (2.20), равно

$$f'_1 = \frac{n'_1 r_1}{n'_1 - n_1} - \frac{n r_1}{n - 1} = s'_1. \quad (11.24)$$

Направим на рассматриваемую линзу луч, идущий параллельно ее оси на расстоянии, равном h_1 . Этот луч, пересекая ось линзы на расстоянии $s'_1 = f'_1$ от первой поверхности, образует с осью линзы угол

$$\sigma'_1 = \frac{h_1}{s'_1} = \frac{h_1}{r_1} \frac{n - 1}{n}. \quad (11.25)$$

Определим отрезок s_2 для второй преломляющей поверхности:

$$s_2 = s'_1 - d. \quad (11.26)$$

Умножив отрезок s_2 на угол σ'_1 , получим высоту луча на второй поверхности

$$h_2 = s_2 \sigma'_1 = h_1 - \sigma'_1 d. \quad (11.27)$$

Воспользуемся инвариантом Аббе для второй поверхности. Учитывая, что $n'_2 = n_1 = 1$ и $n_2 = n$, находим

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{r_2} = n_2 \left(\frac{1}{s_2} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (11.28)$$

откуда

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{n}{s_2} + \frac{1-n}{r_2}. \quad (11.29)$$

Подставляя в формулу (11.29) значение s_2 из формулы (11.26), получаем

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{n}{s'_1 - d} + \frac{1-n}{r_2} \quad (11.30)$$

и, заменяя значение s'_1 согласно формуле (11.24), имеем

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{n}{\frac{nr_1}{n-1} - d} + \frac{1-n}{r_2}. \quad (11.31)$$

Умножая формулу (11.31) на высоту h_2 , находим

$$\frac{h_2}{s'_2} = \sigma'_2 = \left(\frac{n}{\frac{nr_1}{n-1} - d} + \frac{1-n}{r_2} \right) \left[h_1 - \frac{h_1 (n-1) d}{r_1 n} \right]. \quad (11.32)$$

Отношение $h_1 : \sigma'_2$ есть не что иное, как заднее фокусное расстояние рассматриваемой линзы. Поэтому

$$\frac{\sigma'_2}{h_1} = \frac{1}{f'} = \left[\frac{n(n-1)}{nr_1 - (n-1)d} - \frac{n-1}{r_2} \right] \left(1 - \frac{1}{r_1} \frac{n-1}{n} d \right) \quad (11.33)$$

и после дальнейших несложных преобразований

$$\frac{1}{f'} = \Phi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{d(n-1)^2}{nr_1 r_2}. \quad (11.34)$$

Формула (11.34) есть общая формула для силы толстой линзы.

В случае, если толщина линзы d мала, формула (11.34) может быть заменена приближенной формулой для тонкой линзы

$$\Phi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (11.35)$$

Формула (11.35) становится точной, когда одна из поверхностей линзы превращается в плоскость.

Логарифмируя и дифференцируя по n формулу (11.35), получаем формулу для хроматизма тонкой линзы

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = \frac{dn}{n-1} = \frac{1}{v}, \quad (11.36)$$

или

$$d\Phi = \Phi/v. \quad (11.37)$$

Формула (11.37) объясняет причину выбора относительной дисперсии (или чисел Аббе) как одного из параметров, характеризующих хроматические свойства оптических материалов.

Обращаясь к формуле (1.33) для силы совокупности двух систем и применяя ее для случая двух линз в воздухе, получаем

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_1 \Phi_2 d \quad (11.38)$$

и для тонких линз, соприкасающихся друг с другом,

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2. \quad (11.39)$$

Дифференцируя формулу (11.39), находим

$$d\Phi = d\Phi_1 + d\Phi_2. \quad (11.40)$$

Заменяя в формуле (11.40) величины $d\Phi_1$ и $d\Phi_2$ их значениями согласно формуле (11.37), получаем

$$d\Phi = \frac{\Phi_1}{v_1} + \frac{\Phi_2}{v_2}. \quad (11.41)$$

Можно поставить задачу ахроматизации системы из двух тонких линз, соприкасающихся друг с другом.

Тогда, приравнявая величину $d\Phi$ нулю и используя формулу (11.39), находим

$$\frac{\Phi_1}{v_1} + \frac{\Phi_2}{v_2} = 0 = \frac{\Phi_1}{v_1} + \frac{\Phi - \Phi_1}{v_2}, \quad (11.42)$$

откуда

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = -\frac{v_2}{v_1} = \frac{\Phi - \Phi_1}{\Phi_1} = \frac{\Phi}{\Phi_1} - 1. \quad (11.43)$$

Величины v_1 и v_2 всегда положительны; поэтому силы соприкасающихся линз должны различаться по знаку. Это означает, что в любых случаях одна из линз должна быть положительной, а другая — отрицательной.

Из формулы (11.43) следует, что

$$\frac{\Phi}{\Phi_1} = 1 - \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1 - v_2}{v_1}. \quad (11.44)$$

Величина Φ_1 может быть заменена через величину Φ_2 . Тогда

$$\frac{\Phi}{\Phi_2} = -\frac{v_1 - v_2}{v_2} = \frac{v_2 - v_1}{v_2}. \quad (11.45)$$

Из формул (11.44) и (11.45) вытекает, что в случае $v_1 > v_2$ сила Φ_1 первой линзы будет одного знака с суммарной силой Φ ; равным образом, если $v_2 > v_1$, то Φ_2 и Φ тоже будут иметь одинаковые знаки.

Приходим к выводу, что всегда линза, обладающая большим ν — кроновая линза, — должна иметь силу, одинаковую по знаку с силой совокупности обеих линз.

Нетрудно сделать также вывод, что кроновая линза должна иметь силу, большую по величине, чем суммарная сила обеих линз.

Поскольку в формулу (11.37) не вошли величины радиусов линзы, хроматизм тонкой линзы не должен зависеть от ее формы.

Переходя от силы тонкой линзы к ее фокусному расстоянию, получаем

$$d\Phi = d \frac{1}{f'} = - \frac{df'}{f'^2} = - \frac{1}{f'\nu}, \quad (11.46)$$

или

$$df' = - \frac{f'}{\nu}. \quad (11.47)$$

Таким образом, равенство нулю $d\Phi$ определяет ахроматизацию фокусного расстояния.

Вместе с тем нетрудно себе представить, что у тонкой линзы, когда ее главные плоскости совпадают с самой линзой, должна иметь место ахроматизация главных точек.

Приходим к выводу, что у тонкой линзы должна соблюдаться ахроматизация положения и передней и задней фокальных точек, вследствие чего будет обеспечиваться устранение хроматизма положения и увеличения при произвольном положении предмета.

Перейдем к рассмотрению хроматизма плоскопараллельной пластинки.

Обращаясь к рис. 11.4, на котором представлен ход луча через плоскопараллельную пластинку толщиной d , можно связать положения предметной точки и ее изображения с помощью инварианта Аббе. Для первой поверхности (точки A_1 и A'_1) имеем

$$\frac{n_1'}{s_1'} = \frac{n_1}{s_1} \quad (11.48)$$

и для второй поверхности

$$\frac{n_2'}{s_2'} = \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_1'}{s_1' - d} = \frac{n_1'}{\frac{n_1'}{n_1} s_1 - d}. \quad (11.49)$$

Отсюда, помня, что $n_2' = n_1 = 1$ и $n_1' = n$, получаем

$$ns_2' = ns_1 - d, \quad (11.50)$$

или

$$s_2' = s_1 - d/n. \quad (11.51)$$

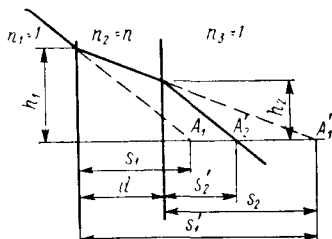


Рис. 11.4. К определению хроматизма плоскопараллельной пластинки

Дифференцируем формулу (11.51) по n и, учитывая, что положение предмета неизменно, находим

$$ds'_2 = \frac{d}{n^2} dn = \frac{n-1}{n^2 v} d. \quad (11.52)$$

Из формулы (11.52) следует, что хроматизм положения плоскопараллельной пластинки всегда положителен и не зависит от положения предметной точки.

Хроматизм увеличения для плоскопараллельной пластинки может быть определен в линейной мере умножением формулы (11.52) на полевой угол ω :

$$\delta y' = -\omega ds'_2 = -\omega \frac{n-1}{n^2 v} d \quad (11.53)$$

и не будет зависеть ни от величины предмета, ни от его расположения.

§ 55. Хроматизм в зрачке оптической системы

Как известно, хроматизм положения и хроматизм увеличения легко наблюдаются на изображении непосредственно; однако третий хроматизм — хроматизм положения в выходном зрачке — непосредственно на изображении не наблюдается, и его влияние на изображение при наличии в системе определенных условий является косвенным.

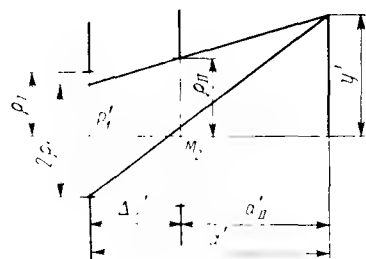


Рис. 11.5. К определению влияния хроматизма в зрачке

Таким условием, при котором хроматизм в зрачке становится ощутимым, является наличие на месте изображения действующей диафрагмы — зрачка выхода — дополнительной материальной диафрагмы.

Таким образом, влияние третьего хроматизма в известной мере будет аналогичным влиянию про-

дольной сферической аберрации в случае аберрационно-геометрического виньетирования (см. § 27).

Для рассмотрения картины влияния третьего хроматизма обратимся к рис. 11.5, на котором представлены положение изображения действующей диафрагмы P'_1 и положение дополнительной материальной диафрагмы M_2 , отстоящей от изображения диафрагмы P'_1 на расстояние, равное величине хроматизма положения $\Delta s'$ для выходного зрачка.

Радиус отверстия изображения действующей диафрагмы обозначим через ρ_1 , а радиус отверстия дополнительной диафрагмы — через ρ_H .

Зная расстояние a'_1 от выходного зрачка до плоскости изображения и составляя разность между этим расстоянием и величиной $\Delta s'$ хроматизма в зрачке, получаем расстояние a'_{11} от дополнительной диафрагмы до плоскости изображения и, следовательно, все необходимые величины для определения геометрического виньетирования $\rho(y')$ по диаметру.

Используя формулу (5.6), можно написать

$$\rho(y') = \frac{1}{2} \left[\frac{a'_{11}\rho_1}{a'_1\rho_{11}} + 1 - \left(\frac{a'_{11}}{a'_1} - 1 \right) \frac{y'}{\rho_{11}} \right]. \quad (11.54)$$

Делая предположение, что дополнительная материальная диафрагма совпадает с изображением действующей диафрагмы для основного цвета, тем самым принимаем, что для этого цвета геометрическое виньетирование будет отсутствовать.

Поэтому, налагая на график виньетирования, возникающего вследствие наличия хроматизма в выходном зрачке, график виньетирования для основного цвета (в частном случае график, соответствующий отсутствию виньетирования), мы увидим, что к краям поля зрения будет наблюдаться расхождение между обоими графиками.

Такое расхождение графиков геометрического виньетирования явится причиной частичного срезания светового потока для неосновного цвета, которое напоминает действие светофильтра, вычитающего из белого цвета некоторую цветовую составляющую, следствием чего будет возникновение общей окраски фона.

Устранение влияния третьего хроматизма сводится к задаче устранения геометрического виньетирования, возникающего из-за наличия хроматизма в выходном зрачке.

Такое устранение легко достижимо. Например, увеличивая отверстие дополнительной диафрагмы, можно отодвинуть границу начала цветного виньетирования за пределы рабочего поля зрения оптической системы.

Другим способом устранения цветного виньетирования может быть уменьшение отверстия дополнительной диафрагмы по отношению к отверстию изображения действующей материальной диафрагмы. При этом происходит как бы перемена ролей обеих диафрагм: дополнительная диафрагма начинает исполнять функции действующей диафрагмы, а изображение диафрагмы, расположенной внутри системы, — функции дополнительной виньетирующей диафрагмы.

Эти два способа устранения цветного виньетирования представлены на рис. 11.6.

Практически явление третьего хроматизма наблюдается при использовании широкоугольных окуляров с неахроматизированными коллективами; в этом случае зрачок входа глаза будет являться дополнительной виньетирующей диафрагмой.

Другим случаем, также нередко встречающимся на практике, является использование неахроматизированных конденсоров в различного рода проекционных устройствах. При этом роль действующей диафрагмы будет играть источник света, а роль виньетирующей материальной диафрагмы — диафрагма проекционного объектива.

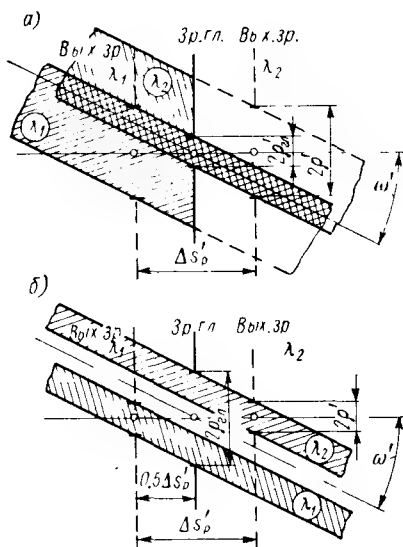


Рис. 11.6. Хроматизм положения в зрачке: а — выходной зрачок больше зрачка глаза ($\rho' > \rho_{г\lambda}$); б — выходной зрачок меньше зрачка глаза ($\rho < \rho_{г\lambda}$)

Наиболее наглядно возникновение сферохроматической аберрации можно проследить в случае работы хроматической преломляющей поверхности, разделяющей две среды с одинаковыми основными показателями преломления и различными дисперсиями или числами Аббе.

Такие хроматические поверхности легко получаются при сочетании тяжелых кронов с обыкновенными флинтами и широко используются в оптических системах в случае необходимости воздействия на хроматизм без воздействия на исправление монохроматических аберраций.

Хроматические поверхности можно осуществлять, конечно, и при других сочетаниях сред с одинаковыми основными показателями преломления, но различными относительными дисперсиями.

Совершенно очевидно, что преломляющая поверхность любой формы становится афокальной и безаберрационной, если она будет разделять среды с одинаковыми показателями преломления.

Однако при различных дисперсиях у двух таких сред при изменении длины волны будет возникать разность показателей и того и другого знака; таким образом, преломляющая поверхность будет обладать то положительной оптической силой, то отрица-

§ 56. Сферохроматизм

Рассмотренные ранее три вида хроматизма принадлежат к хроматическим явлениям первого порядка. Однако помимо хроматизмов первого порядка влияние изменения показателей преломления при изменении длины световой волны может проявляться и в изменении аберраций оптической системы.

Одним из таких воздействий на аберрации, часто встречающимся на практике, является изменение сферической аберрации при изменении длины волны, называемое сферохроматической аберрацией.

тельной, но уже отличной от нуля, в зависимости от того, какой знак будет иметь разность показателей преломления по обе стороны преломляющей поверхности при изменении длины волны.

Ранее, при рассмотрении сферической аберрации одной преломляющей поверхности, нами было установлено, что при изменении знака у силы преломляющей поверхности происходит изменение знака и у ее сферической аберрации.

Возникающие силы хроматической поверхности при отходе от основной длины волны получаются небольшими, поэтому удобно выражать и величины силы поверхности, и величины ее аберраций в диоптрийной мере.

Составляя отношение обратных величин отрезков для реального апертурного луча к обратным величинам отрезков для нулевого луча — отношение оптических сил, — получим величину относительной сферохроматической аберрации.

Используя формулу (4.12), видим, что при более близких числах Аббе и соответственно меньших разностях показателей преломления для рассматриваемой длины волны потребуются меньшие значения радиуса кривизны, необходимого для получения нужной для исправления хроматизма на оси силы поверхности; это же, в свою очередь, будет приводить к большей сферохроматической аберрации, что следует из формулы (4.15).

Рассмотрим сферохроматическую аберрацию плоско-выпуклой линзы, обращенной плоской стороной к бесконечно удаленной предметной точке.

Напишем точное выражение для сферической аберрации такой линзы:

$$\Delta s' = \frac{\sqrt{1 - \frac{h^2}{r^2}} + \sqrt{\frac{n'^2}{n^2} - \frac{h^2}{r^2}} - \frac{n'}{n} - 1}{\frac{n'^2}{n^2} - 1} r, \quad (11.55)$$

из которого нетрудно получить приближенное выражение для сферической аберрации третьего порядка

$$\Delta s'_{III} = \frac{n^2}{n-1} \frac{h^2}{2r}. \quad (11.56)$$

Логарифмируя это выражение и затем дифференцируя его по показателю преломления, находим

$$\frac{d \Delta s'_{III}}{\Delta s'_{III}} = 2 \frac{dn}{n} - \frac{dn}{n-1} = \frac{dn}{n-1} \left[\frac{2}{n} (n-1) - 1 \right]. \quad (11.57)$$

Отношение $dn : (n-1)$ есть относительная дисперсия $1/v$; тогда формула (11.57) может быть преобразована:

$$\frac{d \Delta s'_{III}}{\Delta s'_{III}} = \frac{1}{v} \left(1 - \frac{2}{n} \right). \quad (11.58)$$

Из формулы (11.58) следует, что хроматическое изменение сферической аберрации по отношению к величине сферической

абберации для основной длины волны спектра определяется произведением из величины относительной дисперсии на двучлен, заключенный в скобки и зависящий от основного показателя преломления n . Характерно, что при значении $n = 2$ этот множитель обращается в нуль, следствием чего должно явиться и уничтожение сферохроматической абберации.

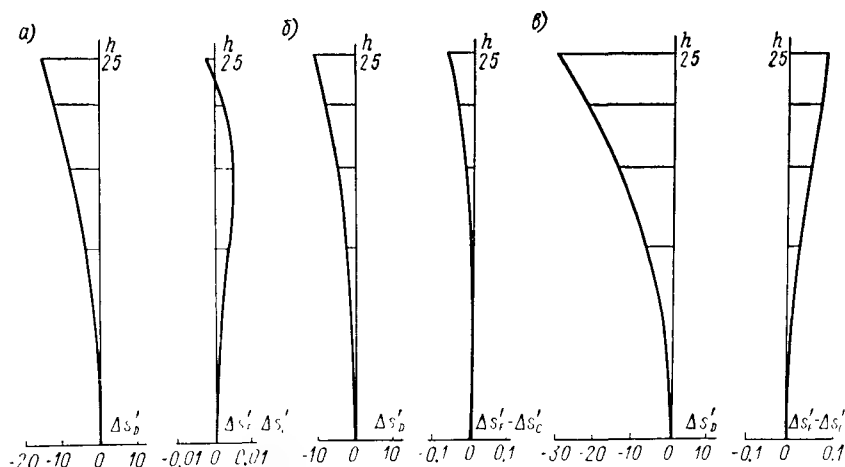


Рис. 11.7. Графики сферической абберации и сферохроматизма:
а — для стекла Е 88-40 ($n \approx 2$); б — для стекла СТФ5 ($n \approx 2$); в — для стекла К8 ($n < 2$)

Формула (11.58) является приближенной; располагая точной исходной формулой для сферической абберации (11.55), можно было бы при ее дифференцировании по показателю преломления получить и точное выражение для сферохроматической абберации рассматриваемой плоско-выпуклой линзы; однако для наглядности лучше вместо этого обратиться к численным примерам.

Были рассчитаны две плоско-выпуклые линзы с показателями преломления, близкими к двум: одна из стекла марки Е 88-40 ($n = 1,88800$; $\nu = 40,4$) французской фирмы «Parra-Mantois» и другая из отечественного стекла марки СТФ5 ($n = 2,05567$; $\nu = 16,6$). Для сравнения были выполнены также вычисления для плоско-выпуклой линзы из стекла марки К8 ($n = 1,5163$; $\nu = 64,1$).

Конструктивные данные всех трех линз при фокусном расстоянии $f' = 100$ мм приведены ниже (толщина линз в рассматриваемых примерах может быть произвольной, поэтому не указывается).

Номер линзы	r_1	r_2	n_F	n_D	n_C	s'_F	s'_C
I	∞	-88,800	1,90345	1,88800	1,88147	98,290	100,741
II	∞	-105,567	2,10208	2,05567	2,03859	95,789	101,644
III	∞	-51,630	1,52195	1,51630	1,51389	98,917	100,468

Сферическая абберация была определена для относительного отверстия, равного 1 : 2, отдельно для трех линий спектра: F , D и C . Значения сферической и сфероохроматической аббераций этих линз приведены в табл. 11.1, а соответствующие графики представлены на рис. 11.7.

Т а б л и ц а 11.1

Номер линзы	h	$\Delta s'_D$	$\Delta s'_F$	$\Delta s'_C$	$\Delta s'_F - \Delta s'_C$
I	25,0	—14,992	—14,994	—14,992	—0,002
	21,65	—11,063	—11,061	—11,064	0,003
	17,68	—7,264	—7,260	—7,265	0,005
	12,50	—3,580	—3,577	—3,581	0,004
II	25,0	—12,444	—12,496	—12,428	—0,068
	21,65	—9,211	—9,242	—9,201	—0,041
	17,68	—6,064	—6,081	—6,059	—0,022
	12,50	—2,996	—3,003	—2,994	—0,009
III	25,0	—30,774	—30,706	—30,804	0,098
	21,65	—22,172	—22,112	—22,198	0,086
	17,68	—14,280	—14,237	—14,299	0,062
	12,50	—6,926	—6,903	—6,936	0,033

§ 57. Вторичный спектр.

Апохроматизация системы из двух тонких соприкасающихся линз

При решении задачи ахроматизации системы из двух тонких соприкасающихся линз (см. § 54) ставилось условие совмещения изображений, получающихся для двух каких-либо заранее выбранных линий спектра; однако при этом не было обусловлено одновременное совмещение изображений для трех или большего числа линий спектра.

В некоторых случаях, в основном при создании длиннофокусных объективов с особо высоким качеством изображения и сильных микрообъективов, возникает необходимость совмещения изображений для трех заранее выбранных линий спектра, т. е. необходимость апохроматической коррекции.

Эта задача по существу сводится к обеспечению одновременной ахроматической коррекции для двух пар линий спектра, причем эти пары образуют два соприкасающихся ахроматизируемых участка.

Используя полученное выше условие ахроматизации [формула (11.43)], можно записать

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = -\frac{v_2}{v_1} = -\frac{v'_2}{v'_1}, \quad (11.59)$$

где v_1 и v_2 обозначают числа Аббе для одного участка спектра, а v'_1 и v'_2 — для соседнего участка.

Формулу (11.59) можно представить также в виде отношения частных дисперсий

$$\frac{v_1}{v'_1} = \frac{v_2}{v'_2} = \frac{dn'_1}{dn_1} = \frac{dn'_2}{dn_2} = \vartheta. \quad (11.60)$$

В качестве dn_1 и dn_2 могут быть взяты величины основных дисперсий; тогда формула (11.60) может рассматриваться как

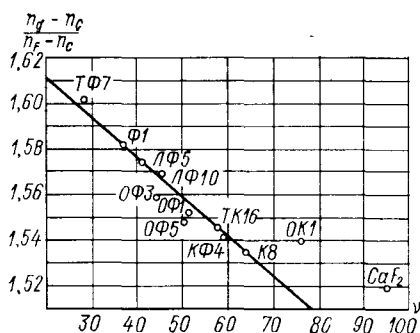


Рис. 11.8. Зависимость частных относительных дисперсий от коэффициента v

условие постоянства отношений частных дисперсий к основным. Однако на практике для большинства марок оптического стекла при различных числах Аббе это условие не обеспечивается.

Так, составляя отношение частных дисперсий на участке спектра от линии C до линии g к основной дисперсии в интервале от линии C до линии F , получаем для обычных стекол следующее эмпирическое соотношение:

$$\vartheta_{gC} = \frac{v}{v'} = \frac{dn'}{dn} = \frac{n_g - n_c}{n'_g - n'_c} = 1,646 - 0,0017v_{FC} = a + bv, \quad (11.61)$$

выражающее некоторую прямую линию, которая представлена на рис. 11.8.

Таблица 11.2

Марка стекла	v	n_C	n_D	n_F	n_g	$\frac{n_g - n_c}{n'_g - n'_c}$	$\frac{n'_D - n'_c}{n'_F - n'_c}$	$\frac{n'_F - n'_D}{n'_F - n'_c}$	$\frac{n'_g - n'_F}{n'_g - n'_c}$
K8	64,1	1,51390	1,51630	1,52196	1,52627	1,535	0,298	0,702	0,535
КФ4	58,9	1,51549	1,51810	1,52428	1,52905	1,542	0,296	0,704	0,542
ТК16	58,3	1,60950	1,61260	1,62000	1,62573	1,546	0,295	0,705	0,546
ЛФ10	45,9	1,54454	1,54800	1,55649	1,56328	1,569	0,290	0,710	0,569
ЛФ5	41,3	1,57090	1,57490	1,58482	1,59281	1,574	0,288	0,712	0,574
Ф1	36,9	1,60807	1,61280	1,62466	1,63431	1,582	0,285	0,715	0,582
ТФ7	28,3	1,72079	1,72800	1,74649	1,76195	1,602	0,280	0,720	0,602
ОФ1	51,8	1,52640	1,52940	1,53662	1,54225	1,551	0,294	0,706	0,551
ОФ3	44,1	1,60825	1,61230	1,62214	1,62990	1,559	0,292	0,708	0,559
ОФ6	51,0	1,59762	1,60110	1,60940	1,61585	1,548	0,295	0,705	0,548
ОК1	76,3	1,52018	1,52220	1,52702	1,53071	1,540	0,296	0,704	0,540
CaF ₂	95,3	1,43248	1,43283	1,43704	1,43941	1,520	0,296	0,704	0,520

В последние годы удалось разработать ряд специальных марок стекла, у которых обеспечивается хорошее совпадение коэффициентов $\bar{n}$ при существенно различных числах Аббе. Такие стекла представлены группой особых флинтгов, обозначаемых буквами ОФ, и особыми кронами, обозначаемыми буквами ОК; эти стекла также приведены на рис. 11.8, где они расположены на значительном расстоянии от прямой, определяемой уравнением (11.61).

В табл. 11.2 приведены значения частных относительных дисперсий для специальных марок оптического стекла и обычных стекол, а также для флюорита CaF_2 , широко используемого при разработке микрообъективов-апохроматов.

Сопоставляя данные таблицы для пары стекол ОК1 и ОФ6, видим, что здесь наблюдается особо хорошее совпадение частных относительных дисперсий.

§ 58. Термооптические аберрации

Влияние температуры на работу оптической системы складывается из двух воздействий.

Во-первых, оптическая деталь под воздействием температуры испытывает линейное расширение, приводящее к пропорциональному увеличению всех ее линейных размеров (толщин, радиусов), а также фокусного расстояния и фокальных отрезков.

Во-вторых, под воздействием температуры происходит изменение показателей преломления, также являющееся причиной изменения фокусного расстояния и отрезков до точек фокусов даже при сохранении линейных размеров оптической детали.

Кроме того, у оптической системы, составленной из нескольких оптических деталей, изготовленных из разных марок оптического стекла, возможны неодинаковые и по величине и по знаку изменения фокусных расстояний и фокальных отрезков, которые могут как суммироваться, так и взаимно вычитаться.

Если оптические детали расположены на значительных расстояниях друг от друга, то необходимо учитывать и возможное температурное изменение размеров оправы, несущей оптические детали, что может привести к изменению воздушных промежутков между ними.

Необходимо отметить, что воздействие температуры на работу оптической системы очень мало и практически сводится лишь к возникновению некоторой расфокусировки, ощутимой только при значительных изменениях температуры для достаточно длиннофокусных систем.

Сведения о температурных воздействиях на различные марки оптического стекла приведены в каталогах оптического стекла.

В ГОСТ 13659—68 даны следующие термооптические характеристики для спектральных линий C , D и F .

1. Приращение относительных значений показателей преломления при повышении температуры t на 1°C , выражаемое формулой

$$\beta_{t, \lambda} = \frac{dn_{\lambda}}{dt}. \quad (11.62)$$

2. Термооптическая постоянная $v_{t, \lambda}$, равная

$$v_{t, \lambda} = \frac{\beta_{\lambda}}{n_{\lambda} - 1} - \alpha_t, \quad (11.63)$$

где α_t является коэффициентом линейного расширения при температуре t .

3. Термооптическая постоянная $w_{t, \lambda}$, равная

$$w_{t, \lambda} = \bar{\beta}_{t, \lambda} + \alpha_t (n_{\lambda} - 1), \quad (11.64)$$

где $\bar{\beta}_{t, \lambda}$ — приращение абсолютного значения показателя преломления.

Температурные характеристики приведены в диапазоне температур от -60 до 20°C и от 20 до 120°C .

Выбор величин $v_{t, \lambda}$ и $w_{t, \lambda}$ обусловлен следующими соображениями.

Рассматривая формулу (11.35), видим, что сила тонкой линзы будет испытывать приращение, обусловленное изменением как показателя преломления, так и радиусов; эту формулу можно представить в виде

$$\Phi = \frac{n-1}{r_1} \left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right). \quad (11.65)$$

В формуле (11.65) выражение в скобках не должно зависеть от пропорционального изменения радиусов, поэтому при изменении температуры оно должно оставаться постоянным.

Тогда, дифференцируя формулу (11.65) по температуре, находим

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{dn}{dt} \frac{1}{r_1} \left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right) - \frac{n-1}{r_1^2} \left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right) \frac{dr}{dt}, \quad (11.66)$$

или

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dn/dt}{n-1} - \frac{dr}{r dt}. \quad (11.67)$$

Очевидно, что правая часть формулы (11.67) полностью соответствует правой части формулы (11.63); отсюда вытекает, что постоянство величины $v_{t, \lambda}$ обеспечивает пропорциональность роста силы линзы или ее фокусного расстояния изменению температуры.

Заметим, что вместо использования формулы (11.62) можно было бы ввести термооптические числа Аббе, выражаемые формулой

$$\frac{1}{v_t} = \frac{dn_t}{n-1} = \frac{\beta_{t,\lambda} dt}{n-1}, \quad (11.68)$$

а воздействие линейного расширения учесть как непосредственный коэффициент при силе линзы.

Это дает возможность представить термооптические изменения силы линзы в виде

$$d\Phi = \frac{\Phi}{v_t (1 - \alpha_t)} dt, \quad (11.69)$$

что позволяет в последующем использовать все уже известные формулы для хроматизма.

Глава 12

КОНЦЕНТРИЧЕСКИЕ
И АПЛАНАТИЧЕСКИЕ
ПОВЕРХНОСТИ§ 59. Сила концентрической линзы.
Хроматизм концентрической линзы.
Мениск Максудова

Условие концентричности отдельной линзы в воздухе определяется равенством ее толщины разности радиусов:

$$d = r_1 - r_2. \quad (12.1)$$

Подставляя это значение толщины в формулу (11.34) для силы толстой линзы, получаем

$$\Phi_K = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \frac{(n - 1)^2}{n}, \quad (12.2)$$

откуда

$$\Phi_K = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \left(1 - \frac{n - 1}{n} \right) = \left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (12.3)$$

Логарифмируя формулу (12.3) и дифференцируя по показателю, находим

$$\frac{d\Phi_K}{\Phi_K} = \frac{dn}{n^2 (1 - 1/n)} = \frac{dn}{n (n - 1)} = \frac{1}{nv}. \quad (12.4)$$

Формула (12.4) определяет хроматизм концентрической линзы, который получается в n раз меньше, чем для тонкой линзы той же оптической силы.

Обращаясь к формуле (12.3), видим, что в случае, когда радиусы концентрической линзы имеют разные знаки, ее сила положительна. Если же оба радиуса имеют одинаковые знаки, то концентрическая линза станет концентрическим мениском и ее сила получится отрицательной.

Можно рассмотреть случай, когда радиусы толстой линзы будут равны друг другу; тогда первый член в формуле (11.34) обратится в нуль сила мениска с равными радиусами выразится формулой

$$\Phi = \frac{d}{n} \frac{(n-1)^2}{r^2} \quad (12.5)$$

и будет всегда положительной.

Логарифмируя и дифференцируя формулу (12.5) по показателю преломления, определим величину хроматизма мениска с равными радиусами:

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = \frac{2dn}{n-1} - \frac{dn}{n} = \frac{dn}{n-1} \left(2 - \frac{n-1}{n} \right) = \frac{n+1}{nv}. \quad (12.6)$$

Существенно, что хроматизм такого мениска получается больше, чем у тонкой линзы.

Сопоставляя концентрический мениск и мениск с равными радиусами, видим, что при переходе от одного к другому и сила мениска и хроматизм переходят через нуль, только не одновременно.

Д. Д. Максудов обратил внимание на такой переход и поставил задачу получения мениска с исправленным хроматизмом.

Для решения такой задачи продифференцируем общее выражение для силы толстой линзы в воздухе:

$$d\Phi = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) dn + \frac{d}{r_1 r_2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) dn. \quad (12.7)$$

Вынося за общую скобку $dn : (n-1)$, получаем

$$d\Phi = (n-1) \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{d}{r_1 r_2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right] \frac{dn}{n-1}, \quad (12.8)$$

или

$$d\Phi = \frac{n-1}{v} \left[r_2 - r_1 + d \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right] \frac{1}{r_1 r_2}. \quad (12.9)$$

Для ахроматизации приравнявая $d\Phi = 0$, находим

$$r_2 - r_1 + d \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) = 0, \quad (12.10)$$

откуда при заданных значениях r_1 и r_2 получаем толщину мениска Максудова

$$d = \frac{r_1 - r_2}{1 - 1/n^2}. \quad (12.11)$$

Подставляя это значение толщины в общую формулу (11.34) для силы толстой линзы в воздухе, находим

$$\Phi_M = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \frac{r_2 - r_1}{nr_1 r_2} \frac{(n - 1)^2}{(1 - 1/n^2)} \quad (12.12)$$

и после сокращений

$$\Phi_M = \frac{n - 1}{n + 1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (12.13)$$

Формулы (12.11) и (12.13) позволяют определять все величины, характеризующие мениск Максута.

Если оба радиуса у мениска Максута имеют одинаковые знаки, то согласно формуле (12.11) для получения положительной толщины необходимо, чтобы при положительных радиусах соблюдалось неравенство $r_1 > r_2$, а при отрицательных радиусах — неравенство $r_1 < r_2$ по абсолютной величине.

В обоих случаях разность $1:r_1 - 1:r_2$ будет получаться отрицательной, поэтому сила мениска Максута всегда будет отрицательной. Как отрицательная линза, мениск Максута будет обладать положительной сферической аберрацией. Это позволяет использовать его как коррекционный элемент для исправления отрицательной сферической аберрации, присущей положительным линзам и вогнутым сферическим зеркалам.

Отметим ряд свойств мениска Максута.

1. Мениск свободен от хроматизма положения в широком участке спектра и может рассматриваться как оптическая система, имеющая апохроматическую коррекцию.

2. Он обладает небольшой отрицательной оптической силой и положительной сферической аберрацией.

Изменяя отношение радиусов и соответственно изменяя толщину мениска, можно варьировать величину сферической аберрации при сохранении силы мениска неизменной.

3. Составляя на основании формулы (12.10) равенство

$$r_2 - r_1 \mp d = d/n^2 = k, \quad (12.14)$$

получаем, что расстояние k между центрами обеих поверхностей мениска будет невелико; поэтому, размещая материальную диафрагму вблизи центров, будем получать небольшую величину для астигматизма и комы.

Все это позволяет рассматривать мениск Максута как коррекционный элемент, позволяющий корригировать отрицательную сферическую аберрацию, не затрагивая исправления других аберраций оптической системы.

Основной трудностью при изготовлении мениска Максута, как и других концентрических линз, является обеспечение хорошей взаимной центрировки мениска по отношению к его наружному диаметру.

Заметим, что положительная толщина, согласно формуле (12.11), может быть получена и при разных знаках у обоих радиусов; так, при положительном значении радиуса r_1 радиус r_2 может быть отрицательным. В подобном случае линза, свободная от хроматизма, уже не будет иметь менискообразной формы и ее сила делается положительной, а сферическая аберрация отрицательной.

Возвращаясь к рассмотрению концентрической линзы или системы концентрических линз, обратим внимание на то обстоятельство, что любой луч, вошедший по нормали к первой поверхности, выйдет по нормали ко второй или к последней поверхности, не изменяя своего направления. Поэтому для таких лучей будет сохраняться равенство углового увеличения единице.

Если система будет расположена в одной и той же среде, например в воздухе, то тогда и линейное увеличение окажется равным единице.

Таким образом, общий центр поверхностей концентрической линзы или системы концентрических поверхностей может рассматриваться в общем случае как совмещенные узловые точки или как главные точки, если система располагается в одной и той же среде.

Опираясь на это общее свойство концентрических линз, нетрудно получить выражение для оптической силы любого числа концентрических поверхностей.

Рассматривая концентрические системы как совокупность нескольких концентрических линз, совмещенных друг с другом, получаем, что их общая оптическая сила будет равна сумме составляющих сил:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_m. \quad (12.15)$$

Силу каждой из составляющих сил можно представить в виде

$$\Phi_k = \left(1 - \frac{1}{n_k}\right) \left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_{k+1}}\right). \quad (12.16)$$

Суммируя силы двух смежных линз, можно предположить, что первый радиус последующей линзы будет равен второму радиусу предыдущей линзы. Тогда две такие линзы могут быть склеены друг с другом, причем образуется сила пары склеенных концентрических линз. В соответствии с этим можно написать

$$\Phi_k + \Phi_{k+1} = \left(1 - \frac{1}{n_k}\right) \left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_{k+1}}\right) + \left(1 - \frac{1}{n_{k+1}}\right) \left(\frac{1}{r_{k+1}} - \frac{1}{r_{k+2}}\right) \quad (12.17)$$

или

$$\begin{aligned} \Phi_k + \Phi_{k+1} = & \left(1 - \frac{1}{n_k}\right) \frac{1}{r_k} + \left(\frac{1}{n_k} - \frac{1}{n_{k+1}}\right) \frac{1}{r_{k+1}} + \\ & + \left(\frac{1}{n_{k+1}} - 1\right) \frac{1}{r_{k+2}}. \end{aligned} \quad (12.18)$$

Развивая суммирование от Φ_1 до Φ_m , получаем выражение для силы системы из concentрических поверхностей:

$$\Phi = - \sum \frac{1/n_{k+1} - 1/n_k}{r_k}. \quad (12.19)$$

Заметим, что формула (12.19) известна как выражение для радиуса Петцваля в области аберраций третьего порядка.

Рассмотрим concentрическую систему, составленную из нескольких поверхностей, разделенных средами с различными показателями преломления. Предположим, однако, что первая и последняя среды будут одинаковыми.

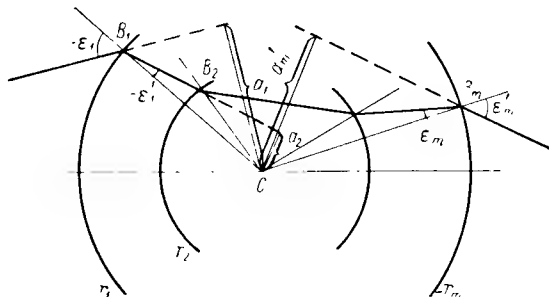


Рис. 12.1. К определению сферической аберрации concentрической системы

Подобная система представлена на рис. 12.1, где показан ход луча, пересекающего ось в некоторой точке за пределами рисунка и испытывающего преломление на всех поверхностях системы в точках $B_1, B_2, \dots, B_m$.

Общий центр всех поверхностей системы обозначим точкой C и опустим из него перпендикуляры $a_1, a_2, \dots, a_m, a'_m$ на направление отрезков рассматриваемого луча во всех средах, разделяемых поверхностями системы.

Радиусы поверхностей обозначим через $r_1, r_2, \dots, r_m$, а углы падения и преломления луча — через $\epsilon_1, \epsilon'_1, \epsilon_2, \epsilon'_2, \dots, \epsilon_m, \epsilon'_m$. Тогда величины всех перпендикуляров $a_1, a_2, \dots, a_m, a'_m$ можно выразить через радиусы r и углы ϵ :

$$\begin{aligned} a_1 &= -r_1 \sin \epsilon_1; & a'_1 &= -r_1 \sin \epsilon'_1 = a_2 = -r_2 \sin \epsilon_2; \\ a'_2 &= -r_2 \sin \epsilon'_2 = a_3 = -r_3 \sin \epsilon_3; & \dots; & & a_m &= -r_m \sin \epsilon_m; \\ a'_m &= -r_m \sin \epsilon'_m. \end{aligned} \quad (12.20)$$

Умножая первое из этих выражений на показатель преломления n_1 , второе — на n_2 и т. д., получим

$$\begin{aligned} n_1 a_1 &= -r_1 n_1 \sin \epsilon_1 = -r_1 n'_1 \sin \epsilon'_1 = a'_1 n'_1 = a_2 n_2 = \\ &= -r_2 n_2 \sin \epsilon_2 = \dots = n_m a_m = n'_m a'_m, \end{aligned} \quad (12.21)$$

и если $n_1 = n'_m$, то должно иметь место равенство

$$a_1 = a'_m. \quad (12.22)$$

Очевидно, что система из любого числа концентрических поверхностей, разделенных любыми средами, но находящаяся в одной и той же среде, например в воздухе, будет обладать тем свойством, что расстояние от центра этой системы до входящего в нее луча должно быть равно расстоянию от этого же центра до луча, выходящего из системы.

Обращая подобную систему (т. е. последовательно заменяя первые радиусы, толщины и показатели преломления на последние и т. д. с соответствующим изменением знаков у радиусов на обратные) и сохраняя постоянным относительно центра системы ход входящего в нее луча, мы полностью сохраним и ход луча, выходящего из системы.

Так как не намечалось никаких ограничений для луча, входившего в концентрическую систему, то это свойство обратимости концентрической системы будет сохраняться для любого луча вплоть до момента, с которого прохождение луча через систему станет невозможным.

§ 60. Изменение сферической аберрации концентрической системы при изменении положения предмета

В § 21 была рассмотрена картина изменения сферической аберрации для одной преломляющей поверхности при изменении положения предмета. Подобная же задача может быть решена и для системы из нескольких концентрических поверхностей.

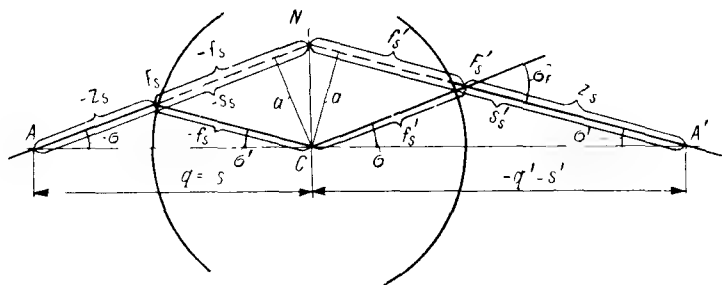


Рис. 12.2. Ход луча через систему из концентрических поверхностей

Для рассмотрения этого вопроса обратимся к рис. 12.2, на котором представлены концентрическая система, расположенная в воздухе, и ход входящего и выходящего лучей.

Согласно выводам, полученным в предыдущем параграфе, эти два луча должны отстоять от общего центра концентрической системы на одно и то же расстояние, равное a . Продолжим входящий и выходящий лучи до их пересечения друг с другом в некоторой точке N .

Если осуществить вращение плоскости рисунка вокруг прямой CN как оси, то будут образованы два пучка лучей, лежащих в сагиттальной плоскости и совпадающих своими вершинами с точкой N .

Лучи в этих двух пучках образуют равные углы в сагиттальной плоскости; это дает основание рассматривать точку N как две совмещенные друг с другом узловые точки N_s' , N_s предметного пространства и пространства изображений с угловым увеличением, равным единице.

Так как предполагалось, что концентрическая система расположена в воздухе, то эти узловые точки должны совпадать с главными сагиттальными точками и обладать увеличением V_s , равным единице.

Точки A и A' пересечения лучей с осью системы в предметном пространстве и пространстве изображений можно рассматривать как сопряженные точки A_s' и A_s в сагиттальной плоскости.

Для таких точек, согласно формуле (1.45), линейное увеличение V_{sA} должно быть равно

$$V_{sA} = \sin \sigma / \sin \sigma', \quad (12.23)$$

где σ и σ' — апертурные углы, образованные рассматриваемыми лучами с осью до и после концентрической системы.

Зная увеличение V_{sA} и величины отрезков s_s и s_s' , определяющиеся равенствами:

$$s_s = z_s + f_s; \quad s_s' = z_s' + f_s', \quad (12.24)$$

можно получить сагиттальные фокусные расстояния:

$$f_s = s_s - z_s = s_s + f_s/V_{sA}; \quad f_s' = s_s' - z_s' = s_s' + V_{sA}f_s, \quad (12.25)$$

откуда

$$f_s = \frac{s_s}{1 - 1/V_{sA}}; \quad f_s' = \frac{s_s'}{1 - V_{sA}}. \quad (12.26)$$

Если положить предметную точку A_s удаленной в бесконечность, то точка изображения A_s' совпадет с задним сагиттальным фокусом F_s' и сагиттальное заднее фокусное расстояние получится равным

$$f_s' = s_F'. \quad (12.27)$$

Нетрудно представить себе, что для этого случая угол σ должен обратиться в нуль, и тогда входящий в систему луч станет параллельным новой оси, проходящей через точки F_s' и C , а угол σ' перейдет в угол σ_F' , который должен быть равным разности углов:

$$\sigma_F' = \sigma' - \sigma. \quad (12.28)$$

Поворачивая рисунок вокруг прямой, проходящей через точку C перпендикулярно новой оси, на некоторый угол $d\sigma$, образуем элементарное изображение dy'_F , равное произведению фокусного расстояния и того же угла; с другой стороны, это элементарное изображение должно быть равно произведению отрезка CF'_s и того же угла $d\sigma$. Это позволяет сделать вывод, что отрезок CF'_s должен быть равен фокусному расстоянию f'_s .

Концентрическая система может обладать некоторой сферической аберрацией $\Delta s'_F$, равной расстоянию между точками F'_s и F'_0 вдоль оси системы. Ее величина может быть выражена формулой

$$\Delta s'_F = F'_s F'_0 = f'_s - f'_0. \quad (12.29)$$

Равенства $CF'_s = f'_s$ и $CF_s = -f_s$ приводят к образованию двух равнобедренных треугольников с углами при вершинах F'_s и F_s , равными σ'_F .

Точки A , F_s , C и A' , F'_s , C образуют два подобных треугольника с внешними углами при вершинах F_s и F'_s , равными σ_F , и с внутренними углами $-\sigma$ и σ' .

Основания этих треугольников q и $-q'$ могут быть определены как суммы проекций отрезков z_s , f_s , f'_s и z'_s на ось:

$$q = -s = -z_s \cos \sigma - f_s \cos \sigma'; \quad -q' = s' = f'_s \cos \sigma + z'_s \cos \sigma'. \quad (12.30)$$

Отрезки z_s и z'_s могут быть выражены через увеличение V_{sA} и фокусные расстояния:

$$z_s = -f_s/V_{sA}; \quad z'_s = -f'_s V_{sA}. \quad (12.31)$$

При использовании формулы (12.23) отрезки z_s и z'_s преобразуются:

$$z_s = -f_s \frac{\sin \sigma'}{\sin \sigma}; \quad z'_s = -f'_s \frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'}, \quad (12.32)$$

что позволяет исключить их из формулы (12.30).

Находим

$$q = -s = f_s \left(\frac{\sin \sigma'}{\sin \sigma} \cos \sigma - \cos \sigma' \right) = f_s \frac{\sin \sigma'_F}{\sin \sigma}. \quad (12.33)$$

Равным образом может быть получена и формула для отрезка

$$q' = -s' = f'_s \frac{\sin \sigma_F}{\sin \sigma'}. \quad (12.34)$$

Пользуясь формулой (12.28), можно выразить угол σ через углы σ' и σ'_F :

$$\sigma = \sigma' - \sigma'_F, \quad (12.35)$$

и тогда синус угла σ будет равен

$$\sin \sigma = \sin \sigma' \cos \sigma'_F - \cos \sigma' \sin \sigma'_F. \quad (12.36)$$

Синусы углов σ и σ'_F можно связать, пользуясь формулами (12.33) и (12.34):

$$\sin \sigma = -\frac{f_s \sin \sigma'_F}{s} = \frac{f'_s}{s'} \sin \sigma'_F \cos \sigma'_F - \sqrt{1 - \frac{f_s'^2 \sin^2 \sigma'_F}{s'^2}} \sin \sigma'_F. \quad (12.37)$$

Деля формулу (12.37) на $\sin \sigma'_F$, находим

$$-\frac{f'_s}{s'} \cos \sigma'_F - \frac{f_s}{s} = -\sqrt{1 - \frac{f_s'^2}{s'^2} \sin^2 \sigma'_F}. \quad (12.38)$$

Возводя формулу (12.38) в квадрат, имеем

$$\frac{f_s'^2}{s'^2} \cos^2 \sigma'_F + 2 \frac{f'_s f_s \cos \sigma'_F}{ss'} + \frac{f_s^2}{s^2} = 1 - \frac{f_s'^2}{s'^2} \sin^2 \sigma'_F, \quad (12.39)$$

или, деля на $f_s'^2 = f_s^2$,

$$\frac{1}{s'^2} - 2 \frac{\cos \sigma'_F}{ss'} + \frac{1}{s^2} = \frac{1}{f_s'^2}. \quad (12.40)$$

Решая это уравнение относительно $1/s'$, находим

$$\frac{1}{s'} = \frac{\cos \sigma'_F}{s} \pm \sqrt{\frac{\cos^2 \sigma'_F}{s^2} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{f_s'^2}}, \quad (12.41)$$

откуда величина отрезка s' получается равной

$$s' = -\frac{1}{\frac{\cos \sigma'_F}{s} + \sqrt{\frac{1}{f_s'^2} - \frac{\sin^2 \sigma'_F}{s^2}}}. \quad (12.42)$$

Полагая угол σ'_F равным нулю, находим величину отрезка s'_0 :

$$s'_0 = -\frac{1}{1/s + 1/f'_0}. \quad (12.43)$$

Разность отрезков $s' - s'_0$ составит величину сферической аберрации для концентрической системы

$$\Delta s' = \frac{1}{\frac{\cos \sigma'_F}{s} + \sqrt{\frac{1}{f'^2} - \frac{\sin^2 \sigma'_F}{s^2}}} - \frac{1}{\frac{1}{s} + \frac{1}{f'_0}}. \quad (12.44)$$

Формула (12.44) и выражает зависимость сферической аберрации от положения предмета, определяемого величиной отрезка s . В случае равенства отрезка s бесконечности формула (12.44) переходит в формулу (12.29).

§ 61. Астигматизм concentрической системы для случая расположения предмета в ее центре. Телескопические линзы

Положение предмета, плоскость которого проходит через центр C concentрической системы, представлено на рис. 12.3.

В точке P , на расстоянии s_0 от точки C , расположен центр выходного зрачка предшествующей системы; полевой угол главного луча с осью системы обозначим через ω .

После concentрической системы главный луч пересечет ось в некоторой точке P' , на расстоянии s'_0 от центра системы C , образуя с ее осью угол ω' .

Главный луч пересечет плоскость, проходящую перпендикулярно ему через точку C , в некоторой точке D ; выходя из системы, главный луч пересечет изображение этой же плоскости в точке D' , не совпадающей с точкой D .

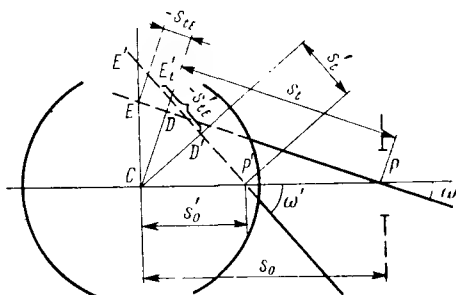


Рис. 12.3. К определению астигматизма concentрической системы

Однако, поворачивая рисунок относительно прямой, проходящей перпендикулярно оси через точку C , получим точку E как предметную точку в сагиттальной плоскости и ее изображение в точке E' , расположенной на том же перпендикуляре. Таким образом, concentрическая система не изменит положения сагиттального изображения в направлении оси системы.

Однако в меридиональной плоскости мы увидим другую картину. Опуская из центра C перпендикуляры на входящий и выходящий главный луч, получим положения узловых точек D и D' в меридиональной плоскости на главном луче.

Расстояния этих точек от точек P и P' можно выразить как катеты прямоугольных треугольников:

$$s_t = s_0 \cos \omega; \quad s'_t = s'_0 \cos \omega'. \quad (12.45)$$

Отрезки s_t и s'_t позволяют получить меридиональное фокусное расстояние вдоль рассматриваемого главного луча согласно формуле

$$\frac{1}{s'_t} - \frac{1}{s_t} = \frac{1}{f'_t}, \quad (12.46)$$

которая легко может быть получена из формулы (12.43).

Расстояние точки D от точки E может быть определено как разность отрезков:

$$s_{tE} = PD - PE = -s_0 \cos \omega + \frac{s_0}{\cos \omega} = s_0 \frac{1 - \cos^2 \omega}{\cos \omega} = s_0 \sin \omega \operatorname{tg} \omega. \quad (12.47)$$

Зная величину этого отрезка, можно определить отрезок s'_{tE} , выражающий расстояние между точками D' и E'_t . Пользуясь формулой (12.46), находим

$$\frac{1}{s'_{tE}} - \frac{1}{s_{tE}} = \frac{1}{f'_t} = \frac{1}{s'_t} - \frac{1}{s_t}. \quad (12.48)$$

Расстояние точки E'_t от точки E' будет равно сумме отрезков:

$$E'E'_t = E'D' + D'E'_t = \frac{s_0}{\cos \omega'} - s'_t + s'_{tE} = s'_0 \sin \omega' \operatorname{tg} \omega' + s'_{tE}. \quad (12.49)$$

Отрезок s'_0 соизмерим с фокусным расстоянием f'_0 ; при небольших углах ω отрезок s_{tE} будет получаться малой величиной относительно величины f'_t ; отсюда и отрезок s'_{tE} также будет малой величиной.

В примере, показанном на рис. 12.3, оба отрезка s_{tE} и s'_{tE} будут отрицательными, а отрезок $E'D'$ получится положительным.

Таким образом, для плоского предмета, проходящего через центр концентрической системы, его меридиональное изображение будет иметь положительную кривизну, тогда как для сагиттальной плоскости изображение плоского предмета оставалось плоским.

Предположим, что две концентрические поверхности ограничивают воздушный промежуток, разделяющий две среды с различными показателями преломления, и поставим условие, чтобы такая концентрическая система была бы афокальной, или телескопической.

Тогда, согласно формуле (12.19), можно написать

$$\Phi = 0 = \frac{1/n_2 - 1/n_1}{r_1} + \frac{1/n_3 - 1/n_2}{r_2}. \quad (12.50)$$

В нашем случае полагаем, что показатель преломления $n_2 = 1$, и тогда формула (12.50) может быть представлена в виде

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1 - 1/n_1}{1 - 1/n_3}. \quad (12.51)$$

Если r_1 будет положительно, то для того чтобы толщина воздушного промежутка была тоже положительной, необходимо, чтобы r_2 было меньше r_1 , т. е. $r_1 : r_2 > 1$. Это возможно лишь при условии, что $n_1 > n_3$.

На рис. 12.4 представлена такая концентрическая система. Параллельно оси на высоте h в эту систему направлен луч. Тогда, согласно формуле (12.21), должно иметь место равенство

$$n_1 h = n_3 h'. \quad (12.52)$$

Отсюда следует, что по выходе из такой системы луч, параллельный оси, должен приобрести высоту

$$h' = n_1 h / n_3. \quad (12.53)$$

Отношение высоты h' к высоте h можно рассматривать как линейное увеличение этой телескопической системы. Оно будет равно

$$h'/h = V = n_1/n_3 > 1. \quad (12.54)$$

Вместе с тем, пуская главный луч по нормали к первой поверхности, создадим в силу концентричности его выход тоже по нормали ко второй поверхности; следствием этого будет отсутствие астигматизма и комы.

Кроме того, так как любую прямую, проходящую через общий центр концентрических поверхностей, можно рассматривать как новую ось такой системы, вдоль главного луча должна строго сохраняться афокальность системы. Таким образом, телеконцентрическая линза не сможет обладать кривизной поля. Вследствие равенства входного и выходного углов главного луча с осью угловое увеличение такой системы будет равно единице.

Если перед первой поверхностью поставить плоскость и предположить, что перед плоскостью будет расположена воздушная среда, и поставить после второй поверхности тоже плоскость, за которой тоже будет расположена воздушная среда, то образуем телескопическую систему из двух линз, линейное увеличение которой по-прежнему сохранится равным отношению показателей преломления $n_1 : n_3$. При этом ни передняя, ни последняя поверхности не внесут ни астигматизма, ни кривизны поля, ни комы.

Однако угловое увеличение такой телескопической системы уже не будет равно единице. Действительно, полагая для главного луча, идущего по нормальям к концентрическим поверхностям, угол с осью системы равным ω' , получим величины входного и выходного углов главного луча с осью, равные

$$\sin \omega = n_1 \sin \omega'; \quad \sin \omega'' = n_3 \sin \omega'; \quad (12.55)$$

для малых углов, когда синусы углов можно принять равными самим углам,

$$\sin \omega'' / \sin \omega = \omega'' / \omega = n_3 / n_1 = W < 1. \quad (12.56)$$

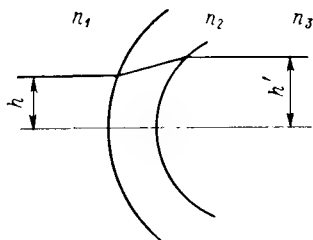


Рис. 12.4. Телеконцентрическая линза

Условимся такого рода системы называть телеконцентрическими; их особенностью будет отсутствие астигматизма, комы и кривизны поля при постоянстве сферической аберрации по полю и линейном и угловом увеличении, не равных единице.

Телеконцентрические системы можно располагать последовательно друг за другом таким образом, чтобы был согласован ход главного луча по нормальям в обеих составляющих системах; тогда совокупность обеих систем сохранит их основные свойства (при некотором отступлении за счет аберрации в зрачках, возникающей на плоских поверхностях, по которым происходит стыковка составляющих систем).

При этом, однако, их увеличения как угловые, так и линейные перемножаются, но сохраняется постоянство отношения синуса входного угла к синусу выходного угла для всех полевых углов. Таким образом, оба увеличения примут вид:

$$V_t = \frac{n_1 n_1^*}{n_3 n_3^*}; \quad W_t = \frac{\sin \omega_{III}}{\sin \omega_I} = \frac{1}{V_t}. \quad (12.57)$$

Такого рода телеконцентрические системы выгодно использовать как системы для перехода от жидких сред к воздушной, так как при этом можно применять обычные объективы, скорректированные для работы в воздушной среде.

Отметим, что при соответствующем подборе увеличения в таких телеконцентрических системах удастся устранять возникновение дисторсии на плоской поверхности раздела между жидкой и воздушной средой.

Рассматривая телеконцентрические системы, мы пока ограничивались картиной для монохроматического света; однако на плоских поверхностях будет происходить различное преломление лучей для различных длин волн. Отсюда возникает необходимость устранения в телеконцентрических линзах хроматизма увеличения.

Эту задачу можно решить, осуществляя подбор соответствующих дисперсий для линз, образующих телеконцентрическую систему. Дифференцируя логарифмически выражение закона преломления для первой и последней поверхностей, можно написать:

$$\frac{d\omega}{\operatorname{tg} \omega} = \frac{dn_1}{n_1} + \frac{d\omega'}{\operatorname{tg} \omega'}; \quad \frac{d\omega'}{\operatorname{tg} \omega'} + \frac{dn_3}{n_3} = \frac{d\omega''}{\operatorname{tg} \omega''}. \quad (12.58)$$

Полагая предмет и изображение свободными от хроматизма увеличения, следует принять, что $d\omega = 0 = d\omega''$. Тогда из формул (12.58) получим

$$\frac{dn_1}{n_1} = - \frac{d\omega'}{\operatorname{tg} \omega'} = \frac{dn_3}{n_3}, \quad (12.59)$$

или, переходя к числам Аббе,

$$\frac{n_1 - 1}{n_1 v_1} = \frac{n_3 - 1}{n_3 v_3}. \quad (12.60)$$

Заметим, что условие (12.60) не зависит от величины полевых углов, хотя мы и не делали никаких ограничений при их выборе; следовательно, это условие является точной формулой.

Рассматривая концентрические системы, мы не показали их возможностей в исправлении сферической аберрации; эта задача может быть решена путем использования склеенных концентрических поверхностей нужного радиуса кривизны при выбранных должным образом показателях преломления по обе стороны поверхности склейки. Способы исправления сферической аберрации для концентрических систем будут рассмотрены в гл. 18.

§ 62. Использование апланатических поверхностей. Графоаналитический метод построения апланатических поверхностей

Рассматривая системы, построенные из концентрических поверхностей, мы видели, что при отсутствии астигматизма и комы они обладают постоянством сферической аберрации по полю зрения, которая в ряде случаев может быть устранена введением поверхностей склейки.

Таким образом, в концентрических системах удовлетворяется условие синусов Аббе и при отсутствии и при наличии сферической аберрации, что позволяет считать их системами апланатическими или изопланатическими.

Одновременно концентрические системы при совмещении зрачка с общим центром поверхностей являются также и системами анастигматическими.

Всеми этими свойствами обладают также и апланатические поверхности, причем для них положение входного зрачка ничем не регламентируется.

Положение апланатических точек, как это было установлено в § 13 [формула (2.49)], определяется только расстояниями q и q' до центра поверхности, равными:

$$q = -rn'/n; \quad q' = -rn/n'. \quad (12.61)$$

Таким образом, для одной сферической поверхности будет существовать множество пар сопряженных друг с другом апланатических точек, образующих пару сопряженных друг с другом сферических поверхностей, описанных из центра сферической преломляющей поверхности радиусами, равными отрезкам q и q' .

Такое расположение сопряженных поверхностей (предмета и изображения) позволяет использовать апланатическую сферическую поверхность в качестве конструктивного безаберрационного (за исключением кривизны поля и дисторсии) элемента при компоновке оптической системы.

Рассматривая апланатическую поверхность с такой точки зрения, установим некоторые ее свойства для случая, когда

апланатические точки располагаются вне оси оптической системы.

Обратимся к рис. 12.5, на котором представлена апланатическая поверхность радиусом r с центром, расположенным в точке C .

Расстояния до центра C от предметной апланатической точки A_0 на оси обозначим через q и от апланатической точки A'_0 изображения — через q' .

Проведем через точку C произвольную прямую $NCAA'$, составляющую угол γ с исходной осью. Эту прямую можно рассматривать как новую ось со своими апланатическими точками A и A' , расположенными на тех же расстояниях от центра C , что и точки A_0 и A'_0 .

Определим расстояния y и y' точек A и A' от исходной оси. Согласно рис. 12.5,

$$y = q \sin \gamma = -r \frac{n'}{n} \sin \gamma;$$

$$y' = q' \sin \gamma =$$

$$= -r \frac{n}{n'} \sin \gamma. \quad (12.62)$$

Рис. 12.5. Работа апланатической поверхности

Нетрудно определить расстояние l от исходной оси до точки N , в которой новая ось пересекает преломляющую поверхность:

$$l = r \sin \gamma. \quad (12.63)$$

Сопоставляя формулы (12.62) и (12.63), можно связать величины y , l и y' следующими соотношениями:

$$l = -\frac{n}{n'} y; \quad y' = -\frac{n}{n'} l = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 y. \quad (12.64)$$

В полученных формулах исключены радиус r и угол γ ; таким образом, формулы (12.64) имеют более общий характер. Заметим также, что они являются точными.

Полученными зависимостями удобно воспользоваться для нахождения значения радиуса и положения центра апланатической поверхности по отношению к заданной предметной точке A , не лежащей на оси системы. Это может быть осуществлено следующим графоаналитическим способом.

Зная величины y , n , n' , можно определить, пользуясь формулами (12.64), l и y' .

Если на этих расстояниях от оси провести две прямые, ей параллельные, то на одной из них должна разместиться точка N пересечения новой оси с апланатической поверхностью, а на другой — вершина изображения A' .

Так как точки A , N , C , A' всегда должны быть расположены на одной и той же прямой, можно, проводя произвольные прямые через вершину A предмета, получить множество положений точек A' , N , C , зависящих от выбора угла такой произвольной прямой с осью системы.

Пересечение этой произвольной прямой с осью системы определяет положение центра апланатической поверхности; пересечение ее с прямой, параллельной оси, на расстоянии l от нее определяет положение точки N и значение радиуса апланатической поверхности, а пересечение с прямой, идущей на расстоянии y' от оси, — положение вершины изображения A' .

Совершенно очевидно, что графическое решение задачи может быть заменено и аналитическим решением.

Задаваясь значением угла γ , определяют радиус апланатической поверхности

$$r = l / \sin \gamma. \quad (12.65)$$

Далее можно найти расстояние a от вершины апланатической поверхности до предметной плоскости:

$$a = r + r \frac{n'}{n} \cos \gamma = r \left(1 + \frac{n'}{n} \cos \gamma \right) \quad (12.66)$$

и отрезок a' , определяющий расстояние вдоль оси от вершины преломляющей поверхности до вершины изображения:

$$a' = r \left(1 + \frac{n}{n'} \cos \gamma \right). \quad (12.67)$$

В формулы (12.65)—(12.67) не вошли величины, определяющие ход главного луча, кроме единственного условия, что главный луч должен пройти через вершину предмета и вершину изображения.

Это обстоятельство дает возможность произвольно выбрать положение точки пересечения P главного луча с осью до его преломления на апланатической поверхности, т. е. положение зрачка входа перед нею. Задаваясь таким положением зрачка, можно определить входной полевой угол ω .

В соответствии с рис. 12.5 тангенс угла ω будет равен

$$\operatorname{tg} \omega = - \frac{y}{-s_p - a}, \quad (12.68)$$

где s_p — расстояние от вершины поверхности до центра зрачка.

Обратим внимание на одну особенность работы апланатической поверхности.

Рассматривая симметричный относительно главного луча апертурный пучок лучей, сходящийся к предметной точке A , определим его апертурные углы величинами $\pm \tau$.

По отношению к вспомогательной оси сам главный луч будет играть роль апертурного луча с углом

$$\tau_0 = \omega - \gamma, \quad (12.69)$$

и тогда углы $\pm \tau$ могут быть выражены как

$$\tau_1 = \tau_0 + \tau; \quad \tau_2 = \tau_0 - \tau. \quad (12.70)$$

Пользуясь законом преломления, нетрудно определить для сопряженных лучей углы τ'_1 , τ'_0 и τ'_2 после преломления.

Находим:

$$\sin \tau'_1 = \frac{n'}{n} \sin \tau_1; \quad \sin \tau'_0 = \frac{n'}{n} \sin \tau_0; \quad \sin \tau'_2 = \frac{n'}{n} \sin \tau_2, \quad (12.71)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \sin \tau'_1 &= \frac{n'}{n} \sin (\tau_0 + \tau) = \frac{n'}{n} (\sin \tau_0 \cos \tau + \cos \tau_0 \sin \tau) = \\ &= \sin \tau'_0 \left(\cos \tau + \frac{\sin \tau}{\operatorname{tg} \tau_0} \right); \\ \sin \tau'_2 &= \frac{n'}{n} \sin (\tau_0 - \tau) = \frac{n'}{n} (\sin \tau_0 \cos \tau - \cos \tau_0 \sin \tau) = \\ &= \sin \tau'_0 \left(\cos \tau - \frac{\sin \tau}{\operatorname{tg} \tau_0} \right). \end{aligned} \right\} \quad (12.72)$$

Углы τ'_1 и τ'_2 можно представить как суммы апертурных углов τ''_1 и τ''_2 лучей относительно главного луча с его углом τ'_0 по отношению к вспомогательной оси

$$\left. \begin{aligned} \sin \tau'_1 &= \sin (\tau'_0 + \tau''_1) = \\ &= \sin \tau'_0 \cos \tau''_1 + \cos \tau'_0 \sin \tau''_1 = \sin \tau'_0 \left(\frac{\sin \tau''_1}{\operatorname{tg} \tau'_0} + \cos \tau''_1 \right); \\ \sin \tau'_2 &= \sin (\tau'_0 - \tau''_2) = \\ &= \sin \tau'_0 \cos \tau''_2 + \cos \tau'_0 \sin \tau''_2 = \sin \tau'_0 \left(\frac{\sin \tau''_2}{\operatorname{tg} \tau'_0} + \cos \tau''_2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (12.73)$$

Из формул (12.72) и (12.73) следует:

$$\frac{\sin \tau''_1}{\operatorname{tg} \tau'_0} + \cos \tau''_1 = \frac{\sin \tau}{\operatorname{tg} \tau_0} + \cos \tau; \quad \frac{\sin \tau''_2}{\operatorname{tg} \tau'_0} + \cos \tau''_2 = -\frac{\sin \tau}{\operatorname{tg} \tau_0} + \cos \tau. \quad (12.74)$$

Суммируя эти два выражения, получаем

$$\frac{\sin \tau''_1 + \sin \tau''_2}{\operatorname{tg} \tau'_0} + \cos \tau''_1 + \cos \tau''_2 = 2 \cos \tau. \quad (12.75)$$

Для соблюдения симметрии необходимо, чтобы углы τ_2'' и τ_1' были равны друг другу по величине и обратны по знаку; но тогда их косинусы должны стать равными друг другу, что привело бы к равенству

$$2 \cos \tau'' = 2 \cos \tau,$$

однако это невозможно, так как углы τ'' и τ должны быть различными.

Таким образом, апланатическая поверхность при ходе главного луча не по нормали нарушает симметрию хода пучка лучей и, не внося своих aberrаций, деформирует картину волновых aberrаций от предшествующей части системы.

§ 63. Системы

из двух апланатических поверхностей.

Биапланатическая линза

Представим себе две последовательно расположенные апланатические поверхности, разделяющие три среды, из которых первая и последняя будут обладать одинаковыми показателями преломления. Такой случай будет иметь место при расположении биапланатической линзы в воздухе.

Сопоставляя величины y , y' , y'' для этих двух поверхностей, можно написать, согласно формуле (12.64):

$$y' = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 y; \quad y'' = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 y' = y. \quad (12.76)$$

Таким образом, биапланатическая линза не будет изменять величины изображения и для апланатических точек можно было бы принять линейное увеличение равным единице. Однако для точки на оси системы линейное увеличение V_0 не будет равно единице, поэтому биапланатическая линза будет обладать некоторой дисторсией. Равным образом, для биапланатической линзы с разными радиусами не получится равной нулю и кривизна поля.

Для определения этих двух величин необходимо найти положение и величину изображения для нулевых лучей, что может быть сделано после того, как будет определено расстояние между вершинами обеих поверхностей биапланатической линзы.

С этой целью обратимся к рис. 12.6, на котором представлена биапланатическая линза с радиусами r_1 и r_2 и промежуточным изображением y' .

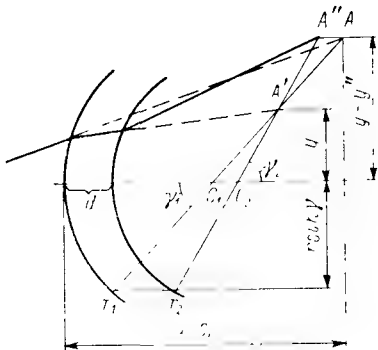


Рис. 12.6. Биапланатическая линза

Полагая известными углы γ_1 и γ_2 обеих вспомогательных осей, можно определить расстояние k между центрами обеих поверхностей:

$$k = \frac{y'}{\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \gamma_2} = r_2 - r_1 + d. \quad (12.77)$$

Отсюда толщина d получается равной

$$d = r_1 - r_2 + y' \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_1} - \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_2} \right); \quad (12.78)$$

заменяв согласно (12.62) радиусы r_1 и r_2 через величину y' , находим

$$d = \left[\frac{n}{n'} \left(\frac{1}{\sin \gamma_1} - \frac{1}{\sin \gamma_2} \right) + \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_1} - \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_2} \right] y'. \quad (12.79)$$

Роль предметного отрезка s_0 в рассматриваемом нами случае будет играть отрезок a , который может быть определен по формуле (12.66).

Рассматривая биапланатическую линзу, мы полагали, что первая и последняя среды одинаковы. Однако для этих сред можно взять и различные показатели преломления.

Особый интерес с этой точки зрения представляют такие системы из двух апланатических поверхностей, когда показатель преломления второй среды так же относится к показателю преломления первой среды, как показатель преломления третьей среды к показателю преломления второй. Это соотношение может быть записано в виде

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{n_3}{n_2}, \text{ или } n_2 = \sqrt{n_1 n_3}. \quad (12.80)$$

Полагая заданную величину первого радиуса r_1 , можно определить величину отрезка s'_1 до изображения апланатической точки A' . Согласно формуле (12.67),

$$s'_1 = r_1 + r_1 \frac{n_1}{n_2} = r_1 \left(1 + \frac{n_1}{n_2} \right). \quad (12.81)$$

Эта величина может быть принята равной расстоянию d между вершинами обеих поверхностей.

Вторую поверхность можно сделать концентричной к первой; тогда величина второго радиуса будет равна

$$r_2 = r_1 - d = r_1 - s'_1 = -\frac{n_1}{n_2} r_1, \quad (12.82)$$

что может быть записано в виде

$$n_2 r_2 = -n_1 r_1. \quad (12.83)$$

Для апланатической поверхности, согласно формуле (2.47), имеет место равенство углов:

$$\sigma_2 = -\varepsilon_1; \quad \sigma_1 = -\varepsilon'_1. \quad (12.84)$$

Но угол σ_2 по отношению ко второй поверхности играет роль угла ε_2 . Поэтому, учитывая величины показателей преломления, можно написать:

$$\sin \sigma_2 = -\sin \varepsilon_1 = -\frac{n_2}{n_1} \sin \varepsilon'_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin \sigma_1; \quad (12.85)$$

$$\sin \sigma_3 = \frac{n_2}{n_3} \sin \sigma_2 = \frac{n_2^2}{n_3 n_1} \sin \sigma_1 = \sin \sigma_1. \quad (12.86)$$

Таким образом, любой луч, проходящий через вершину второй преломляющей поверхности, будет параллелен своему направлению до входа в оптическую систему.

Если теперь повернуть рисунок на угол $\sigma_1 = \sigma_3$, то входящий луч станет параллельным оси, так же как и выходящий луч, и эта параллельность будет сохраняться для всех лучей, идущих на любых расстояниях от оси.

С другой стороны, телескопичность рассматриваемой концентрической системы, как и ранее, явится причиной отсутствия кривизны поля зрения.

Таким образом, рассматриваемая система, как телескопическая, окажется строго безабберационной для случая размещения предмета в бесконечности.

Можно показать, что отсутствие aberrаций будет наблюдаться и при любом другом положении предмета, определяемом его расстоянием от центра обеих поверхностей концентрической системы. С этой целью обратимся к рис. 12.7, на котором представлено некоторое положение предметной точки A , определяемое расстоянием q до центра системы C .

Опуская из этого центра перпендикуляр на луч, проходящий через точку A под произвольным углом к оси, образуем прямоугольный треугольник ACK .

Этот же луч по выходе из системы, согласно формуле (12.86), должен сохранить свое первоначальное направление; однако при этом длина перпендикуляра $СК'$, опущенного из центра C на выходящий луч, изменится в отношении $n_1 : n_3$ к длине перпендикуляра $СК = a$. Таким образом, получим треугольник $A'SK'$, подобный треугольнику ACK .

Изменяя величину предметного апертурного угла σ при сохранении прежнего положения точки A , мы получим новый треуголь-

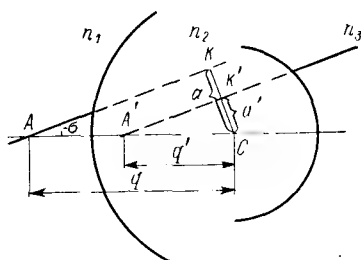


Рис. 12.7. Безабберационная телескопическая линза

ник АСК, которому в пространстве изображений будет соответствовать также новый треугольник $A'SK'$, но с сохранением прежнего коэффициента подобия $n_1 : n_3$. Благодаря этому величины гипотенуз $СА$ и $СА'$ для всех пар таких подобных треугольников останутся неизменными, что и выразится в гомоцентричности пучка лучей, проходящего через точку изображения A' .

Заметим, что, komponуя оптическую систему только из концентрических к зрачку поверхностей и поверхностей апланатических, мы заранее обеспечиваем на всех поверхностях такой системы отсутствие астигматизма и комы и в первом приближении — неизменность сферической aberrации по полю зрения. Поэтому системы подобного рода уместно называть системами изопланатическими.

Кривизна поля и сферическая aberrация в таких изопланатических системах может быть устранена соответствующим подбором сил и aberrаций концентрических и апланатических поверхностей, обеспечивающим их взаимную компенсацию.

Таким образом, уже заранее можно представить себе группу изопланатических систем, построенных на основе использования концентрических и апланатических поверхностей, обеспечивающих устранение комы, кривизны поля, астигматизма и сферической aberrации.

Существенно, что при такой компоновке будет обеспечиваться постоянство сферической aberrации по полю или одновременное устранение сферической aberrации как в центре поля зрения, так и на краю поля.

Заметим, что такое построение изопланатических систем выгодно еще и тем, что при каких-либо дефектах изготовления погрешности будут сравнительно мало сказываться на общем ухудшении изображения.

Глава 13

АНАСТИГМАТИЧЕСКИЕ ЛИНЗЫ

§ 64. Условие анастигматичности

Оптическая система из двух преломляющих поверхностей, разделяющих три среды с различными показателями преломления, может быть скорректирована на отсутствие астигматизма, и условие отсутствия астигматизма для предметной точки, расположенной в бесконечности, может быть получено в общем виде.

Для вывода этого условия обратимся к рис. 13.1, на котором представлен ход главного луча между двумя преломляющими

сферическими поверхностями, разделяющими оптические среды с показателями преломления n_1 , n_2 и n_3 , в общем случае не равными друг другу.

Расстояние по главному лучу между точками преломления B_1 и B_2 главного луча на обеих поверхностях обозначим через $\tilde{d}$ и назовем косою толщиной.

Углы главного луча с нормальными к обоим преломляющим поверхностям в пространстве между ними обозначим через ϵ'_1 и ϵ_2 ; эти углы могут иметь как одинаковые, так и разные знаки. Углы ϵ_1 и ϵ'_2 , образуемые при падении главного луча на первую поверхность и после преломления на второй поверхности, могут быть найдены на основании закона преломления.

Радиусы поверхностей обозначим через r_1 и r_2 . Предметные отрезки $s = s_1$ и $t = t_1$ вдоль главного луча примем равными бесконечности; отрезки после второй преломляющей поверхности примем равными друг другу, чем и будет обеспечиваться устранение астигматизма.

Пользуясь формулами (2.18), для первой и второй поверхностей можно написать:

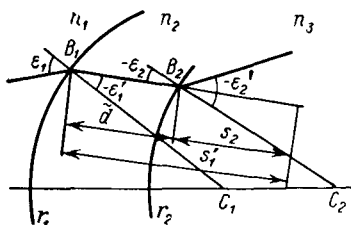


Рис. 13.1. Анастигматическая линза

$$\frac{n'_1 \cos^2 \epsilon'_1}{t'_1} - \frac{n_1 \cos^2 \epsilon_1}{t_1} = \frac{n'_1 \cos \epsilon'_1 - n_1 \cos \epsilon_1}{r_1} = \frac{n'_1}{s'_1} - \frac{n_1}{s_1}; \quad (13.1)$$

$$\frac{n'_2 \cos^2 \epsilon'_2}{t'_2} - \frac{n_2 \cos^2 \epsilon_2}{t_2} = \frac{n'_2 \cos \epsilon'_2 - n_2 \cos \epsilon_2}{r_2} = \frac{n'_2}{s'_2} - \frac{n_2}{s_2}. \quad (13.2)$$

Если положить в формуле (13.1) отрезки $t_1 = s_1 = \infty$, то отрезки t'_1 и s'_1 перейдут в отрезки t'_{1F} и s'_{1F} до соответственных фокусов F'_{1t} и F'_{1s} . Таким образом, формула (13.1) преобразуется (учитывается, что $n'_1 = n_2$):

$$\frac{n_2 \cos^2 \epsilon'_1}{t'_{1F}} = \frac{n_2 \cos \epsilon'_1 - n_1 \cos \epsilon_1}{r_1} = \frac{n_2}{s'_{1F}}. \quad (13.3)$$

Если положить в формуле (13.2) отрезки $s'_2 = t'_2 = \infty$, то отрезки t_2 и s_2 перейдут в отрезки t_{2F} и s_{2F} до передних фокусов F_{2t} и F_{2s} . Так как $n'_2 = n_3$, то формула (13.2) преобразуется:

$$-\frac{n_2 \cos^2 \epsilon_2}{t_{2F}} - \frac{n_3 \cos \epsilon'_2 - n_2 \cos \epsilon_2}{r_2} = -\frac{n_2}{s_{2F}}. \quad (13.4)$$

Отрезки t_2 и s_2 могут быть связаны с отрезками t'_1 и s'_1 через косою толщину $\tilde{d}$:

$$t'_1 = t_2 + \tilde{d}; \quad s'_1 = s_2 + \tilde{d}. \quad (13.5)$$

Имея в распоряжении формулы (13.3)—(13.5), преобразуем формулу (13.2):

$$\frac{n_3 \cos^2 \varepsilon_2'}{s_2'} - \frac{n_2 \cos^2 \varepsilon_2}{t_1' - \tilde{d}} = -\frac{n_2}{s_{2F}} = \frac{n_3}{s_2'} - \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_3}{s_2'} - \frac{n_2}{s_1' - \tilde{d}}. \quad (13.6)$$

Отрезок s_1' должен быть равен отрезку s_{1F}' ; отрезок t_{1F}' , согласно (13.3), также можно выразить через отрезок s_{1F}' :

$$t_1' = t_{1F}' - s_{1F}' \cos^2 \varepsilon_1'. \quad (13.7)$$

Это позволяет преобразовать формулу (13.6):

$$n_2 \left(\frac{1}{s_{1F}' - \tilde{d}} - \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{s_{1F}' \cos^2 \varepsilon_1' - \tilde{d}} \right) = \frac{n_3 \sin^2 \varepsilon_2'}{s_2'}; \quad (13.8)$$

но отношение $n_3 : s_2'$ может быть выражено, согласно формуле (13.6), в виде

$$\frac{n_3}{s_2'} = n_2 \left(\frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_{2F}} \right) = n_2 \left(\frac{1}{s_{1F}' - \tilde{d}} - \frac{1}{s_{2F}} \right), \quad (13.9)$$

и тогда формула (13.8) может быть переписана:

$$\frac{1 - \sin^2 \varepsilon_2'}{s_{1F}' - \tilde{d}} - \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{s_{1F}' \cos^2 \varepsilon_1' - \tilde{d}} = -\frac{\sin^2 \varepsilon_2'}{s_{2F}}, \quad (13.10)$$

и окончательно

$$\frac{\sin^2 \varepsilon_2'}{s_{2F}} = \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{s_{1F}' \cos^2 \varepsilon_1' - \tilde{d}} - \frac{\cos^2 \varepsilon_2'}{s_{1F}' - \tilde{d}}. \quad (13.11)$$

Формула (13.11) и является условием анастигматичности системы из двух преломляющих сферических поверхностей, разделяющих три среды с различными показателями преломления.

Величины показателей преломления в формулу (13.11) в явном виде не вошли; однако углы ε_2 и ε_2' будут связаны друг с другом через показатели преломления n_2 и n_3 . Что же касается показателя преломления первой среды n_1 , то его величина в формуле (13.11) ничем не обусловлена и он может быть выбран совершенно произвольно.

Если задать сагиттальный фокальный отрезок s_{1F}' и углы ε_1' и ε_2 , то при известных n_2 и n_3 может быть определен угол ε_2' ; задаваясь кривой толщиной $\tilde{d}$, можно определить все величины, входящие в правую часть формулы (13.11), и тогда может быть определен передний фокальный отрезок s_{2F} для второй поверхности. Формула (13.11) всегда дает значение отрезка s_{2F} для любых других входных величин.

Заметим, что в формулу (13.11) углы ε_1' , ε_2 и ε_2' входят или под косинусами или под квадратом синуса; поэтому одно и то же значение s_{2F} при заданных s_{1F}' и $\tilde{d}$ будет иметь место при углах ε_1' ,

ε_2 как одного знака, так и разных знаков. Таким образом, мы всегда получаем две области существования систем из двух преломляющих сферических поверхностей, свободных от астигматизма, — анастигматических линз.

Условимся называть анастигматические линзы, получаемые для углов ε'_1 и ε_2 одного знака, анастигматическими линзами первого рода и при наличии разных знаков — анастигматическими линзами второго рода.

§ 65. Телеанастигматические линзы

Переходя к рассмотрению частных случаев анастигматических линз, необходимо в первую очередь рассмотреть важный случай, когда анастигматические линзы становятся афокальными, или телеанастигматическими.

Афокальность анастигматической линзы может быть достигнута путем совмещения заднего фокуса первой поверхности с передним фокусом второй поверхности, причем это должно происходить одновременно как в сагиттальной, так и в меридиональной плоскости.

Для упрощения выводов удобно воспользоваться совмещением фокусов в сагиттальной плоскости. Тогда можно написать

$$s'_{1F} = s_{2F} + \tilde{d}. \quad (13.12)$$

В соответствии с этой формулой общая формула (13.11) преобразуется:

$$\frac{1}{s_{2F}} = \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{s'_{1F} \cos^2 \varepsilon'_1 + s_{2F} - s'_{1F}}, \quad (13.13)$$

или

$$s_{2F} - s'_{1F} \sin^2 \varepsilon'_1 = s_{2F} \cos^2 \varepsilon_2, \quad (13.14)$$

откуда

$$s_{2F} \sin^2 \varepsilon_2 = s'_{1F} \sin^2 \varepsilon'_1. \quad (13.15)$$

Инвариант (13.15) можно представить в виде

$$\frac{s'_{1F}}{s_{2F}} = \frac{\sin^2 \varepsilon_2}{\sin^2 \varepsilon'_1} = \Gamma. \quad (13.16)$$

Формула (13.16) выражает условие существования телеанастигматической линзы. Рассматривая ее, видим, что величина Γ — «увеличение» телеанастигматической линзы — всегда должна быть положительной, так как она определяется отношением квадратов синусов углов ε'_1 и ε_2 . Сами же эти углы могут иметь как одинаковые, так и различные знаки. Значения всех трех показателей могут

быть теперь совершенно произвольными. Отрезки s'_{1F} и s_{2F} позволяют на основании формул (13.3) и (13.4) определить радиусы r_1 и r_2 .

Анастигматические и телеанастигматические линзы могут быть выполнены как с показателями внешних сред, равными единице (стеклянные анастигматические линзы, расположенные в воздушной среде), так и с показателем преломления внутренней среды, равным единице (воздушные анастигматические линзы). Заметим, что в тех случаях, когда мы имеем дело со стеклянными или воздушными анастигматическими линзами, их радиусы обычно имеют одинаковые знаки.

Возвращаясь к формуле (13.16), можно отрезки s'_{1F} и s_{2F} выразить через отрезки t'_{1F} и t_{2F} .

В соответствии с формулами (13.3) и (13.4) находим

$$\frac{t'_{1F}}{t_{2F}} = \frac{\sin^2 \varepsilon_2 \cos^2 \varepsilon_2}{\sin^2 \varepsilon'_1 \cos^2 \varepsilon'_1} = \Gamma_t = \Gamma_s \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{\cos^2 \varepsilon'_1}. \quad (13.17)$$

Таким образом, приходим к выводу, что увеличения Γ_s и Γ_t в сагиттальной и меридиональной плоскостях получаются различными. Следствием этого будет деформирование выходного зрачка — причина возникновения абберационного виньетирования.

Еще раз прибегая к формулам (13.3) и (13.4), отрезки s'_{1F} и s_{2F} заменим радиусами r_1 и r_2 :

$$\Gamma = \frac{s'_{1F}}{s_{2F}} = - \frac{r_1}{r_2} \frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2}{n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1}, \quad (13.18)$$

откуда при $n_3 = n_1$ находим

$$\Gamma = \frac{r_1}{r_2} \frac{n_2 \cos \varepsilon_2 - n_1 \cos \varepsilon'_2}{n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1} > 0, \quad (13.19)$$

или

$$\frac{r_1}{r_2} = \Gamma \frac{n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1}{n_2 \cos \varepsilon_2 - n_1 \cos \varepsilon'_2} > 0. \quad (13.20)$$

В качестве второго частного случая анастигматической линзы рассмотрим линзу с острым краем, для которой косая толщина становится равной нулю.

Преобразуем формулу (13.11):

$$\frac{\sin^2 \varepsilon'_2}{s_{2F}} = \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{s'_{1F} \cos^2 \varepsilon'_1} - \frac{\cos^2 \varepsilon'_2}{s'_{1F}}, \quad (13.21)$$

или, составляя отношение отрезков $s'_{1F}:s_{2F}$,

$$\frac{s'_{1F}}{s_{2F}} = \frac{1}{\sin^2 \varepsilon'_2} \left(\frac{\cos^2 \varepsilon_2}{\cos^2 \varepsilon'_1} - \cos^2 \varepsilon'_2 \right). \quad (13.22)$$

Полагая в формуле (13.22) углы ε'_1 и ε_2 равными друг другу по величине, но обратными по знаку (случай равенства углов ε'_1 и ε_2 и по величине и по знаку приводит к совмещению обеих поверхностей друг с другом и потому исключается из рассмотрения), получаем

$$s'_{1F} = s_{2F}, \quad (13.23)$$

что приводит к совмещению заднего сагиттального фокуса первой поверхности с передним сагиттальным фокусом второй поверхности, т. е. к случаю афокальности анастигматической линзы.

В качестве третьего частного случая анастигматической линзы рассмотрим случай, когда углы ε'_1 и ε_2 равны:

$$\varepsilon'_1 = \varepsilon_2 \quad (13.24)$$

и вторая преломляющая поверхность является плоской.

Тогда для второй поверхности отрезок s_{2F} будет равен бесконечности и условие для анастигматичности (13.11) преобразуется:

$$\frac{\cos^2 \varepsilon_2}{s'_{1F} \cos^2 \varepsilon'_1 - \tilde{d}} - \frac{\cos^2 \varepsilon'_2}{s'_{1F} - \tilde{d}} = 0, \quad (13.25)$$

или

$$s'_{1F} \cos^2 \varepsilon'_1 - \tilde{d} = (s'_{1F} - \tilde{d}) \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{\cos^2 \varepsilon'_2}. \quad (13.26)$$

Формула (13.26) позволяет выразить отрезок s'_{1F} через косую толщину $\tilde{d}$:

$$s'_{1F} \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \varepsilon'_2} \right) \cos^2 \varepsilon'_1 = \left(1 - \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{\cos^2 \varepsilon'_1} \right) \tilde{d}, \quad (13.27)$$

или

$$s'_{1F} = \left(1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon_2}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon'_2} \right) \tilde{d}. \quad (13.28)$$

В рассматриваемом случае нормали к сферической и плоской поверхностям получаются параллельными; поэтому ось такой линзы будет совпадать с нормалью к сферической поверхности в точке преломления главного луча, т. е. зрачок входа такой системы будет совпадать с первой сферической поверхностью.

Формулу (13.28) можно представить также и в виде

$$s'_{1F} = \left(1 - \frac{n_2'^2}{n_2^2} \right) \frac{\tilde{d}}{\cos^2 \varepsilon_2}. \quad (13.29)$$

Полагая в этой формуле $n_2 = n$ и $n_2' = 1$, получаем

$$s'_{1F} = \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{\tilde{d}}{\cos^2 \varepsilon_2}. \quad (13.30)$$

Задавая для малых углов ε_2 показатель преломления $n = 1,5$, находим $s'_{1F} = (5/9) d_0$ и в результате получаем положительную линзу выпукло-плоской формы с толщиной, превышающей последний отрезок (рис. 13.2).

В качестве четвертого случая рассмотрим равенство угла ε'_1 нулю (случай, когда угол ε'_2 будет равен нулю, отбрасываем, так как тогда левая часть формулы (13.11) станет равной нулю, вследствие чего это условие может быть соблюдено лишь при равенстве нулю и углов ε_2 и ε'_1 — случай concentricности или случай хода луча вдоль оси системы).

Рис. 13.2. Анастигматическая линза с плоской поверхностью

Тогда формула (13.11) принимает следующий вид:

$$\frac{\sin^2 \varepsilon'_2}{s_{2F}} = \frac{\cos^2 \varepsilon_2 - \cos^2 \varepsilon'_2}{s'_{1F} - \tilde{d}} = \frac{\sin^2 \varepsilon'_2 - \sin^2 \varepsilon_2}{s'_{1F} - \tilde{d}}. \quad (13.31)$$

В этой формуле отрезок s_{2F} , согласно формуле (13.4), может быть выражен через радиус второй поверхности r_2 , а разность отрезка s'_{1F} и кривой толщины будет равна отрезку s_2 .

Таким образом, формула (13.31) может быть переписана:

$$-\frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2}{n_2 r_2} \sin^2 \varepsilon'_2 = \frac{\sin^2 \varepsilon'_2 - \sin^2 \varepsilon_2}{s_2}, \quad (13.32)$$

или

$$s_2 = r_2 \cos \varepsilon_2 + r'_2 \frac{n_3}{n_2} \cos \varepsilon'_2. \quad (13.33)$$

Отрезок s вдоль луча от точки преломления до апланатической точки для апланатической поверхности может быть выражен через радиус, показатели преломления и углы ε , ε' .

Обращаясь к рис. 13.3, на котором изображен ход луча через апланатическую точку A , отрезок s можно представить как сумму проекций на луч радиуса r и расстояния от центра поверхности C до апланатической точки A , равного $r(n'/n)$.

Таким образом, отрезок s для апланатической поверхности получается равным

$$s = r \cos \varepsilon + r \frac{n'}{n} \cos \varepsilon'. \quad (13.34)$$

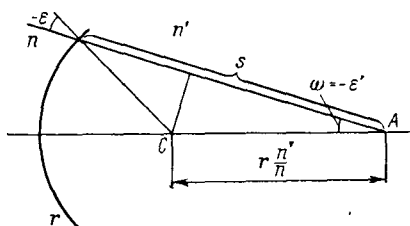
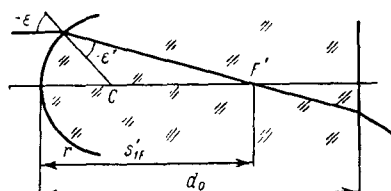


Рис. 13.3. Апланатическая поверхность

Сопоставляя формулу (13.34) с формулой (13.33), нетрудно показать, что обе формулы тождественны друг другу. Поэтому можно сделать вывод, что равенство угла ε'_1 нулю позволяет получить устранение астигматизма лишь в том случае, когда вторая поверхность будет работать как апланатическая. Таким образом, рассмотренный нами четвертый случай привел к случаю изопланатической системы.

§ 66. Определение положения оси в анастигматических и телеанастигматических линзах

Полученные из условий анастигматичности фокальные отрезки s'_{1F} и s_{2F} позволяют, если известны показатели преломления, определить оба радиуса.

Однако знание радиусов и косой толщины еще не дает возможности связать анастигматические линзы с другими элементами оптической системы. Поэтому возникает необходимость определения

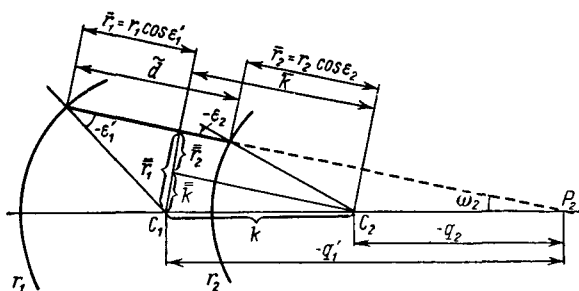


Рис. 13.4. К определению положения оси анастигматической линзы

толщины анастигматических линз по оси, величины полевого угла и положения точки пересечения главного луча с осью линзы.

Для решения этой задачи продолжим направление косой толщины и спроектируем на него оба радиуса анастигматической линзы. Эти проекции будут равны, согласно рис. 13.4:

$$\bar{r}_1 = r_1 \cos \varepsilon'_1; \quad \bar{r}_2 = r_2 \cos \varepsilon_2. \quad (13.35)$$

Равным образом оба радиуса можно спроектировать на направление, перпендикулярное направлению косой толщины. Эти проекции получатся равными:

$$\bar{r}_1 = r_1 \sin \varepsilon'_1; \quad \bar{r}_2 = r_2 \sin \varepsilon_2. \quad (13.36)$$

Обозначая расстояние между центрами C_1 и C_2 обеих поверхностей через k , можно получить проекцию этого расстояния на направление косо́й толщины:

$$\bar{k} = k \cos \omega_2, \quad (13.37)$$

где ω_2 — угол между главным лучом — направлением косо́й толщины $\tilde{d}$ — и осью анастигматической линзы.

Эта проекция, согласно рис. 13.4, будет равна

$$\bar{k} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1 + \tilde{d}. \quad (13.38)$$

Можно определить также проекцию $\bar{k}$ расстояния k на направление, перпендикулярное косо́й толщине. Согласно рис. 13.4, получаем

$$\bar{\bar{k}} = \bar{\bar{r}}_2 - \bar{\bar{r}}_1, \quad (13.39)$$

так как проекция самой косо́й толщины на направление, ей перпендикулярное, должна быть равной нулю.

Пользуясь формулами (13.35) и (13.36), можно преобразовать выражения для проекций расстояния k . Находим:

$$\left. \begin{aligned} \bar{k} &= r_2 \cos \varepsilon_2 - r_1 \cos \varepsilon'_1 + \tilde{d}; \\ \bar{\bar{k}} &= r_2 \sin \varepsilon_2 - r_1 \sin \varepsilon'_1. \end{aligned} \right\} \quad (13.40)$$

Возводя оба эти равенства в квадрат и складывая, получаем квадрат расстояния k :

$$k^2 = \bar{k}^2 + \bar{\bar{k}}^2 = (r_2 \cos \varepsilon_2 - r_1 \cos \varepsilon'_1 + \tilde{d})^2 + (r_2 \sin \varepsilon_2 - r_1 \sin \varepsilon'_1)^2, \quad (13.41)$$

откуда находим

$$k = \sqrt{(r_2 \cos \varepsilon_2 - r_1 \cos \varepsilon'_1 + \tilde{d})^2 + (r_2 \sin \varepsilon_2 - r_1 \sin \varepsilon'_1)^2}. \quad (13.42)$$

Зная величину отрезка k и величину его проекции $\bar{k}$, можно найти синус полевого угла ω_2 :

$$\sin \omega_2 = \frac{\bar{\bar{k}}}{k} = \frac{r_2 \sin \varepsilon_2 - r_1 \sin \varepsilon'_1}{\sqrt{(r_2 \cos \varepsilon_2 - r_1 \cos \varepsilon'_1 + \tilde{d})^2 + (r_2 \sin \varepsilon_2 - r_1 \sin \varepsilon'_1)^2}}. \quad (13.43)$$

Имея в распоряжении величину угла ω_2 , нетрудно получить и расстояние q'_1 или q_2 от точки P_2 , в которой главный луч будет пересекать ось, до центра C_1 первой или до центра C_2 второй поверхности.

Отрезки q_1' и q_2 связываются с радиусами и углами ϵ_1' и ϵ_2 следующими формулами:

$$q_1' \sin \omega_2 = -r_1 \sin \epsilon_1'; \quad q_2 \sin \omega_2 = -r_2 \sin \epsilon_2, \quad (13.44)$$

откуда

$$q_1' = -r_1 \frac{\sin \epsilon_1'}{\sin \omega_2}; \quad q_2 = -r_2 \frac{\sin \epsilon_2}{\sin \omega_2}. \quad (13.45)$$

Заметим, что анастигматические и телеанастигматические линзы с одинаковыми по знаку углами ϵ_1' и ϵ_2 (линзы первого рода) и с углами ϵ_1' и ϵ_2 разных знаков (линзы второго рода) не равнозначны: при одних и тех же значениях углов ϵ_1' и ϵ_2 по абсолютной величине величина полевого угла получается различной.

Действительно, составляя отношение величин $\bar{k}$ и $\bar{k}$, найдем тангенс полевого угла ω_2 . Согласно формулам (13.40),

$$\operatorname{tg} \omega_2 = \frac{\bar{k}}{\bar{k}} = \frac{r_2 \sin \epsilon_2 - r_1 \sin \epsilon_1'}{r_2 \cos \epsilon_2 - r_1 \sin \epsilon_1' + \bar{d}}. \quad (13.46)$$

Нетрудно видеть, что величина тангенса ω_2 при одинаковых знаках у углов ϵ_1' , ϵ_2 и у радиусов будет получаться значительно меньшей, чем в случае, когда углы ϵ_1' и ϵ_2 имеют разные знаки.

Таким образом, для анастигматических линз первого рода при тех же самых углах ϵ поле зрения будет получаться значительно меньшим, чем для линз второго рода.

§ 67. Кривизна поля зрения телеанастигматических линз

При рассмотрении телеконцентрических линз было установлено, что для них по всем направлениям главных лучей, в том числе и по оси линзы, оптическая сила сохраняется равной нулю.

Это свойство телеконцентрических линз кроме отсутствия астигматизма и комы обуславливает также и отсутствие кривизны поля. Поэтому для суждения о кривизне поля телеанастигматических линз можно воспользоваться определением оптической силы телеанастигматической линзы по ее оси.

В соответствии с формулой (13.43) можно написать

$$\bar{k} = k \sin \omega_2 = r_2 \sin \epsilon_2 - r_1 \sin \epsilon_1', \quad (13.47)$$

откуда

$$k = r_2 - r_1 + d_0 = r_2 \frac{\sin \epsilon_2}{\sin \omega_2} - r_1 \frac{\sin \epsilon_1'}{\sin \omega_2}. \quad (13.48)$$

Из формулы (13.48) можно определить толщину d_0 телеанастигматической линзы по ее оси:

$$d_0 = r_2 \left(\frac{\sin \epsilon_2}{\sin \omega_2} - 1 \right) - r_1 \left(\frac{\sin \epsilon_1'}{\sin \omega_2} - 1 \right). \quad (13.49)$$

Синус ε_2 можно выразить, согласно (13.16), через Γ и $\sin \varepsilon'_1$. Тогда

$$d_0 = r_1 - r_2 + \frac{\sin \varepsilon'_1}{\sin \omega_2} (r_2 \sqrt{\Gamma} - r_1); \quad (13.50)$$

подставляя это значение d_0 в формулу (11.34) для силы толстой линзы в воздухе, получаем

$$\Phi_0 = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{nr_1 r_2} \times \\ \times \left[r_2 - r_1 + \frac{\sin \varepsilon'_1}{\sin \omega_2} (r_2 \sqrt{\Gamma} - r_1) \right], \quad (13.51)$$

или

$$\Phi_0 = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \left[1 + \frac{n-1}{n} \left(1 + \frac{\sin \varepsilon'_1}{\sin \omega_2} \frac{r_2 \sqrt{\Gamma} - r_1}{r_2 - r_1} \right) \right]. \quad (13.52)$$

Формула (13.52) позволяет определить силу телеанастигматической линзы по ее оси; эта величина всегда получается положительной.

Благодаря этому при размещении телеанастигматических линз перед какой-либо другой оптической системой, для которой предмет был расположен в бесконечности, и при совмещении выходного зрачка телеанастигматической линзы с входным зрачком последующей системы картина изображения на краю поля зрения сохранится неизменной.

Однако на оси системы наличие дополнительной положительной силы, принадлежащей телеанастигматической линзе, увеличит силу последующей системы и явится причиной перемещения изображения у этой системы вперед. Таким образом, кривизна поверхности изображения при сочетании телеанастигматической линзы и последующей системы будет увеличена в направлении положительных значений.

Заметим, что внесение положительной кривизны с помощью телеанастигматической линзы можно было бы качественно предвосхитить, поскольку телеанастигматические линзы всегда являются системами галилеевского типа, которым присуща лишь положительная кривизна поля. Существенно, что такое введение положительной кривизны поля не приводит к изменению астигматизма.

§ 68. Кома телеанастигматических линз

Кому телеанастигматической линзы удобно рассматривать в плоскости промежуточного изображения, т. е. в точке заднего фокуса первой поверхности и совмещенной с ней точке переднего фокуса второй поверхности.

Радиусы меридиональной комы R'_{IF} и R_{IF} для фокальных точек сферических преломляющих поверхностей определяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} R'_{IF} &= 3 \frac{r n n' \cos \varepsilon \cos \varepsilon'}{(n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon)^2} \sin \varepsilon'; \\ R_{IF} &= 3 \frac{r n n' \cos \varepsilon \cos \varepsilon'}{(n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon)^2} \sin \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (13.53)$$

В формулы (13.53) входят радиусы r преломляющих поверхностей. Эти величины можно выразить через отрезки s'_{IF} и s_{2F} до фокальных сагиттальных точек F'_{1s} и F_{2s} , согласно формулам (13.3) и (13.4).

Тогда получаем для первой преломляющей поверхности

$$R'_{IF1} = 3 \frac{n'_1 \cos \varepsilon'_1 n_1 \cos \varepsilon_1}{n'_1 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1} \frac{\sin \varepsilon'_1}{n'_1} s'_{IF} \quad (13.54)$$

и для второй поверхности

$$R_{IF2} = -3 \frac{n'_2 \cos \varepsilon'_2 n_2 \cos \varepsilon_2}{n'_2 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2} \frac{\sin \varepsilon_2}{n_2} s_{2F}. \quad (13.55)$$

Составляя отношение величин R'_{IF1} и R_{IF2} , находим

$$\frac{R'_{IF1}}{R_{IF2}} = - \frac{n_1 \cos \varepsilon'_1 \cos \varepsilon_1}{n_3 \cos \varepsilon'_2 \cos \varepsilon_2} \left(\frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2}{n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1} \right) \frac{\sin \varepsilon'_1}{\sin \varepsilon_2} \Gamma. \quad (13.56)$$

Для устранения комы необходимо, чтобы отношение величин R'_{IF1} и R_{IF2} было равно плюс единице.

Рассматривая формулу (13.56), видим, что знак отношения $R'_{IF1} : R_{IF2}$ зависит от двух сомножителей — отношения $\sin \varepsilon'_1 : \sin \varepsilon_2$ и отношения $(n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2) : (n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1)$. Для стеклянных и воздушных телеанастигматических линз второй сомножитель всегда получается отрицательным; поэтому знак отношения величин $R'_{IF1} : R_{IF2}$ будет определяться знаком отношения $\sin \varepsilon'_1 : \sin \varepsilon_2$, определяющим, в свою очередь, и принадлежность телеанастигматической линзы к группе первого или второго рода.

Так как для систем второго рода отношение $\sin \varepsilon'_1 : \sin \varepsilon_2$ отрицательно, устранить кому для телеанастигматических линз второго рода невозможно.

Разность радиусов $R'_{IF1} - R_{IF2}$, определяющая величину остаточной меридиональной комы телеанастигматической линзы, может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} R_{TA} = R'_{IF1} - R_{IF2} &= 3 s'_{IF} \sin^2 \varepsilon'_1 \left(\frac{n_2 \cos \varepsilon'_1 n_1 \cos \varepsilon_1}{n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1} \frac{1}{n_2 \sin \varepsilon'_1} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 n_2 \cos \varepsilon_2}{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2} \frac{1}{n_2 \sin \varepsilon_2} \right). \end{aligned} \quad (13.57)$$

Формула (13.57) может быть преобразована так:

$$R_{TA} = 3s'_{1F} \sin^2 \varepsilon'_1 \left[\frac{1}{\left(\frac{n_2 \cos \varepsilon'_1}{n_1 \cos \varepsilon_1} - 1 \right) \operatorname{tg} \varepsilon'_1} + \frac{1}{\left(1 - \frac{n_2 \cos \varepsilon_2}{n_3 \cos \varepsilon'_2} \right) \operatorname{tg} \varepsilon_2} \right]. \quad (13.58)$$

Из формулы (13.58) может быть получено условие устранения меридиональной комы

$$\left(\frac{n_2 \cos \varepsilon'_1}{n_1 \cos \varepsilon_1} - 1 \right) \operatorname{tg} \varepsilon'_1 = \left(1 - \frac{n_2 \cos \varepsilon_2}{n_3 \cos \varepsilon'_2} \right) \operatorname{tg} \varepsilon_2. \quad (13.59)$$

Равным образом может быть рассмотрена и картина сагиттальной комы телеанастигматической линзы.

Коэффициенты R_{sF} и R'_{sF} , определяющие сагиттальную кому в фокальных точках сферической поверхности, выражаются формулами:

$$\left. \begin{aligned} R'_{sF} &= \frac{nn' \cos \varepsilon \cos \varepsilon' + n'^2 \sin^2 \varepsilon'}{(n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon)^2} r \sin \varepsilon'; \\ R_{sF} &= \frac{nn' \cos \varepsilon \cos \varepsilon' + n^2 \sin^2 \varepsilon}{(n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon)^2} r \sin \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (13.60)$$

Составляя отношение величин R'_{sF1} и R_{sF2} для первой и второй преломляющих поверхностей телеанастигматической линзы, находим

$$\frac{R'_{sF1}}{R_{sF2}} = \frac{n_1 n_2 \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon'_1 + n_2^2 \sin^2 \varepsilon'_1}{n_2 n_3 \cos \varepsilon_2 \cos \varepsilon'_2 + n_2^2 \sin^2 \varepsilon_2} \left(\frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2}{n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1} \right) \frac{s'_{1F}}{s_{2F}} \frac{\sin \varepsilon'_1}{\sin \varepsilon_2}, \quad (13.61)$$

или

$$\frac{R'_{sF1}}{R_{sF2}} = \frac{n_1 n_2 \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon'_1 + n_2^2 \sin^2 \varepsilon'_1}{n_2 n_3 \cos \varepsilon_2 \cos \varepsilon'_2 + n_2^2 \sin^2 \varepsilon_2} \left(\frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2}{n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1} \right) \frac{\sin \varepsilon'_1}{\sin \varepsilon_2} \Gamma. \quad (13.62)$$

Сопоставляя формулу (13.62) с (13.56), можно исключить величину Γ , и тогда

$$\frac{R'_{sF1}}{R_{sF2}} = \frac{1 + \frac{n_2}{n_1} \frac{\sin^2 \varepsilon'_1}{\cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon'_1}}{1 + \frac{n_2}{n_3} \frac{\sin^2 \varepsilon_2}{\cos \varepsilon_2 \cos \varepsilon'_2}} \frac{R'_{tF1}}{R_{tF2}}. \quad (13.63)$$

Если углы ε'_1 и ε_2 невелики, то, пренебрегая квадратом их синусов, получаем приближенную формулу

$$\frac{R'_{sF1}}{R_{sF2}} \approx \frac{R'_{tF1}}{R_{tF2}} \quad (13.64)$$

для соотношения меридиональной и сагиттальной комы в телеанастигматической линзе.

Телеанастигматические линзы первого рода из-за меньшего поля зрения имеют довольно ограниченное применение.

Область использования телеанастигматических линз второго рода более широка, однако этому в известной мере мешает наличие в них остаточной комы.

Составляя из телеанастигматических линз симметричную систему, мы автоматически уничтожаем кому для всего поля зрения; увеличение такой пары телеанастигматических линз при этом становится равным единице.

Благодаря этому, симметричная пара телеанастигматических линз становится изопланатической системой, свободной от астигматизма и комы, обладающей положительной кривизной поля зрения и увеличением Γ , равным единице.

Кроме того, для воздушной пары таких телеанастигматических линз возможно при соответствующем подборе показателей преломления достичь и устранения сферической аберрации.

Изменением масштаба такой телеанастигматической пары можно варьировать величину вносимой ею кривизны поля, что позволяет использовать ее в тех случаях, когда у какой-либо оптической системы необходимо добиться исправления отрицательной кривизны поля, не затронув исправления других ее аберраций.

Заметим, что, отказываясь от строгой симметрии для пары телеанастигматических линз и вводя некоторый коэффициент пропорциональности между обеими составляющими телеанастигматическими линзами, можно создать у телеанастигматической пары кому того или иного знака в зависимости от того, больше или меньше единицы будет коэффициент пропорциональности.

Существенно, что при этом мы не нарушим равенства увеличения телеанастигматической пары единице и не изменим ее сферической аберрации, если она вначале была равной нулю.

§ 69. Исправление сферической аберрации в телеанастигматических линзах

В предыдущем параграфе был затронут вопрос о возможности исправления сферической аберрации в воздушных телеанастигматических линзах путем подбора показателей преломления первой и последней среды.

Выше упоминалось, что телеанастигматические линзы, строго афокальные вдоль главного луча, будут обладать некоторой положительной силой на оси. Это обстоятельство в известной степени усложняет задачу подбора нужных для исправления сферической аберрации показателей преломления.

Однако телеанастигматические линзы должны использоваться в основном как коррекционные элементы для исправления кривизны поля и попутно для исправления комы в каких-то других,

базовых системах, обладающих большей частью своими возможностями для исправления сферической аберрации, поэтому устранить сферическую аберрацию в телеанастигматических линзах можно лишь в первом приближении, полагая, что окончательная коррекция будет обеспечиваться в основной оптической системе.

Исходя из этого при исправлении сферической аберрации в телеанастигматических линзах можно ограничиться приближенными решениями, базирующимися на приближенной формуле (4.15) для сферической аберрации.

Кроме того, для упрощения выводов можно предположить, что афокальность телеанастигматической линзы будет соблюдаться и на оси и что увеличение Γ для телеанастигматической линзы вдоль главного луча может быть принято равным увеличению Γ_0 на оси.

При таких допущениях задача устранения сферической аберрации в телеанастигматической линзе сведется к уравниванию абсолютных величин сферической аберрации для двух линз — плоско-выпуклой и плоско-вогнутой, обращенных плоскими сторонами к бесконечно удаленным точкам, при одних и тех же апертурных углах или относительных отверстиях, но при различных фокусных расстояниях, отношение которых друг к другу должно быть равным увеличению Γ .

Для сферической аберрации первой и второй линз приближенная формула (4.15) представится в виде двух формул:

$$\left. \begin{aligned} \Delta s'_{III, 1} &= -\frac{n_1}{(n_1 - 1)^2} \frac{h_1^2}{2f'_1}; \\ \Delta s'_{III, 2} &= -\frac{n_2}{(n_2 - 1)^2} \frac{h_2^2}{2f'_2}. \end{aligned} \right\} \quad (13.65)$$

Но для телескопической системы с увеличением Γ отношения величин h_1 к h_2 и f'_1 к f'_2 будут равны увеличению Γ . Тогда

$$\left. \begin{aligned} \Delta s'_{III, 1} &= -\frac{n_1}{(n_1 - 1)^2} \frac{h_1^2}{2f'_1}; \\ \Delta s'_{III, 2} &= -\frac{n_2}{(n_2 - 1)^2} \frac{h_1^2}{2f'_1} \frac{1}{\Gamma}. \end{aligned} \right\} \quad (13.66)$$

Задаваясь равенством значений сферической аберрации для обеих линз по абсолютной величине, получаем

$$\Delta s'_{III, 1} - \Delta s'_{III, 2} = \frac{n_2}{(n_2 - 1)^2} \frac{h_1^2}{2f'_1 \Gamma} - \frac{n_1}{(n_1 - 1)^2} \frac{h_1^2}{2f'_1} = 0. \quad (13.67)$$

Делая сокращения, находим

$$\frac{(n_2 - 1)^2}{n^2} \Gamma = \frac{(n_1 - 1)^2}{n_1}. \quad (13.68)$$

Формулу (13.68) можно представить как квадратное уравнение относительно n_1 :

$$n_1^2 - \left[2 + \frac{(n_2 - 1)^2}{n_2} \Gamma \right] n_1 + 1 = 0, \quad (13.69)$$

решение которого дает

$$n_1 = 1 + \frac{(n_2 - 1)^2}{2n_2} \Gamma \pm \sqrt{\left[1 + \frac{(n_2 - 1)^2}{2n_2} \Gamma \right]^2 - 1}, \quad (13.70)$$

или

$$n_1 = 1 + \frac{(n_2 - 1)^2}{2n_2} \Gamma \pm \sqrt{\frac{(n_2 - 1)^4 \Gamma^2}{4n_2^2} + \frac{(n_2 - 1)^2}{n_2} \Gamma}; \quad (13.71)$$

вынося за знак радикала множитель $\frac{(n_2 - 1)^2}{2n_2} \Gamma$, находим

$$n_1 = 1 + \frac{(n_2 - 1)^2}{2n_2} \Gamma \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4n_2}{(n_2 - 1)^2} \Gamma} \right). \quad (13.72)$$

Численно, полагая $\Gamma = 8/15 = 0,53333$ и $n_2 = 2,0$, получаем $n_1 = 1,66667$.

Приведенный пример указывает на возможность устранения сферической абберации при увеличении Γ , существенно отличном от единицы, при реальных значениях показателей преломления.

Глава 14

НЕСФЕРИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

§ 70. Задание профиля несферической поверхности

Сферические поверхности, широко используемые при разработке оптических систем, обладают постоянством радиуса кривизны во всех своих точках, что и позволило создать хорошо отработанную технологию их изготовления, основанную на принципе притирания изготавливаемой поверхности и инструмента — притира.

Однако постоянство радиуса кривизны является частным случаем; более общим случаем являются поверхности, обладающие центрированностью относительно некоторой оси, но не сохраняющие при этом постоянства радиусов кривизны.

Подобного рода центрированные поверхности принято называть несферическими поверхностями; однако само представление о несферичности можно трактовать более широко, распространяя его и на такие поверхности, как цилиндрические или даже ступенчатые.

Таким образом, условимся понимать в дальнейшем под несферическими поверхностями центрированные поверхности, которые обладают профилем, не имеющим точек излома или разрывов непрерывности. Кроме того, будем полагать, что профили несферических поверхностей будут являться дифференцируемыми функциями.

Профиль несферической поверхности может быть задан тем или иным уравнением; такие уравнения в общем случае могут быть совершенно произвольными: их можно задавать, например, какими-либо тригонометрическими функциями, уравнением участка спирали и т. п. Однако на практике большей частью ограничиваются показательными функциями.

Общий характер несферических поверхностей может быть весьма различен. Одни кривые характеризуются ростом радиусов кривизны по мере удаления от вершины поверхности; к их числу относятся кривые второго порядка. У других кривых радиус кривизны по мере удаления от вершины будет уменьшаться; такого рода поверхности будут иметь форму сковородки или форму шляпки гриба.

Одним из простейших видов уравнения профиля будут являться уравнения кривых второго порядка.

Для определения профиля несферической поверхности удобно совмещать начало координат с вершиной преломляющей поверхности; в этом случае для кривых второго порядка можно воспользоваться известным уравнением, отнесенным к вершине:

$$y^2 = Az + Bz^2. \quad (14.1)$$

Уравнение этого вида может быть усложнено добавлением членов, содержащих переменную z в более высоких степенях; тогда приходим к усложненному уравнению вида

$$y^2 = Az + Bz^2 + Cz^3 + \dots \quad (14.2)$$

Для кривых второго порядка равенство нулю коэффициента B приводит к параболическому профилю; при отрицательном B уравнение (14.1) будет являться уравнением эллипса, при положительном B — уравнением гиперболы. Равенство коэффициента B минус единице превращает несферическую поверхность в сферу.

Нетрудно видеть, что уравнения (14.1) и (14.2) определяют четность функции y , т. е. центрированность поверхности относительно оси z .

Коэффициент A в обоих уравнениях будет определять радиус кривизны в вершине:

$$A = 2r_0. \quad (14.3)$$

Следовательно, изменения коэффициентов B , C и т. д. не должны влиять на изменение радиуса r_0 . Поэтому изменения этих коэффициентов не будут влиять и на ход нулевых лучей, фокусные

расстояния, увеличение и положение предмета и изображения; они будут воздействовать лишь на изменение аберраций оптической системы.

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что формула (14.3) при радиусе r_0 , равном бесконечности (случай так называемых планоидных поверхностей), приводит к равенству коэффициента A бесконечности, и тогда формулы (14.1) и (14.2) теряют смысл и становятся непригодными.

Дифференцируя формулу (14.2), можно получить величину углового коэффициента касательной y' :

$$2yy' = A + 2Bz + 3Cz^2 + \dots, \quad (14.4)$$

откуда

$$y' = \frac{A + Bz + Cz^2 + \dots + Bz + 2Cz^2 + \dots}{2y}, \quad (14.5)$$

или

$$y' = \frac{y}{2z} + \frac{z}{2y} (B + 2Cz + \dots). \quad (14.6)$$

Зададим уравнение профиля несферической поверхности в виде

$$z = Ay^2 + By^4 + Cy^6 + \dots \quad (14.7)$$

Уравнение (14.7) является четной функцией от y и уравнением параболы высшего порядка, поэтому в нем коэффициент A будет связан с радиусом кривизны r_0 в вершине соотношением

$$r_0 = 2/A. \quad (14.8)$$

Из формулы (14.8) следует, что в уравнении (14.7) уже возможно полагать значение r_0 , равное бесконечности, так как тогда коэффициент A становится равным нулю и первый член в этом уравнении пропадает.

Дифференцируя формулу (14.7), находим угловой коэффициент касательной

$$z' = 2Ay + 4By^3 + 6Cy^5 + \dots \quad (14.9)$$

и, вынося за скобку 2 : y ,

$$z' = \frac{2}{y} (Ay^2 + 2By^4 + 3Cy^6 + \dots), \quad (14.10)$$

или

$$z' = \frac{2z}{y} + 2y^3 (B + 2Cy^2 + \dots). \quad (14.11)$$

Если деформации сферических поверхностей малы, то удобно воспользоваться уравнением профиля несферической поверхности в полярных координатах

$$R = R_0 + A\varphi^2 + B\varphi^4 + C\varphi^6 + \dots \quad (14.12)$$

Присутствие постоянного члена R_0 в формуле (14.12) указывает на то, что в этом случае не совмещено начало координат с вершиной кривой.

При совмещении начала координат с центром соприкасающейся окружности радиусом r_0 уравнение (14.12) принимает вид

$$R = -r_0 + B\varphi^4 + C\varphi^6 + \dots \quad (14.13)$$

Наличие в формуле (14.13) коэффициента A , не равного нулю, противоречило бы равенству $R_0 = -r_0$.

Заметим, что радиус-вектор R не будет являться нормалью к профилю несферической поверхности.

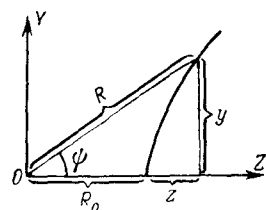


Рис. 14.1. Задание профиля несферической поверхности в полярных координатах

Можно составить разность

$$\Delta R = R + r_0 = B\varphi^4 + C\varphi^6 + \dots \quad (14.14)$$

и рассматривать ее как деформацию сферической поверхности.

Для перехода от полярных координат к прямоугольным обратимся к рис. 14.1, из которого следует, что

$$y = R \sin \psi; \quad R_0 + z = R \cos \psi. \quad (14.15)$$

откуда

$$z = -R_0 + R \cos \psi. \quad (14.16)$$

Обратный переход может быть осуществлен по формулам:

$$\operatorname{tg} \psi = y/(R_0 + z); \quad R = y/\sin \psi. \quad (14.17)$$

Так как в формулах перехода участвуют тригонометрические функции, то в некоторых случаях может оказаться целесообразным задание профиля в полярных координатах как функции той или иной тригонометрической величины.

На практике нередко встречается необходимость пересчета оптической системы в том или ином масштабе.

В уравнениях (14.2) и (14.7) коэффициенты имеют разную размерность. Так, в уравнении (14.2) коэффициент A имеет линейную размерность, коэффициент B — нулевую, а коэффициент C — минус первую.

Поэтому при пересчете и изменении масштаба по коэффициенту подобия, равному N , уравнение (14.2) преобразуется:

$$y^2 = N A z + B z^2 + \frac{C}{N} z^3 + \dots \quad (14.18)$$

Аналогично произойдет преобразование и уравнения (14.7):

$$z = \frac{A}{N} y^2 + \frac{B}{N^3} y^4 + \frac{C}{N^5} y^6 + \dots \quad (14.19)$$

Часто на практике степени переменных получаются очень большими, а сами коэффициенты очень маленькими; тогда целе-

сообразно осуществить переход к вспомогательным величинам $\bar{z}$, $\bar{y}$, $\bar{A}$, $\bar{B}$ и т. д., выбранным с таким расчетом, чтобы левые части уравнений сохранялись неизменными.

В случае, если профиль несферической поверхности задан уравнением второго порядка или усложненным уравнением кривых, согласно формуле (14.2), то вспомогательные величины будут связаны с основными следующим образом:

$$\bar{z} = z \cdot 10^{-1}; \quad \bar{A} = A \cdot 10; \quad \bar{B} = B \cdot 10^2 \text{ и т. д.} \quad (14.20)$$

Для профилей, определяемых уравнением параболы высшего порядка, согласно формуле (14.7),

$$\bar{y} = y \cdot 10^{-1}; \quad \bar{A} = A \cdot 10^2; \quad \bar{B} = B \cdot 10^4 \text{ и т. д.}$$

§ 71. Радиусы кривизны несферической поверхности

Согласно выводам аналитической геометрии, величина первой производной определяет угловой коэффициент касательной с осью абсцисс; обратная величина этого коэффициента, взятого с обратным знаком, определяет угловой коэффициент нормали.

Однако в оптике принято иное правило знаков для углов пересечения нормалей с осью системы. Поэтому, обозначая угол касательной с осью через α и угол нормали с осью через φ , можно написать:

$$y' = \operatorname{tg} \alpha = 1/\operatorname{tg} \varphi; \quad z' = \operatorname{tg} \varphi. \quad (14.21)$$

Дифференцируя формулы (14.15) и (14.16) для полярных координат, получаем:

$$dy = \sin \psi dR + R \cos \psi d\psi; \quad dz = \cos \psi dR - R \sin \psi d\psi \quad (14.22)$$

и, составляя отношение этих дифференциалов, находим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-R \sin \psi + \cos \psi \frac{dR}{d\psi}}{R \cos \psi + \sin \psi \frac{dR}{d\psi}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (14.23)$$

Меридиональный радиус кривизны определяется известной формулой

$$r_t = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''} = \frac{(1 + z'^2)^{3/2}}{z''}. \quad (14.24)$$

Для центрированных поверхностей можно ввести понятие сагиттального радиуса кривизны r_s — отрезка нормали между рассматриваемой точкой поверхности и точкой пересечения нормали с осью. Это расстояние может быть выражено через ординату кривой профиля y и угол α касательной к оси:

$$r_s = y/\cos \alpha. \quad (14.25)$$

Косинус угла α можно выразить через тангенс этого угла:

$$1/\cos^2\alpha = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = 1 + y'^2; \quad (14.26)$$

следовательно, сагиттальный радиус кривизны можно представить в виде

$$r_s = y\sqrt{1 + y'^2}. \quad (14.27)$$

Сопоставляя формулы (14.24) и (14.27), можно установить зависимость между меридиональным и сагиттальным радиусами кривизны:

$$r_t = -\frac{r_s^3}{y^3 y''}. \quad (14.28)$$

В полярных координатах меридиональный радиус кривизны выразится известной формулой

$$r_t = \frac{\left[R^2 + \left(\frac{dR}{d\psi} \right)^2 \right]^{3/2}}{R^2 + 2 \left(\frac{dR}{d\psi} \right)^2 - R \frac{d^2 R}{d\psi^2}}. \quad (14.29)$$

Сагиттальный радиус будет равен

$$r_s = \frac{\sqrt{R^2 + \left(\frac{dR}{d\psi} \right)^2}}{-1 + \frac{1}{R \operatorname{tg} \psi} \frac{dR}{d\psi}}. \quad (14.30)$$

Формулы (14.24), (14.27)—(14.30) были получены на основании закономерностей аналитической геометрии.

Используя закон преломления

$$n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon', \quad (14.31)$$

можно получить еще одно выражение для определения величины угла φ .

С этой целью обратимся к рис. 14.2, на котором представлено преломление луча, образующего с нормалью к преломляющей поверхности в точке B углы ε и ε' , а с осью системы — углы ω и ω' .

Угол нормали с осью φ можно представить как разность углов ε и ω или ε' и ω' .

Из рис. 14.2 видно, что

$$-\varepsilon = \varphi - \omega; \quad -\varepsilon' = \varphi - \omega'. \quad (14.32)$$

Подставляя эти значения углов ε и ε' в формулу (14.31) и развывая выражения для синусов, находим

$$n (\sin \omega \cos \varphi - \cos \omega \sin \varphi) = n' (\sin \omega' \cos \varphi - \cos \omega' \sin \varphi), \quad (14.33)$$

или

$$(n' \sin \omega' - n \sin \omega) \cos \varphi = (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \sin \varphi, \quad (14.34)$$

откуда и получаем тангенс угла φ :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{n' \sin \omega' - n \sin \omega}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \quad (14.35)$$

Для профилей, выражаемых кривыми второго порядка, при использовании выведенных общих формул можно получить, дважды дифференцируя формулу (14.1):

$$yy' = r_0 + Bz; \quad y'^2 + yy'' = B, \quad (14.36)$$

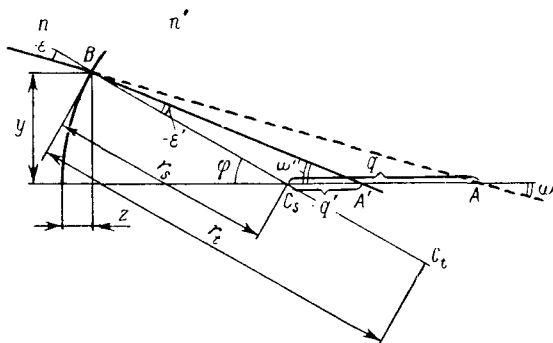


Рис. 14.2. Радиусы кривизны несферической поверхности

откуда

$$y'^2 = \frac{(r_0 + Bz)^2}{2r_0z + Bz^2}, \quad (14.37)$$

и тогда величина второй производной, согласно формуле (14.36),

$$yy'' = B - y'^2 = \frac{B(2r_0z + Bz^2) - (r_0 + Bz)^2}{2r_0z + Bz^2}. \quad (14.38)$$

Раскрывая скобки и умножая выражение (14.38) на y^2 , находим

$$y^3 y'' = -r_0^2, \quad (14.39)$$

и тогда величина r_t , согласно формуле (14.28), преобразуется:

$$r_t = r_s^3 / r_0^2. \quad (14.40)$$

Делая настоящий вывод, мы ничем не обуславливали величины коэффициента B , поэтому формула (14.40) будет справедлива для любой кривой второго порядка.

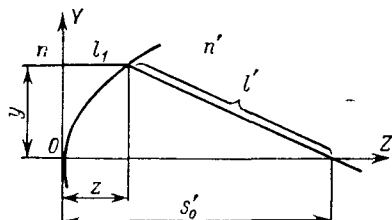
§ 72. Анаберрационные поверхности

В § 20 было показано, что любая сферическая преломляющая поверхность в случае, когда предметная точка расположена в бесконечности, оказывается не свободной от сферической аберрации.

Обращаясь к поверхности несферической формы, можно поставить задачу устранения сферической аберрации для такого расположения предметной точки за счет подбора соответствующего профиля несферической поверхности.

На рис. 14.3 представлен ход луча через такую несферическую поверхность.

Совмещая начало координат с вершиной поверхности и обращаясь к принципу Ферма, согласно которому оптическая длина хода должна быть одинаковой для всех лучей:



$$\sum nl = \sum nl_0 = \text{const}, \quad (14.41)$$

для нашего случая можно написать

$$nl_1 + n'l' = nl_0. \quad (14.42)$$

Рис. 14.3. К определению формы анаберрационной поверхности

Роль отрезка l_0 вдоль оси будет играть отрезок s'_0 , роль отрезка l_1 — отрезок z и роль отрезка l' — гипотенуза треугольника с катетами, равными y и $s'_0 - z$. Тогда можно переписать формулу (14.42) в следующем виде:

$$nz + n'\sqrt{(s'_0 - z)^2 + y^2} = n's'_0. \quad (14.43)$$

Переносим член nz в правую часть, делим на n' и возводя в квадрат, находим

$$(s'_0 - z)^2 + y^2 = \left(s'_0 - \frac{n}{n'}z\right)^2. \quad (14.44)$$

Решая это уравнение относительно y^2 :

$$y^2 = \left(s'_0 - \frac{n}{n'}z\right)^2 - (s'_0 - z)^2, \quad (14.45)$$

приводим его к уравнению кривой второго порядка, отнесенному к вершине:

$$y^2 = 2s'_0\left(1 - \frac{n}{n'}\right)z + \left(\frac{n^2}{n'^2} - 1\right)z^2. \quad (14.46)$$

Но коэффициент при z в первой степени есть не что иное, как удвоенная величина радиуса кривизны r_0 в вершине кривой. Поэтому

$$y^2 = 2r_0z + \left(\frac{n^2}{n'^2} - 1\right)z^2. \quad (14.47)$$

Очевидно, что коэффициент при z^2 будет получаться положительным при $n > n'$ (гиперболический профиль) и отрицательным при $n < n'$ (профиль эллиптической формы).

В частном случае отражения, когда показатели n и n' будут равны по величине и обратны по знаку, придем к профилю параболической формы — параболическому зеркалу.

Определим сферическую абберацию для линзы с параболической поверхностью.

На рис. 14.4 показано преломление луча, идущего параллельно оси на высоте $h = y$, на параболической поверхности.

Обозначим углы падения и преломления через ε и ε' , угол нормали с осью через φ , сагиттальный радиус кривизны через r_s и выходной апертурный угол через σ' .

Опустим из точки C пересечения нормали с осью перпендикуляр на преломленный луч BA' ; тогда можно написать

$$r_s \sin \varepsilon' = q' \sin \sigma'. \quad (14.48)$$

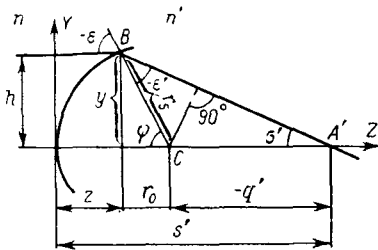


Рис. 14.4. К определению сферической абберации у параболической поверхности

Дифференцируя уравнение параболы, получаем, пользуясь формулами (14.25) и (14.21):

$$r_s = y / \sin \varphi = r_0 / \cos \varphi. \quad (14.49)$$

С другой стороны,

$$\sigma' = \varepsilon' - \varepsilon, \quad (14.50)$$

откуда

$$\sin \sigma' = n' \sin \varepsilon' \left(\frac{\cos \varepsilon}{n'} - \frac{\cos \varepsilon'}{n} \right); \quad (14.51)$$

$$\frac{\sin \sigma'}{\sin \varepsilon'} = - \frac{1}{n} (n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon). \quad (14.52)$$

В соответствии с (14.52) формула (14.48) преобразуется:

$$q' = - \frac{n r_0}{(n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon) \cos \varepsilon}. \quad (14.53)$$

Теперь нетрудно найти величину отрезка s' :

$$s' = z + r_0 - q' = \frac{h}{2r_0} + r_0 + \frac{n r_0}{(n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon) \cos \varepsilon}. \quad (14.54)$$

Так как отношение $h : r_0$ будет равно

$$h/r_0 = -\operatorname{tg} \varphi = -\operatorname{tg} \varepsilon, \quad (14.55)$$

то

$$s' = r_0 \left[\frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon}{2} + 1 + \frac{n}{(n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon) \cos \varepsilon} \right]. \quad (14.56)$$

Полагая углы ε равными нулю, получаем отрезок для нулевого луча

$$s'_0 = \left(\frac{n}{n' - n} + 1 \right) r_0 \quad (14.57)$$

и, составляя разность отрезков s' и s'_0 , находим величину сферической аберрации

$$\Delta s' = s' - s'_0 = r_0 \left[\frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon}{2} + \frac{n}{(n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon) \cos \varepsilon} - \frac{n}{n' - n} \right]. \quad (14.58)$$

Опуская довольно громоздкие преобразования, получаем следующее выражение для сферической аберрации параболической преломляющей поверхности:

$$\Delta s' = \frac{f'_0}{2} \left(\frac{\cos \varepsilon'}{\cos \varepsilon} - 1 \right) \left[\frac{n' \cos \varepsilon' + n \cos \varepsilon}{(n' + n) \cos \varepsilon} + 1 \right]. \quad (14.59)$$

§ 73. Анастигматические поверхности

Несферические поверхности отличаются от сферических тем, что их радиусы как в меридиональной, так и в сагиттальной плоскости не являются постоянными величинами и зависят от координат рассматриваемой точки. Этим свойством несферических поверхностей можно воспользоваться для устранения астигматизма.

Если в рассматриваемой точке несферической поверхности радиусы r_t и r_s различны, то для устранения астигматизма при положении предметной точки в бесконечности необходимо, чтобы

$$r_s = r_t \cos^2 \varepsilon'. \quad (14.60)$$

Это условие будет справедливо для любой несферической поверхности.

Обращаясь к кривым второго порядка, можно воспользоваться соотношением (14.40), связывающим между собой радиусы r_t , r_s и r_0 . В соответствии с этим получаем:

$$r_s = r_s^3 \cos^2 \varepsilon' / r_0^2; \quad r_0^2 = r_s^2 \cos^2 \varepsilon', \quad (14.61)$$

откуда

$$\cos \varepsilon' = r_0 / r_s; \quad r_0 = r_s \cos \varepsilon'. \quad (14.62)$$

Из формул (14.62) следует, что устранение астигматизма осуществимо для двух значений угла ϵ' , различающихся лишь знаком.

Эти два решения определяют два направления хода главного луча и два положения выходного зрачка, при которых будет устраняться астигматизм.

Чтобы найти эти два положения анастигматических зрачков для кривых второго порядка, обратимся к рис. 14.5, на котором представлены: ход главного луча после его преломления на не-сферической поверхности второго порядка в некоторой точке B с координатами z и y ; нормаль, составляющая угол φ с осью кривой, и касательная, составляющая с осью угол α .

В соответствии с рис. 14.5 можно написать

$$s' = z + y \operatorname{tg}(\alpha \pm \epsilon'). \quad (14.63)$$

Развертывая выражение для тангенса, находим

$$s' = z + y \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \epsilon'}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \epsilon'}. \quad (14.64)$$

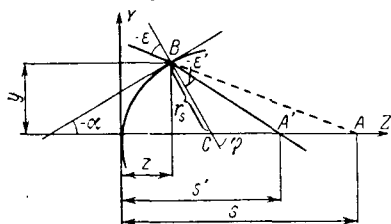


Рис. 14.5. Анастигматическая не-сферическая поверхность

Тангенс угла α , согласно формуле (14.37), будет равен

$$\operatorname{tg} \alpha = y' = \frac{r_0 + Bz}{\sqrt{2r_0z + Bz^2}}. \quad (14.65)$$

Косинус угла ϵ' может быть выражен, согласно формулам (14.62) и (14.25), через $\cos \alpha$, y и r_0 :

$$\cos \epsilon' = \frac{r_0}{r_s} = \frac{r_0}{y} \cos \alpha. \quad (14.66)$$

Выражая косинус угла α через его тангенс, получаем

$$\cos \epsilon' = \frac{r_0}{\sqrt{2r_0z + Bz^2}} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{(r_0 + Bz)^2}{2r_0z + Bz^2}}}, \quad (14.67)$$

или

$$\cos \epsilon' = \frac{r_0}{\sqrt{2r_0z + Bz^2 + (r_0 + Bz)^2}}. \quad (14.68)$$

Определяя тангенс угла ϵ' , находим

$$\operatorname{tg} \epsilon' = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \epsilon'} - 1} = \sqrt{\frac{2r_0z + Bz^2 + (r_0 + Bz)^2}{r_0^2} - 1}, \quad (14.69)$$

или

$$\operatorname{tg} \epsilon' = \frac{1}{r_0} \sqrt{(1 + B)(2r_0 + Bz)z}. \quad (14.70)$$

Формулы (14.65) и (14.70) позволяют возвратиться к формуле (14.64) для отрезка s' :

$$s' = z + \frac{\sqrt{2r_0 z + Bz^2} \frac{r_0 + Bz}{\sqrt{2r_0 z + Bz^2}} \pm \frac{1}{r_0} \sqrt{(1+B)(2r_0 + Bz)z}}{1 \mp (r_0 + Bz) \frac{1}{r_0} \sqrt{1+B}}, \quad (14.71)$$

или

$$s' = z + \frac{r_0 + Bz \pm \frac{1}{r_0} (2r_0 z + Bz^2) \sqrt{1+B}}{1 \mp \left(1 + \frac{Bz}{r_0}\right) \sqrt{1+B}}. \quad (14.72)$$

Делая дальнейшие преобразования, получаем

$$s' = \frac{r_0 + (1+B)z \pm \sqrt{1+B}}{1 \mp \left(1 + \frac{Bz}{r_0}\right) \sqrt{1+B}} \quad (14.73)$$

и затем

$$s' = \frac{r_0 + (1+B \pm \sqrt{1+B})z}{1 \mp \left(1 + \frac{Bz}{r_0}\right) \sqrt{1+B}}. \quad (14.74)$$

Освобождаясь от иррациональности в знаменателе, находим

$$s' = \frac{[r_0 + (1+B) \pm \sqrt{1+B}]z \left[1 \pm \left(1 + \frac{Bz}{r_0}\right) \sqrt{1+B}\right]}{1 - (1+B) \left(1 + \frac{Bz}{r_0}\right)^2} \quad (14.75)$$

и после перемножения в числителе

$$s' = \frac{r_0 + (1+B)z \pm \left[(r_0 + Bz) \sqrt{1+B} + z \left(1 + \frac{Bz}{r_0}\right) (1+B) \sqrt{1+B}\right] \pm z \sqrt{1+B} + (1+B) \left(1 + \frac{Bz}{r_0}\right) z}{1 - (1+B) \left(1 + \frac{Bz}{r_0}\right)^2}, \quad (14.76)$$

или

$$s' = r_0 \frac{1 + 2(1+B) \frac{z}{r_0} + B(1+B) \frac{z^2}{r_0^2} \pm \sqrt{1+B} \left[1 + 2(1+B) \frac{z}{r_0} + B(1+B) \frac{z^2}{r_0^2}\right]}{-B \left[1 + 2(1+B) \frac{z}{r_0} + B(1+B) \frac{z^2}{r_0^2}\right]}. \quad (14.77)$$

Окончательно, выполняя все сокращения, получаем

$$s' = -\frac{r_0}{B} (1 \pm \sqrt{1+B}). \quad (14.78)$$

В формулу (14.78) не вошли текущие координаты; поэтому положения выходного зрачка, обеспечивающие устранение астигматизма, оказываются независимыми от величины поля зрения и устранение астигматизма получается строгим в пределах осуществимого поля зрения.

Определим сумму расстояний между обоими положениями анастигматических зрачков выхода:

$$s'_I + s'_{II} = -2r_0/B. \quad (14.79)$$

Возвратимся к формуле (14.1). Полагая ординату $y = 0$, получим уравнение, определяющее положения вершин рассматриваемой кривой второго порядка. Таким образом,

$$y^2 = 0 = 2r_0z + Bz^2, \quad (14.80)$$

откуда

$$z_1 = 0; z_2 = -2r_0/B = 2a = s'_I + s'_{II}. \quad (14.81)$$

Из формулы (14.81) следует, что сумма расстояний до анастигматических зрачков оказалась равной большей оси кривой.

Составляя разность отрезков $s'_I - s'_{II}$, находим

$$s'_I - s'_{II} = -\frac{2r_0}{B} \sqrt{1+B}. \quad (14.82)$$

Пользуясь формулой (14.1) и полагая в ней величину z равной длине полуоси a , найдем величину малой полуоси b :

$$b^2 = 2r_0a + Ba^2 = -\frac{2r_0^2}{B} + \frac{r_0^2}{B} = -\frac{r_0^2}{B} = ar_0, \quad (14.83)$$

откуда

$$b = \sqrt{ar_0}. \quad (14.84)$$

Тогда разность отрезков $s'_I - s'_{II}$ может быть представлена в виде

$$s'_I - s'_{II} = 2\sqrt{a^2 - b^2} = 2c. \quad (14.85)$$

Величина $2c$ выражает, как известно, удвоенный эксцентриситет кривой второго порядка. Следовательно, анастигматические выходные зрачки для несферической поверхности второго порядка должны совпадать с ее геометрическими фокусами. Напомним, что это условие относится к случаю, когда предмет расположен в бесконечности.

Существенно, что в наших выводах совершенно не участвовали показатели преломления как до, так и после преломляющей поверхности; отсюда следует, что рассмотренное свойство геометрических фокусов несферической поверхности второго порядка должно соблюдаться при любых значениях показателей преломления.

В частном случае параболической поверхности один из ее геометрических фокусов располагается в бесконечности; поэтому параболическая поверхность, после которой будет создан телецентрический ход главных лучей (параллельно оси параболы), должна быть свободной от астигматизма. Входной зрачок для такой параболической поверхности будет совпадать с ее «оптическим» передним фокусом.

Если эту параболическую поверхность рассматривать как переднюю поверхность линзы, у которой второй поверхностью будет плоскость, то при телецентрическом ходе главных лучей вторая поверхность не изменит ни телецентричности, ни астигматизма. Тогда плоскопараболическая линза с входным зрачком, совмещенным с ее передним оптическим фокусом, получится свободной от астигматизма.

Рассматривая параболическую поверхность как вторую поверхность плоскопараболической линзы, мы увидим, что первая плоская поверхность, изменяя величины входных полевых углов, не внесет астигматизма и сохранит после себя положение бесконечно удаленного объекта также в бесконечности.

Поэтому плоскопараболическая линза останется анастигматичной и в случае обращения ее плоской стороной к предмету при сохранении телецентрического хода лучей после линзы, для чего снова потребуется совмещение входного зрачка с передним оптическим фокусом линзы.

Заметим, однако, что для плоскопараболической линзы и в прямом и в обратном ходе сферическая аберрация для бесконечно удаленной точки не будет равной нулю; поэтому совмещение входного зрачка с передним фокусом может быть осуществлено лишь для какого-либо одного луча, для которого и будет наблюдаться устранение астигматизма.

Обратимся к зеркальной несферической поверхности. Для этого случая показатели преломления до и после преломляющей поверхности будут отличаться друг от друга лишь знаком.

Формула (14.60) определяет равенство меридионального и сагитального фокальных расстояний l'_F и s'_F , которые можно рассматривать как узловые фокусные расстояния.

При этом должно наблюдаться отсутствие астигматизма не только для бесконечно удаленной точки, но и для точки, расположенной на произвольном конечном расстоянии.

Установив теперь, что у кривых второго порядка условием отсутствия астигматизма для бесконечно удаленной точки является совмещение выходных зрачков с геометрическими фокусами кривых, можно прийти к выводу, что для зеркальных поверхностей второго порядка анастигматичность будет сохраняться и при произвольном положении предмета.

Существенно, что для зеркальных поверхностей второго порядка их геометрические фокусы являются сопряженными точками, изображающими друг друга без возникновения сфериче-

ской аберрации. Поэтому при совмещении зрачков с геометрическими фокусами этих поверхностей будет наблюдаться строгое отсутствие астигматизма по всему полю зрения вплоть до того момента, когда изображение само перестанет существовать.

§ 74. Плоскогиперболическая линза

При рассмотрении анаберрационных поверхностей было установлено, что при показателях преломления $n > n' = 1$ (случай преломления из стекла в воздух) такой поверхностью становится гиперболическая поверхность, профиль которой исходя из (14.46) определяется уравнением

$$y^2 = 2r_0 z + (n^2 - 1) z^2. \quad (14.86)$$

У такой гиперболической поверхности должны быть два выходных анастигматических зрачка; одним из них окажется точка заднего фокуса этой поверхности.

Действительно, коэффициент B , определяющий гиперболу, выраженную условием (14.86), будет равен

$$B = (n^2 - 1) > 1; \quad (14.87)$$

тогда, обращаясь к формуле (14.78), находим

$$s' = -\frac{r_0}{B} (1 \pm \sqrt{1 + B}) = -\frac{r_0}{n^2 - 1} (1 \pm n). \quad (14.88)$$

Отсюда получаем два значения для отрезка s' :

$$\left. \begin{aligned} s'_{I} &= -\frac{r_0}{n^2 - 1} (1 + n) = -\frac{r_0}{n - 1} = s'_0; \\ s'_{II} &= -\frac{r_0 (1 - n)}{n^2 - 1} = \frac{r_0}{n + 1}. \end{aligned} \right\} \quad (14.89)$$

Очевидно, что первый из корней подтверждает ранее полученный вывод об анастигматичности точки заднего фокуса.

Однако второй корень определяет другое положение выходного зрачка, представляющее практический интерес.

Обращаясь к рис. 14.6, на котором приведены рассматриваемая гиперболическая поверхность и ход апертурного луча BF_0 , свободного от сферической аберрации для точки на оси, видим, что,

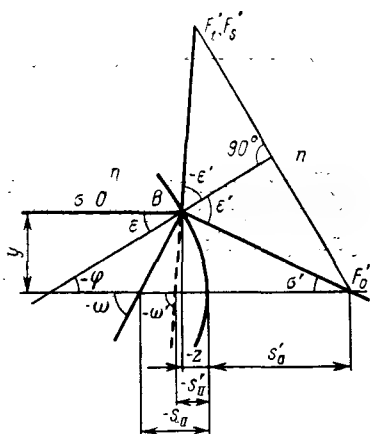


Рис. 14.6. Работа гиперболической поверхности

поворачивая падающий и преломленный лучи относительно нормали на 180° , мы сохраняем величину косинуса угла ε' неизменной, что и было необходимо для устранения астигматизма.

При этом нетрудно установить, что после поворота падающий луч образует с осью угол ω , величина которого должна быть равной удвоенному углу φ , образованному нормалью к гиперболе в точке B с координатами z и y .

Пользуясь рис. 14.6, можно определить величину тангенса выходного угла ω' для луча после его поворота вокруг нормали:

$$\operatorname{tg} \omega' = \frac{y}{s'_{II} - z}, \quad (14.90)$$

или для нашего случая, учитывая вторую формулу (14.89),

$$\operatorname{tg} \omega' = \frac{y}{\frac{r_0}{n+1} - z}. \quad (14.91)$$

Для тангенса угла ε' была получена формула (14.70), которую можно преобразовать, если подставить в нее значение B из формулы (14.87):

$$\operatorname{tg} \varepsilon' = \frac{1}{r_0} \sqrt{(1+B)(2r_0+Bz)z} = \frac{ny}{r_0}. \quad (14.92)$$

Зная величины s'_0 , n , z и y , можно с помощью формул (14.90) и (14.92) определить углы ω' и ε' ; пользуясь законом преломления, можно найти угол $\varepsilon = \varphi$ и затем угол ω , через который по формуле, аналогичной (14.90), можно получить и отрезок s_{II} , определяющий положение входного зрачка.

Для примера зададимся отрезком $s'_0 = 100,00$ и показателем преломления $n = 1,6126$.

Радиус r_0 в вершине гиперболы будет равен $-61,26$.

Уравнение профиля несферической поверхности будет иметь вид

$$y^2 = -122,52z + 1,6008z^2.$$

Полагая абсциссу z равной 2,00, получим ординату точки преломления главного луча $y = 13,189$.

Углы ε' , ω' и φ будут равны:

$$\varepsilon' = 22,656^\circ; \omega' = 36,482^\circ; \varphi = \varepsilon = 13,820^\circ.$$

Определим положение точек пересечения главного луча с осью поверхности до и после преломления, т. е. положение входного и выходного зрачков:

$$s_{II} = -32,280; s'_{II} = -23,448.$$

При сохранении положения выходного зрачка для нулевых лучей положение зрачка входа в этой области, определяемое отрезком s_{0II} , будет несколько отличаться от положения реального зрачка входа, т. е. s_{0II} будет равно $-30,630$.

Таким образом, во входном зрачке возникает сферическая aberrация. Однако, располагая впереди гиперболической поверхности плоскость, можно, подбирая требуемую толщину линзы, добиться устранения aberrации во входном зрачке.

Опуская сам процесс нахождения толщины линзы, приходим к плоскогиперболической линзе со следующими параметрами:

r	d	n_D
∞)—61,26(	25,705	1,6126

Фокусное расстояние линзы $f' = s'_F = 100$; уравнение гиперболы было приведено выше.

Выпишем для нашего примера величины входного и выходного углов, а также величины отрезков до зрачков входа и выхода:

$$\omega_{\text{I}} = -48,427^\circ; \quad s_{0\text{I}} = -3,054;$$

$$\omega'_{\text{II}} = -36,482^\circ; \quad s'_{0\text{II}} = -23,448,$$

где $s_{0\text{I}}$ — положение входного зрачка от первой плоской поверхности для нулевых лучей.

Размещение значения радиуса между обратными скобками) (является обозначением гиперболности; для эллипса удобно пользоваться размещением значения радиуса в вершине между обычными скобками ()); для параболической поверхности можно воспользоваться одной скобкой, ориентируемой согласно знаку радиуса.

Полученная плоскогиперболическая линза будет строго свободной от сферической абберации для произвольной величины отверстия и будет свободной от астигматизма для приведенного угла поля зрения.

§ 75. Плоскопараболическая линза

Сферическая абберация и астигматизм плоскопараболической линзы уже были рассмотрены выше. Рассмотрим дисторсию плоскопараболической линзы. Для этой цели воспользуемся рис. 14.7,

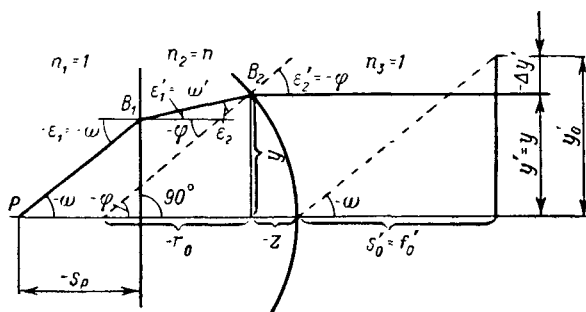


Рис. 14.7. К определению дисторсии плоскопараболической линзы

на котором представлен ход главного луча, выходящего из линзы параллельно оси и образующего изображение y' , равное расстоянию y от оси Z до точки B_2 преломления луча на параболической поверхности.

Показатель преломления линзы n_2 примем равным n ; предположим, что сама линза размещена в воздушной среде.

Входной полевой угол обозначим через ω , угол после преломления главного луча на плоской поверхности через ω' , величину неискаженного изображения через y'_0 и угол, образованный с осью системы нормалью к параболической поверхности в точке преломления луча, — через φ .

Для такой параболической поверхности угол ε'_2 должен быть равен углу $-\varphi$; поэтому, согласно формуле (14.55), можно написать

$$y = y' = r_0 \operatorname{tg} \varphi. \quad (14.93)$$

Согласно рис. 14.7, угол φ может быть связан с углами ω' и ε_2 следующим образом:

$$-\varphi = -\omega' + \varepsilon_2 \quad (14.94)$$

и, значит, угол ω' будет равен

$$\omega' = \varphi + \varepsilon_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon'_2. \quad (14.95)$$

Синус входного угла ω , согласно закону преломления, получится равным

$$\sin \omega = n \sin (\varepsilon_2 - \varepsilon'_2) = \sin \varepsilon'_2 (\cos \varepsilon'_2 - n \cos \varepsilon_2). \quad (14.96)$$

Величина неискаженного изображения y'_0 определится произведением

$$y'_0 = -f'_0 \operatorname{tg} \omega = \frac{r_0}{n-1} \operatorname{tg} \omega. \quad (14.97)$$

Составляя разность величин y' и y'_0 , находим величину дисторсии

$$\Delta y' = y' - y'_0 = -r_0 \left(-\operatorname{tg} \varphi + \frac{\operatorname{tg} \omega}{n-1} \right) \quad (14.98)$$

и, переходя к относительной дисторсии,

$$\Delta = \frac{\Delta y'}{y'_0} = - \left[1 - (n-1) \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \omega} \right]. \quad (14.99)$$

При постоянных r_0 и φ величина изображения y' остается неизменной; величина же y'_0 будет изменяться в зависимости от изменения n и $\operatorname{tg} \omega$. Изменяя показатель преломления n при постоянном $-\varphi = \varepsilon'_2$, можно определить угол ε_2 , затем угол ω' и через него входной угол ω и, пользуясь формулой (14.99), найти величину относительной дисторсии.

Зависимость дисторсии плоскопараболической линзы от угла ω при различных значениях показателей преломления приведена в табл. 14.1. Данные, приведенные в таблице, показывают, что плоскопараболическая линза при значительных полях зрения обладает сравнительно небольшой дисторсией, имеющей тенденцию при уменьшении показателей преломления увеличиваться в направлении положительных значений.

$n = 1,6126$		$n = 1,5810$		$n = 1,5492$	
2ω	$\Delta, \%$	2ω	$\Delta, \%$	2ω	$\Delta, \%$
$32^\circ 22'$	0,1	$60^\circ 00'$	0,7	$56^\circ 42'$	1,8
$106^\circ 00'$	-7,9	$90^\circ 40'$	-1,0	$94^\circ 00'$	2,4
		$128^\circ 00'$	-14,85	$119^\circ 00'$	-3,8

Для более полной оценки возможностей плоскопараболической линзы целесообразно иметь представление о ее меридиональной коме.

Однако выведенный нами в § 15 инвариант меридиональной комы не может быть использован непосредственно, так как при его выводе величина радиуса преломляющей поверхности была принята постоянной, тогда как у параболической поверхности меридиональный радиус кривизны есть величина переменная.

Это обстоятельство несколько усложняет поставленную задачу, однако, исходя из частного случая определения комы в фокальной точке и полагая предметную точку расположенной в бесконечности, можно ее несколько упростить.

Используя формулы (3.6) и (3.8), напомним

$$R'_F = \left(\frac{dt'}{r_t \cos \varepsilon \, d\varphi} - \operatorname{tg} \varepsilon' \right) t'_F. \quad (14.100)$$

Далее, дифференцируя логарифмически меридиональный инвариант, величину меридионального радиуса уже не будем полагать постоянной. Поэтому получим

$$-\frac{dt'}{t'_F} - 2 \operatorname{tg} \varepsilon' \, d\varepsilon' = -\frac{dr_t}{r_t} - \frac{n' \sin \varepsilon' \, d\varepsilon' - n \sin \varepsilon \, d\varepsilon}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon}, \quad (14.101)$$

откуда

$$\frac{dt'}{t'_F} = \frac{dr_t}{r_t} - 2 \operatorname{tg} \varepsilon' \, d\varepsilon' + \frac{d\varepsilon' - d\varepsilon}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon} n' \sin \varepsilon'. \quad (14.102)$$

Дифференцируя выражение закона преломления, найдем

$$d\varepsilon' / \operatorname{tg} \varepsilon' = d\varepsilon / \operatorname{tg} \varepsilon. \quad (14.103)$$

Тогда

$$\frac{dt'}{t'_F} = \frac{dr_t}{r_t} - 2 \operatorname{tg} \varepsilon' \, d\varepsilon' + \frac{(1 - \operatorname{tg} \varepsilon / \operatorname{tg} \varepsilon') n' \sin \varepsilon'}{n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon} d\varepsilon', \quad (14.104)$$

или

$$\frac{dt'}{t'_F} = \frac{dr_t}{r_t} - (2 \operatorname{tg} \varepsilon' + \operatorname{tg} \varepsilon) d\varepsilon'. \quad (14.105)$$

Для параболической поверхности меридиональный радиус кривизны r_t может быть выражен через радиус кривизны r_0 в вершине параболы:

$$r_t = \frac{r_s^3}{r_0^2} = \frac{r_0^3}{r_0^2 \cos^3 \varphi} = \frac{r_0}{\cos^3 \varphi}; \quad (14.106)$$

после дифференцирования получаем

$$\frac{dr_t}{r_t} = 3 \operatorname{tg} \varphi d\varphi, \quad (14.107)$$

что позволяет формулу (14.105) представить в виде

$$\frac{dt'}{t'_F} = 3 \operatorname{tg} \varphi d\varphi - (2 \operatorname{tg} \varepsilon' + \operatorname{tg} \varepsilon) d\varepsilon'. \quad (14.108)$$

Возвращаясь к формуле (14.100), находим

$$R'_F = \left\{ \frac{t'_F}{r_t \cos \varepsilon d\varphi} [3 \operatorname{tg} \varphi d\varphi - (2 \operatorname{tg} \varepsilon' + \operatorname{tg} \varepsilon) d\varepsilon'] - \operatorname{tg} \varepsilon' \right\} t'_F, \quad (14.109)$$

но, согласно формуле (3.19), отношение $t'_F : r_t$ может быть выражено через угловые величины, и тогда

$$R'_F = \left\{ - \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \varepsilon' - \operatorname{tg} \varepsilon} \left[3 \operatorname{tg} \varphi - (2 \operatorname{tg} \varepsilon' + \operatorname{tg} \varepsilon) \frac{d\varepsilon'}{d\varphi} \right] - \operatorname{tg} \varepsilon' \right\} t'_F. \quad (14.110)$$

Для устранения астигматизма необходимо, чтобы

$$\varphi = \pm \varepsilon', \quad (14.111)$$

поэтому радиус комы становится равным

$$\left. \begin{aligned} R'_{F1} &= -(\operatorname{tg} \varepsilon' + \operatorname{tg} \varepsilon) t'_F \text{ при } \varphi = \varepsilon'; \\ R'_{F2} &= -(\operatorname{tg} \varepsilon' - \operatorname{tg} \varepsilon) t'_F \text{ при } \varphi = -\varepsilon' \end{aligned} \right\} \quad (14.112)$$

для обоих анастигматических зрачков. Корень R'_{F2} соответствует случаю телецентрического хода луча в пространстве изображений.

Знаки радиусов комы в обоих случаях различны. При показателе преломления $n = 1,5$ кома во втором случае получается почти в три раза меньшей, чем в первом случае.

Заметим, что при переходе от одного положения анастигматического зрачка к другому кома плоскопараболической линзы переходит через нулевое значение.

§ 76. Элементы теории аберраций третьего порядка применительно к несферическим поверхностям. Перенос деформации с одной поверхности на другую

Использование теории аберраций третьего порядка в современных условиях теряет свое значение, уступая место использованию точных зависимостей, которые могут быть установлены в большинстве практических случаев.

Однако для решения частной задачи — переноса деформаций с одной преломляющей поверхности на другую — можно воспользоваться некоторыми общими формулами теории аббераций третьего порядка.

Вывод этих формул в настоящей монографии едва ли уместен; поэтому заимствуем формулы теории аббераций третьего порядка из монографии Г. Г. Слюсарева «Методы расчета оптических систем», сохраняя принятые им обозначения: x, y, z — координаты точки на преломляющей поверхности; b — коэффициент деформации сферической поверхности; h — высота первого (апертур-

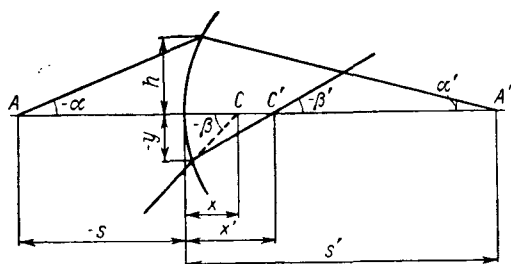


Рис. 14.8. Обозначения в области аббераций третьего порядка

ного) параксиального (нулевого) луча; y — высота второго (полевого) параксиального луча; s, s' — отрезки от вершины поверхности до точек пересечения с осью падающего и преломленного апертурного луча; x, x' — отрезки от вершины поверхности до точек пересечения с осью падающего и преломленного полевого луча; α, α' — углы с осью апертурного параксиального луча; β, β' — углы с осью полевого параксиального луча. Перечисленные величины, за исключением z , показаны на рис. 14.8.

В последующих выводах будут использованы также обозначения: Q_s, Q_x — инварианты Аббе для апертурного и полевого параксиальных лучей; I — инвариант Лагранжа — Гельмгольца; σ — сумма, определяемая формулой

$$\sigma = \sum_2^p \frac{d_{k-1}}{h_{k-1} h_k n_k}. \quad (14.113)$$

Шварцшильдом был предложен следующий прием введения деформации сферической поверхности.

Уравнение сферы радиусом r , отнесенное к системе координат, начало которой отстоит от вершины сферы на расстояние s , имеет вид

$$x = (r - s) - \sqrt{r^2 - (y^2 + z^2)}. \quad (14.114)$$

Принимая, что $(y^2 + z^2)/r^2$ мало, и разлагая в ряд по степеням этой величины квадратный корень, получаем

$$x = r - s - r \sqrt{1 - \frac{y^2 + z^2}{r^2}} = -s + \frac{1}{2} \frac{y^2 + z^2}{r} + \frac{1}{8} \frac{(y^2 + z^2)^2}{r^3} + \dots \quad (14.115)$$

Уравнение несферической поверхности будет отличаться от уравнения сферы начиная с члена $(y^2 + z^2)^2/r^3$, что можно учесть, введя в этот член множитель $1 + b$:

$$x = -s + \frac{1}{2} \frac{y^2 + z^2}{r} + \frac{1}{8} \frac{(y^2 + z^2)^2}{r^3} (1 + b). \quad (14.116)$$

В частном случае, когда $b = -1$, уравнение (14.116) переходит в уравнение параболоида вращения; при $b = 0$ оно становится сферой; в случае $-1 < b < 0$ получаем эллипсоид с большой осью, совпадающей с осью системы.

Заметим, однако, что введение множителя $1 + b$ не позволяет рассмотреть случай планоидной поверхности, так как для нее радиус r обращается в бесконечность. Поэтому для случая планоидной поверхности уместно ввести множитель $1 + 8Br^3$.

Таким образом, выражение (14.116) может быть преобразовано:

$$x = -s + \frac{1}{2} \frac{y^2 + z^2}{r} + \frac{1}{8} \frac{(y^2 + z^2)^2}{r^3} (1 + 8Br^3), \quad (14.117)$$

или

$$x = -s + \frac{1}{2} \frac{y^2 + z^2}{r} + \frac{(y^2 + z^2)^2}{8} \left(\frac{1}{r^3} + 8B \right). \quad (14.118)$$

Совершенно очевидно, что случай $r = \infty$ не препятствует использованию формулы (14.118).

Напишем, согласно упомянутой монографии Г. Г. Слюсарева, общие выражения для аберраций третьего порядка:

$$\left. \begin{aligned} 2 \frac{n'_p \delta g'_p \alpha'_p}{h_1} &= \frac{m_1 (m_1^2 + M_1^2)}{(x_1 - s_1)^3} s_1^3 S_1^* - \frac{3m_1^2 + M_1^2}{(x_1 - s_1)^3} l_1 s_1^2 x_1 S_{II}^* + \\ &+ \frac{m_1 l_1^2}{(x_1 - s_1)^3} s_1 x_1^2 (3S_{III}^* + S_{IV}^*) - \frac{l_1^3}{(x_1 - s_1)^3} x_1^3 S_V^*; \\ 2 \frac{n'_p \delta G'_p \alpha'_p}{h_1} &= \frac{M_1 (m_1^2 + M_1^2)}{(x_1 - s_1)^3} s_1^3 S_1^* - \frac{2m_1 M_1}{(x_1 - s_1)^3} l_1 s_1^2 x_1 S_{II}^* + \\ &+ \frac{M_1 l_1^2}{(x_1 - s_1)^3} s_1 x_1^2 (S_{III}^* + S_{IV}^*), \end{aligned} \right\} \quad (14.119)$$

где $\delta g'_p$, $\delta G'_p$ — меридиональная и сагиттальная составляющие поперечной аберрации; m_1 , M_1 — координаты точки пересечения луча с плоскостью входного зрачка; l_1 — величина предмета.

Значения сумм Зейделя S_I^* , S_{II}^* , S_{III}^* , S_{IV}^* и S_V^* выражаются формулами:

$$\left. \begin{aligned} S_I^* &= \sum \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^4 \left(Q_{sk}^2 \Delta_k \frac{1}{ns} + k_k \right); \\ S_{II}^* &= \sum \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^3 \frac{y_k}{y_1} \left(Q_{xk} Q_{sk} \Delta_k \frac{1}{ns} + k_k \right); \\ S_{III}^* &= \sum \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^2 \left(\frac{y_k}{y_1} \right)^2 \left(Q_{xk}^2 \Delta_k \frac{1}{ns} + k_k \right); \\ S_{IV}^* &= - \sum \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^2 \left(\frac{y_k}{y_1} \right)^2 (Q_{xk} - Q_{sk})^2 \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n}; \\ S_V^* &= \sum \left(\frac{h_k}{h_1} \right) \left(\frac{y_k}{y_1} \right)^3 \left[Q_{xk}^2 \Delta_k \frac{1}{ns} + Q_{xk} (Q_{xk} - Q_{sk}) \Delta_k \frac{1}{nx} + k_k \right]; \\ k_k &= \frac{b_k}{r_k^3} (n'_k - n_k). \end{aligned} \right\} \quad (14.120)$$

Формулы (14.119) имеют нулевую размерность, поэтому у коэффициентов Зейделя будет размерность минус третьей степени. Заметим также, что коэффициент деформации b или k входит во все суммы, кроме четвертой — суммы Петцваля.

Ранее говорилось, что использование сумм Зейделя может быть целесообразно при рассмотрении вопроса о переносе деформации с одной сферической поверхности на другую.

Обращаясь к формулам (14.120), видим, что влияние коэффициента k во всех суммах, кроме четвертой, выразится произведениями вида:

$$\left(\frac{h_k}{h_1} \right)^4 k_k; \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^3 \frac{y_k}{y_1} k_k; \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^2 \left(\frac{y_k}{y_1} \right)^2 k_k; \left(\frac{h_k}{h_1} \right) \left(\frac{y_k}{y_1} \right)^3 k_k. \quad (14.121)$$

Сделаем допущение, что в рассматриваемой системе существует какая-то другая поверхность с индексом m , для которой соблюдаются равенства:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{h_m}{h_1} \right)^4 k_m &= \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^4 k_k; \left(\frac{h_m}{h_1} \right)^3 \frac{y_m}{y_1} k_m = \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^3 \frac{y_k}{y_1} k_k; \\ \left(\frac{h_m}{h_1} \right)^2 \left(\frac{y_m}{y_1} \right)^2 k_m &= \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^2 \left(\frac{y_k}{y_1} \right)^2 k_k; \\ \frac{h_m}{h_1} \left(\frac{y_m}{y_1} \right)^3 k_m &= \frac{h_k}{h_1} \left(\frac{y_k}{y_1} \right)^3 k_k. \end{aligned} \right\} \quad (14.122)$$

Все эти формулы обладают одинаковыми знаменателями, отбрасывая которые приходим к равенствам:

$$\left. \begin{aligned} h_m^4 k_m &= h_k^4 k_k; h_m^3 y_m k_m = h_k^3 y_k k_k; \\ h_m^2 y_m^2 k_m &= h_k^2 y_k^2 k_k; h_m y_m^3 k_m = h_k y_k^3 k_k. \end{aligned} \right\} \quad (14.123)$$

Составим отношения коэффициентов деформации $k_m : k_k$:

$$\frac{k_m}{k_k} = \frac{h_k^4}{h_m^4} = \frac{h_k^3 y_k}{h_m^3 y_m} = \frac{h_k^2 y_k^2}{h_m^2 y_k^2} = \frac{h_k y_k^3}{h_m y_k^3}. \quad (14.124)$$

Соблюдение условий (14.124) возможно в том случае, если

$$\frac{h_k}{h_m} = \frac{y_k}{y_m} = \text{const} = \frac{1}{V_{mk}} \quad (14.125)$$

независимо от величин h и y .

Если рассматривать k -ю преломляющую поверхность как некоторый предмет, то величины h_k и y_k будут играть роль расстояний внеосевых точек от оси системы; точно так же, если рассматривать m -ю поверхность как изображение, то величины h_m и y_m можно принимать за расстояния соответственных изображений от оси системы.

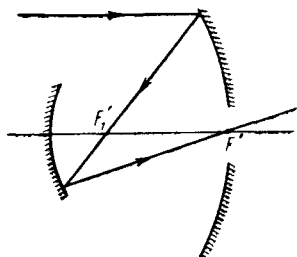


Рис. 14.9. Двухзеркальная система Грегори

Опираясь на выводы теории солинейного сродства, воспользуемся тем, что постоянство линейного увеличения наблюдалось для пары сопряженных друг с другом плоскостей; в нашем случае, полагая k -ю и m -ю поверхности

сопряженными друг с другом, мы и определяем постоянство линейного увеличения V независимо от величины предмета, т. е. от величин h или y .

Поясним сказанное на практическом примере зеркальной системы Грегори.

Обратимся к рис. 14.9, на котором представлена система Грегори с промежуточным изображением, расположенным в заднем фокусе F'_1 первого зеркала. Изображение бесконечно удаленной точки после всей системы будет расположено в ее заднем фокусе F'' , совмещенном с центром отверстия первого зеркала. Из рисунка видим, что первое зеркало будет изображаться вторым зеркалом в плоскости промежуточного изображения.

Располагая в этой плоскости плоскопараллельную пластинку, образуем поверхность, которую можно рассматривать как поверхность, сопряженную с главным зеркалом.

В соответствии с предыдущими выводами деформацию на первом зеркале можно заменить соответствующей деформацией на введенной плоскопараллельной пластинке. При этом все аберрации исходной системы должны будут сохраниться неизменными.

Определим величину деформации k_m на плоскопараллельной пластинке. Согласно формуле (14.124), имеем

$$k_m = \left(\frac{h_k}{h_m} \right)^4 k_k. \quad (14.126)$$

Рассматривая формулы (14.120), обнаруживаем, что коэффициент деформации k_k входит во все суммы, кроме четвертой, в первой степени. Поэтому, располагая в оптической системе четырьмя поверхностями, не являющимися изображениями друг друга, можно, задавая всем четырем суммам любые значения, получить систему четырех линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} S_I^* = 0 &= S_{I0} + \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^4 k_k + \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^4 k_l + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^4 k_m + \left(\frac{h_n}{h_1}\right)^4 k_n; \\ S_{II}^* = 0 &= S_{II0} + \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^3 \left(\frac{y_k}{y_1}\right) k_k + \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^3 \frac{y_l}{y_1} k_l + \\ &+ \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^3 \frac{y_m}{y_1} k_m + \left(\frac{h_n}{h_1}\right)^3 \frac{y_n}{y_1} k_n; \\ S_{III}^* = 0 &= S_{III0} + \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_k}{y_1}\right)^2 k_k + \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_l}{y_1}\right)^2 k_l + \\ &+ \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_m}{y_1}\right)^2 k_m + \left(\frac{h_n}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_n}{y_1}\right)^2 k_n; \\ S_V^* = 0 &= S_{V0} + \frac{h_k}{h_1} \left(\frac{y_k}{y_1}\right)^3 k_k + \frac{h_l}{h_1} \left(\frac{y_l}{y_1}\right)^3 k_l + \\ &+ \frac{h_m}{h_1} \left(\frac{y_m}{y_1}\right)^3 k_m + \frac{h_n}{h_1} \left(\frac{y_n}{y_1}\right)^3 k_n. \end{aligned} \right\} \quad (14.127)$$

В этих выражениях через S_{I0} , S_{II0} , S_{III0} и S_{V0} обозначены суммы Зейделя до внесения деформаций.

Значения сумм S_I^* , S_{II}^* , S_{III}^* и S_V^* были приняты равными нулю, однако в самом общем случае им можно было бы придать любые другие наперед заданные значения.

Величины h_k , y_k , h_l , y_l , h_m , y_m и h_n , y_n могут быть определены путем просчета двух нулевых лучей — апертурного и полевого, по которым можно найти и значения исходных сумм S_{I0} , S_{II0} , S_{III0} и S_{V0} , после чего, решая систему линейных уравнений относительно коэффициентов k_k , k_l , k_m и k_n , можно получить требуемые значения сумм S_I^* , S_{II}^* , S_{III}^* и S_V^* .

Пользуясь полученными формулами, можно поставить задачу о равенности двух деформаций на двух не совпадающих друг с другом поверхностях и одной деформации на третьей поверхности, не совпадающей с двумя первыми и не являющейся их изображением.

Это условие можно представить в виде следующих формул, ограничиваясь тремя суммами Зейделя S_I^* , S_{II}^* и S_{III}^* :

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^4 k_k &= \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^4 k_l + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^4 k_m; \\ \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^3 \frac{y_k}{y_1} k_k &= \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^3 \frac{y_l}{y_1} k_l + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^3 \frac{y_m}{y_1} k_m; \\ \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_k}{y_1}\right)^2 k_k &= \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_l}{y_1}\right)^2 k_l + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_m}{y_1}\right)^2 k_m. \end{aligned} \right\} \quad (14.128)$$

Умножая первое уравнение на отношение $y_k : y_1$ и второе — на отношение $h_k : h_1$, уравниваем левые части обоих уравнений и тем самым исключаем коэффициент деформации k_k :

$$\left(\frac{h_l}{h_1}\right)^4 \frac{y_k}{y_1} k_l + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^4 \frac{y_k}{y_1} k_m = \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^3 \frac{h_k y_l}{h_1 y_1} k_l + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^3 \frac{h_k y_m}{h_1 y_1} k_m, \quad (14.129)$$

откуда

$$\left(\frac{h_l}{h_1}\right)^3 \left(\frac{h_l y_k}{h_1 y_1} - \frac{h_k y_l}{h_1 y_1}\right) k_l = - \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^3 \left(\frac{h_m y_k}{h_1 y_1} - \frac{h_k y_m}{h_1 y_1}\right) k_m. \quad (14.130)$$

Равным образом, умножая второе уравнение на отношение $y_k : y_1$, а третье — на отношение $h_k : h_1$, уравниваем левые части второго и третьего уравнений и тоже исключаем коэффициент k_k . В результате этого получаем

$$\begin{aligned} & \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^3 \frac{y_l y_k}{y_1 y_1} k_l + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^3 \frac{y_m y_k}{y_1 y_1} k_m = \\ & = \left(\frac{h_l}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_l}{y_1}\right)^2 \frac{h_k}{h_1} k_l + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_m}{y_1}\right)^2 \frac{h_k}{h_1} k_m, \end{aligned} \quad (14.131)$$

или

$$\left(\frac{h_l}{h_1}\right)^2 \frac{y_l}{y_1} \left(\frac{h_l y_k}{h_1 y_1} - \frac{h_k y_l}{h_1 y_1}\right) k_l = - \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^2 \frac{y_m}{y_1} \left(\frac{h_m y_k}{h_1 y_1} - \frac{h_k y_m}{h_1 y_1}\right) k_m. \quad (14.132)$$

Сопоставляя формулы (14.130) и (14.132), видим, что в них и в правой и в левой части имеются одинаковые множители. Поэтому, разделив эти два выражения друг на друга, автоматически исключаем обе деформации k_l и k_m , и остается следующее соотношение:

$$\frac{h_l}{y_l} = \frac{h_m}{y_m}, \quad (14.133)$$

приводящее к равенству

$$\frac{y_m}{y_l} = \frac{h_m}{h_l} = V_{ml}, \quad (14.134)$$

которое, как было сказано выше, является условием сопряженности поверхностей l и m , противоречащим условию, поставленному в рассматриваемой задаче.

Рассмотрим систему, которая построена из двух тонких протых линз, разделенных значительным воздушным промежутком.

В этом случае можно использовать только две деформации, так как для тонкой линзы действие деформации на обеих поверхностях равнозначно.

Тогда, ограничиваясь исправлением трех аберраций, согласно суммам S_I^* , S_{II}^* и S_{III}^* из формул (14.127), получим:

$$\left. \begin{aligned} S_I^* &= 0 = S_{I0} + \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^4 k_k + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^4 k_m; \\ S_{II}^* &= 0 = S_{II0} + \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^3 \frac{y_k}{y_1} k_k + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^3 \frac{y_m}{y_1} k_m; \\ S_{III}^* &= 0 = S_{III0} + \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_k}{y_1}\right)^2 k_k + \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^2 \left(\frac{y_m}{y_1}\right)^2 k_m. \end{aligned} \right\} \quad (14.135)$$

В этой системе из трех уравнений двумя переменными могут быть два коэффициента деформаций k_k и k_m .

Однако каждая из двух тонких линз, имея постоянную оптическую силу, может быть изменена по форме, т. е. по прогибу.

Полагая, что прогибы первой и второй линз будут являться функциями двух независимых переменных α_1 и α_2 , можно представить систему уравнений (14.135) как систему, связывающую четыре независимые переменные; это позволит ограничиться использованием лишь какой-либо одной из деформаций k_k или k_m , полагая другую равной нулю.

Необходимо заметить, что, используя в качестве дополнительных переменных параметры α_1 и α_2 , определяющие прогибы линз, мы должны выразить через них исходные суммы $S_{I_0}(\alpha_1, \alpha_2)$, $S_{II_0}(\alpha_1, \alpha_2)$ и $S_{III_0}(\alpha_1, \alpha_2)$, которые в общем случае уже не будут линейными функциями; поэтому можно будет получить несколько решений системы уравнений (14.135). С точки зрения теории аберраций третьего порядка они будут равнозначными; однако на самом деле, с учетом аберраций высших порядков, эти решения могут очень существенно отличаться друг от друга.

Заметим, что, используя две деформации, можно было бы добавить четвертое уравнение для пятой суммы, определяющей величину дисторсии третьего порядка, и получить систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными.

Глава 15

НЕСФЕРИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИХ ПРОФИЛЕЙ

§ 77. Малые деформации сферической поверхности

Ранее были рассмотрены несферические поверхности второго порядка, отступление которых от сферической формы определяется членом разложения четвертого порядка $\frac{(y^2 + z^2)^2}{r^3} (1 + 8Br^3)$, влияющим на аберрации третьего порядка и не влияющим на ход нулевых лучей.

Исключая изменение этого члена за счет равенства коэффициента B или k нулю, мы, как это следует из формулы (14.117), исключаем влияние деформации на аберрации третьего порядка.

Тем не менее можно себе представить существование деформаций сферических поверхностей более высокого порядка;

совершенно очевидно, что такие деформации, не влияя на аберрации третьего порядка, смогут влиять на аберрации высших порядков.

Изменение аберраций высших порядков является значительно более сложной задачей, чем исправление аберраций третьего порядка, и очень заманчиво использовать эту особенность деформаций высших порядков, так как устранение аберраций высших порядков в очень многих случаях является решающим звеном при разработке оптических систем с более или менее повышенными оптическими характеристиками.

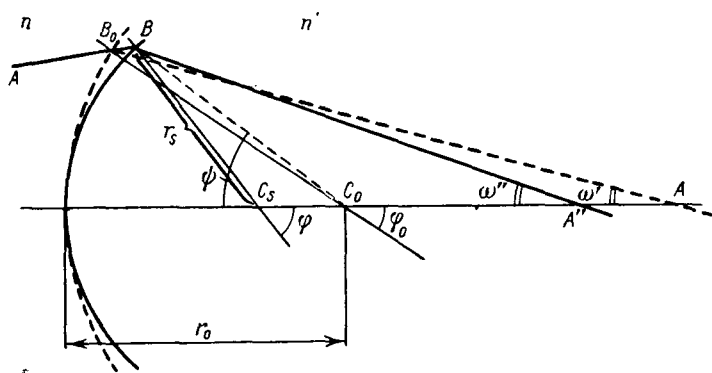


Рис. 15.1. Деформация сферической поверхности

Таким образом, уравнение сферической поверхности с деформацией высшего порядка можно записать в следующем виде:

$$r = r_0 + C\psi^6 + D\psi^8 + \dots \quad (15.1)$$

Здесь использована полярная система координат, совмещенная с центром соприкасающейся сферы радиусом r_0 .

Предположим, что луч AB , встречающийся с такой поверхностью в некоторой точке B , определяемой полярным углом ψ , пересечет соприкасающуюся сферу в некоторой точке B_0 , образуя некоторый отрезок B_0B (рис. 15.1).

После преломления на недеформированной поверхности этот луч должен был бы снова пересечь ось в некоторой точке A' , составив с осью угол ω' , но после преломления на деформированной поверхности он пересечет ось в некоторой другой точке A'' , составив с осью другой угол, равный ω'' .

Соединив точку B_0 с центром C_0 соприкасающейся окружности, образуем нормаль B_0C_0 , составляющую с осью угол φ_0 ; для деформированной сферы из точки B проведем нормаль BC_s , пересекающую ось в точке C_s и составляющую с ней угол φ ; длина этой нормали явится величиной сагиттального радиуса кривизны r_s .

Участок, содержащий малый отрезок вдоль главного луча B_0B , выделен из рис. 15.1 и представлен на рис. 15.2 в более крупном масштабе.

Для угла $\varphi = \varphi_0$ расхождение между соприкасающейся сферой и деформированным профилем выразится малым отрезком Δr ; величины этих двух отрезков можно связать, пренебрегая ошибками высшего порядка малости, следующей формулой:

$$B_0B = -\frac{\Delta r}{\cos \varepsilon_0}, \quad (15.2)$$

где ε_0 — угол луча с нормалью к исходной соприкасающейся сфере.

Опуская из точки B перпендикуляр на направление луча, преломленного на соприкасающейся сфере, образуем некоторую точку L .

Умножая отрезок B_0B на показатель преломления n и отрезок B_0L на показатель преломления n' и составляя разность этих двух произведений, получаем оптическую разность хода — волновую абберацию

$$\Delta l = nB_0B - n'B_0L = -\frac{n\Delta r}{\cos \varepsilon_0} + \frac{n'\Delta r}{\cos \varepsilon_0} \cos(\varepsilon'_0 - \varepsilon_0), \quad (15.3)$$

которая после некоторых преобразований может быть представлена в виде

$$\Delta l = \Delta r (n' \cos \varepsilon'_0 - n \cos \varepsilon_0). \quad (15.4)$$

Определив величину Δr , согласно формуле (15.1), как разность $r - r_0$, величину волновой абберации можно привести к виду

$$\Delta l = (n' \cos \varepsilon' - n \cos \varepsilon) (C\psi^6 + D\psi^8 + \dots). \quad (15.5)$$

При переходе от деформированной сферы к planoидным поверхностям роль величины Δr будет играть величина z , роль угла φ — ордината y , а углы ε и ε' перейдут в полевые углы ω и ω' .

§ 78. Влияние малых деформаций

высшего порядка на абберации
высшего порядка в зависимости от расположения
деформированной поверхности между зрачком
и изображением

В реальных оптических системах пространства, в которых расположены те или иные деформированные поверхности, как правило, разделены одной или несколькими другими преломляющими поверхностями. Это в известной мере затрудняет оценку влияния деформаций.

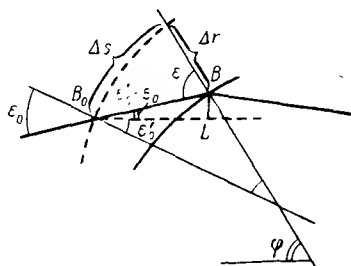


Рис. 15.2. Изменение хода луча на деформированной поверхности

Для устранения подобных затруднений можно воспользоваться следующим приемом.

Ранее было показано, что деформирование сферических поверхностей можно переносить на поверхности, являющиеся изображениями реальных поверхностей, и в частном случае в качестве таких поверхностей можно было бы рассматривать соответственно размещенные плоскопараллельные пластинки.

Такой прием был проиллюстрирован на примере зеркальной системы Грегори, где было получено изображение главного зеркала, совмещенное с соответственно расположенной в пространстве после всей системы плоскопараллельной пластинкой. Равным образом можно было бы перенести в предметное пространство изображение второго зеркала через первое зеркало.

Используя этот прием для получения в предметном пространстве изображений всех тех поверхностей, на которых предполагается нанести малые деформации, мы получим в предметном пространстве несколько деформированных плоскопараллельных пластинок, равнозначных по своему действию реальным деформациям на выбранных для этого сферических поверхностях системы, расположенных как угодно.

Подобные деформированные плоскопараллельные пластинки, будучи афокальными, в первом приближении не смогут существенным образом изменять направление хода лучей, проходящих через них; действие этих пластинок по сути дела будет сведено к возникновению на каждом из лучей оптической разности хода, т. е. некоторой волновой аберрации.

Величина возникающей волновой аберрации может быть выражена формулой

$$\Delta l = (n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon) z, \quad (15.6)$$

где z определяет деформацию поверхности, а коэффициент при z зависит от углов ϵ и ϵ' падения и преломления луча.

Однако изменение коэффициента при z не очень велико. Так, полагая угол $\epsilon = 45^\circ$ в воздухе и получая в стекле при $n = 1,5$ угол $\epsilon' = 28,125^\circ$, найдем значение этого коэффициента равным 0,6149; следовательно,

$$\Delta l = 0,6149z,$$

тогда как при углах ϵ , равных нулю,

$$\Delta l_0 = 0,500z.$$

Таким образом, в практически реальном диапазоне углов преломления величина коэффициента при z будет изменяться в пределах не более 25%. Тогда величину волновой аберрации можно записать в виде

$$\Delta l = \frac{1 + \alpha}{2} z, \quad (15.7)$$

где α — величина, зависящая от углов ϵ и изменяющаяся в узких пределах.

Основываясь на этих выводах, можно перейти к рассмотрению влияния малых деформаций на aberrации оптической системы.

Обратимся к рис. 15.3, на котором представлено расположение двух деформированных пластинок I и II на расстояниях a_1 и a_2 от материальной диафрагмы с отверстием, равным $2m$, через которое проходит параллельный пучок лучей, составляющий с осью полевой угол ω .

Высоты главного луча на этих пластинках обозначим через h_1 и h_2 , а высоты наклонного луча, проходящего через край диафрагмы, — через y_1 и y_2 . Величины деформаций на обеих пластинках обозначим соответственно через z_1 и z_2 .

Волновые aberrации Δl_1 и Δl_2 , возникающие на обеих пластинках, будут суммироваться друг с другом; поэтому, учитывая, что величины y_1 и y_2 могут быть определены как суммы:

$$y_1 = h_1 + m; \quad y_2 = h_2 + m, \quad (15.8)$$

и задаваясь уравнением профиля в виде:

$$z_1 = A_1 y_1^6; \quad z_2 = A_2 y_2^6, \quad (15.9)$$

получаем для суммарной разности хода

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{1}{2} (1 + \alpha) (z_1 + z_2) = \frac{1 + \alpha}{2} [A_1 (h_1 + m)^6 + A_2 (h_2 + m)^6]. \quad (15.10)$$

Развертывая это выражение и группируя члены с одинаковыми степенями m , находим

$$\begin{aligned} \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{1 + \alpha}{2} [& A_1 h_1^6 + A_2 h_2^6 + 6m (A_1 h_1^5 + A_2 h_2^5) + 15m^2 (A_1 h_1^4 + \\ & + A_2 h_2^4) + 20m^3 (A_1 h_1^3 + A_2 h_2^3) + 15m^4 (A_1 h_1^2 + A_2 h_2^2) + \\ & + 6m^5 (A_1 h_1 + A_2 h_2) + m^6 (A_1 + A_2)]. \end{aligned} \quad (15.11)$$

Два первых слагаемых не зависят от величины m и выражают волновую aberrацию, возникающую на главном луче, которую можно рассматривать как волновую постоянную Δl_0 .

Остальные члены выражают:

$$\frac{1 + \alpha}{2} 6m (A_1 h_1^5 + A_2 h_2^5) = \Delta l_1, \quad (15.12)$$

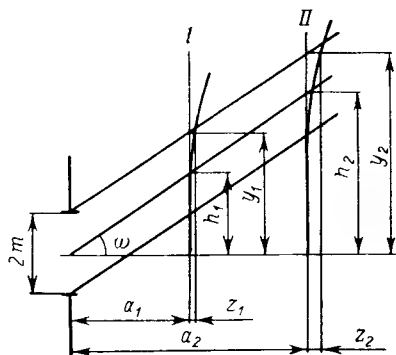


Рис. 15.3. Расположение деформированных поверхностей относительно зрачка

т. е. дисторсию пятого порядка по полю;

$$\frac{1+\alpha}{2} 15m^2 (A_1 h_1^4 + A_2 h_2^4) = \Delta l_{II}, \quad (15.13)$$

т. е. меридиональную кривизну поля пятого порядка;

$$\frac{1+\alpha}{2} 20m^3 (A_1 h_1^3 + A_2 h_2^3) = \Delta l_{III}, \quad (15.14)$$

т. е. меридиональную кому третьего порядка по апертуре, изменяющуюся пропорционально кубу тангенса полевого угла;

$$\frac{1+\alpha}{2} 15m^4 (A_1 h_1^2 + A_2 h_2^2) = \Delta l_{IV}, \quad (15.15)$$

т. е. меридиональную сферическую абerrацию третьего порядка по апертуре, изменяющуюся пропорционально квадрату тангенса полевого угла;

$$\frac{1+\alpha}{2} 6m^5 (A_1 h_1 + A_2 h_2) = \Delta l_V, \quad (15.16)$$

т. е. меридиональную кому пятого порядка по апертуре, изменяющуюся пропорционально тангенсу полевого угла;

$$\frac{1+\alpha}{2} m^6 (A_1 + A_2) = \Delta l_{VI}, \quad (15.17)$$

т. е. меридиональную сферическую абerrацию пятого порядка, постоянную по полю (если не учитывать изменения величины α).

Обратимся к абerrациям, возникающим в сагиттальной плоскости. На рис. 15.4 представлено сечение наклонного пучка лучей в плоскости, перпендикулярной оси системы; здесь же показаны величины m , M , h и y .

Последнюю величину, определяющую точку профиля деформированной поверхности, нетрудно определить из рисунка:

$$y = \sqrt{h^2 + M^2}. \quad (15.18)$$

Полагая, что профиль поверхности по-прежнему определяется формулами (15.9), можно написать

$$z = Ay^6 = A(h^2 + M^2)^3 \quad (15.19)$$

и, переходя к волновой абerrации,

$$\Delta l = \frac{1+\alpha}{2} A(h^2 + M^2)^3. \quad (15.20)$$

Для пары деформированных пластинок, аналогично формуле (15.11), находим

$$\begin{aligned} \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{1+\alpha}{2} [A_1 h_1^6 + A_2 h_2^6 + 3(A_1 h_1^4 + A_2 h_2^4) M^2 + \\ + 3(A_1 h_1^2 + A_2 h_2^2) M^4 + (A_1 + A_2) M^6]. \end{aligned} \quad (15.21)$$

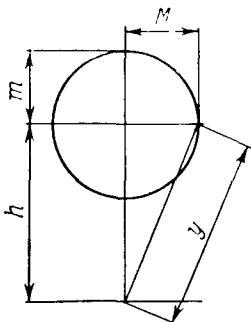


Рис. 14.4. К учету сагиттальной составляющей

После исключения членов, не содержащих высоты M на зрачке, формула (15.21) разделяется на три члена, которые выражают:

$$\frac{1+\alpha}{2} 3 (A_1 h_1^4 + A_2 h_2^4) M^2 = \Delta l_{II}, \quad (15.22)$$

т. е. сагиттальную кривизну пятого порядка по полю;

$$\frac{1+\alpha}{2} 3 (A_1 h_1^2 + A_2 h_2^2) M^4 = \Delta l_{IV}, \quad (15.23)$$

т. е. сагиттальную сферическую абберацию третьего порядка по апертуре, изменяющуюся пропорционально квадрату тангенса полевого угла;

$$\frac{1+\alpha}{2} (A_1 + A_2) M^6 = \Delta l_{VI}, \quad (15.24)$$

т. е. сагиттальную сферическую абберацию пятого порядка по апертуре, постоянную по полю (если не учитывать изменения величины α).

Для рассматриваемого случая двух деформированных пластинок имеем два коэффициента A_1 и A_2 , определяющих их профили, и два расстояния a_1 и a_2 этих пластинок от зрачка входа. Варьируя эти четыре величины, можно управлять изменениями каких-либо четырех аббераций.

Однако, как это следует из разделения волновых аббераций по меридиональному и сагиттальному сечениям, существует восемь различных аббераций пятого порядка (кроме тех, которые не проявляют себя ни в меридиональной, ни в сагиттальной плоскости), так как сферическая абберация пятого порядка по апертуре в меридиональной и сагиттальной плоскости одинакова. С помощью только двух деформированных пластинок не представляется возможным управлять всеми восемью абберациями пятого порядка.

Однако, если учесть, что в исходной системе некоторые из этих аббераций высших порядков были уже устранены или еще не достигли ощутимых значений, представляется интересным рассмотреть комбинации имеющихся четырех свободных параметров, воздействие которых на те или иные абберации исключается.

Например, исходя из условия невозникновения нечетных аббераций — комы третьего и пятого порядков, приходим к равенствам:

$$A_1 h_1^3 + A_2 h_2^3 = 0; \quad A_1 h_1 + A_2 h_2 = 0. \quad (15.25)$$

Деля первое из этих равенств на второе, получаем

$$h_1^2 = h_2^2, \text{ или } h_1 = \pm h_2. \quad (15.26)$$

Но так как высоты h могут быть выражены через полевые углы и расстояния a :

$$h_1 = -a_1 \operatorname{tg} \omega; \quad h_2 = -a_2 \operatorname{tg} \omega, \quad (15.27)$$

то, согласно (15.26),

$$a_2 = \pm a_1. \quad (15.28)$$

Таким образом, равенство высот приводит к совмещению обеих деформированных поверхностей друг с другом и, с учетом формулы (15.25), к взаимному погашению действия обеих деформаций в силу равенства величин

$$A_1 = -A_2, \quad (15.29)$$

что, естественно, не представляет практического интереса.

Второе же решение, выражаемое равенством $h_1 = -h_2$, приводит к симметричному расположению одинаково деформированных пластин по обе стороны от входного зрачка.

Это условие невозникновения комы третьего и пятого порядков распространяется также и на невозникновение дисторсии. Однако условия (15.26) и (15.29) оставляют свободными уже только два параметра — расстояния пластинок от зрачка входа и деформирование их профиля.

Аналогично условию невозникновения нечетных аберраций можно поставить условие невозникновения четных аберраций. Это условие выразится формулами:

$$h_1 = -h_2; \quad A_1 = -A_2. \quad (15.30)$$

Подставляя эти величины в формулы (15.11) и (15.21), убеждаемся, что после такой подстановки в обеих формулах остаются члены, определяющие только нечетные аберрации — кому третьего и пятого порядков и дисторсию пятого порядка.

При рассмотрении деформаций шестого порядка, не влияющих на аберрации третьего порядка, мы ограничивались уравнениями профиля деформируемой пластинки, соответствующими параболам шестой степени, согласно формуле (15.9); совершенно очевидно, что этот прием может быть распространен и на деформации поверхностей четвертого порядка, воздействующие на аберрации третьего порядка.

Тогда вместо формулы (15.9) нужно будет прибегнуть к уравнениям профиля, выражаемым параболой четвертой степени:

$$z_1 = A_1 y_1^4; \quad z_2 = A_2 y_2^4; \quad (15.31)$$

при этом формула (15.11) будет заменена формулой

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{1 + \alpha}{2} [A_1 h_1^4 + A_2 h_2^4 + 4 (A_1 h_1^3 + A_2 h_2^3) m + 6 (A_1 h_1^2 + A_2 h_2^2) m^2 + 4 (A_1 h_1 + A_2 h_2) m^3 + (A_1 + A_2) m^4], \quad (15.32)$$

а (15.21) — формулой

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{1+\alpha}{2} [A_1 h_1^4 + A_2 h_2^4 + 2(A_1 h_1^2 + A_2 h_2^2) M^2 + (A_1 + A_2) M^4]. \quad (15.33)$$

Исключая из формул (15.32) и (15.33) члены, не содержащие координаты m и M на зрачке, сохраняем члены, определяющие дисторсию, меридиональную кривизну поля, кому и сферическую аберрацию [формула (15.32)] и сагиттальную кривизну и сферическую аберрацию [формула (15.33)], т. е. шесть независимых aberrаций.

Возвратимся к условиям (15.26) и (15.29) невозникновения нечетных aberrаций. Подставляя значения h и A в формулу (15.11) и исключая члены, не содержащие четных степеней m , можно написать

$$\Delta l_t = \Delta l_1 + \Delta l_2 - 2 \Delta l_0 = (1 + \alpha) (15m^2 h^4 + 15m^4 h^2 + m^6) A. \quad (15.34)$$

Введем отношение

$$k = \frac{h}{m} = -\frac{a \operatorname{tg} \omega}{m}. \quad (15.35)$$

Вынося в формуле (15.34) за общую скобку m^6 и вводя коэффициент k , находим

$$\Delta l_t = (1 + \alpha) (15k^4 + 15k^2 + 1) A m^6. \quad (15.36)$$

Аналогично для сагиттальной плоскости

$$\Delta l_s = (1 + \alpha) (3k^4 + 3k^2 + 1) A M^6. \quad (15.37)$$

Задавая коэффициент k равным 0,5, мы уменьшаем первые члены в формулах (15.36) и (15.37) в 16 раз, делая их даже меньше единицы; в этом случае второй член в формуле (15.36) приобретает доминирующее значение, что позволяет активно воздействовать на полевую меридиональную сферическую aberrацию, сравнительно мало влияя на изменение меридиональной кривизны.

Наоборот, полагая коэффициент k равным двум, мы сможем очень энергично воздействовать на меридиональную кривизну, существенно меньше затрагивая меридиональную сферическую aberrацию.

В обоих случаях в какой-то степени затрагивалась величина сферической aberrации пятого порядка по апертуре; однако компенсировать ее изменение без изменения других aberrаций вполне возможно путем соответствующей деформации поверхности, расположенной в плоскости входного зрачка.

Можно представить себе аналогичную картину и в случае использования деформаций четвертого порядка, действующих на aberrации третьего порядка; тогда вместо формул (15.36) и (15.37) получились бы формулы:

$$\Delta l_t = (1 + \alpha) (6k^2 + 1) A m^4; \quad \Delta l_s = (1 + \alpha) (2k^2 + 1) A M^4. \quad (15.38)$$

В некоторых случаях возможно одновременное устранение двух aberrаций, например меридиональной кривизны и меридиональной сферической aberrации.

Так, полагая необходимые изменения волновой aberrации равными

$$\Delta l_I = B_I m^2; \quad \Delta l_{II} = B_{II} m^4 \quad (15.39)$$

и приравнявая их соответствующим членам в формуле (15.11), находим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_I = B_I m^2 &= -(1 + \alpha) 15 m^2 h^4 A; \\ \Delta l_{II} = B_{II} m^4 &= -(1 + \alpha) 15 m^4 h^2 A. \end{aligned} \right\} \quad (15.40)$$

Из этих двух выражений можно определить отношение коэффициентов B_I и B_{II} .

Деля формулы (15.40) друг на друга, получаем

$$B_I/B_{II} = h^4/h^2 = a^2 \operatorname{tg}^2 \omega, \quad (15.41)$$

откуда вытекает, что одновременное исправление двух aberrаций возможно лишь в том случае, когда обе aberrации будут обладать одинаковыми знаками.

Формулы (15.11) и (15.21) были получены для случая размещения деформированных пластинок в предметном пространстве при расположении предмета в бесконечности.

Однако в некоторых случаях целесообразно рассматривать аналогичную картину в сходящемся ходе лучей, т. е. в пространстве изображений. При этом, как видно из рис. 15.5, расстояние между главным лучом и лучом наклонного пучка будет изменяться в зависимости от расположения деформированной пластинки между выходным зрачком и изображением. Расстояние между зрачком и изображением обозначим через b , а расстояние от зрачка до деформированной пластинки — через a . Тогда, согласно рис. 15.5, можно написать

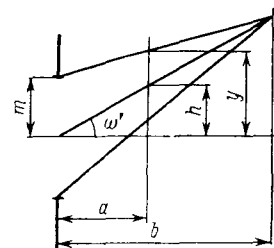


Рис. 15.5 К определению координат при сходящемся пучке лучей

$$y = h + m \frac{b-a}{b} = h + (1-k)m, \quad (15.42)$$

где величина k выражает отношение $a : b$.

Рассматривая одну деформированную пластинку, находим

$$\Delta l_1 = \frac{1+\alpha}{2} A y^6 = \frac{1+\alpha}{2} [h + (1-k)m]^6 A. \quad (15.43)$$

Разность хода Δl_0 , возникающая на главном луче, будет равна

$$\Delta l_0 = \frac{1+\alpha}{2} A h^6, \quad (15.44)$$

так как для главного луча величина m обращается в нуль.

Составляя разность величин Δl_1 и Δl_0 , находим волновую абберацию, отнесенную к главному лучу:

$$\Delta l_t = \Delta l_1 - \Delta l_0 = \frac{1+\alpha}{2} \{ [h + (1-k)m]^6 - h^6 \} A. \quad (15.45)$$

Раскрывая в этой формуле скобки и делая сокращения, находим

$$\begin{aligned} \Delta l_t = \frac{1+\alpha}{2} [6h^5(1-k)m + 15h^4(1-k)^2m^2 + \\ + 20h^3(1-k)^3m^3 + 15h^2(1-k)^4m^4 + 6h(1-k)^5m^5 + m^6] A. \end{aligned} \quad (15.46)$$

Для сагиттальной плоскости может быть получено аналогичное выражение

$$\Delta l_s = \frac{1+\alpha}{2} [3h^4(1-k)^2M^2 + 3h^2(1-k)^4M^4 + M^6] A. \quad (15.47)$$

Для деформаций четвертой степени, воздействующих на абберации третьего порядка, будем иметь:

$$\Delta l_t = \frac{1+\alpha}{2} [4h^3(1-k)m + 6h^2(1-k)^2m^2 + 4h(1-k)^3m^3 + m^4] A; \quad (15.48)$$

$$\Delta l_s = \frac{1+\alpha}{2} [2h^2(1-k)^2M^2 + M^4] A. \quad (15.49)$$

В формулы (15.46)–(15.49) входят величины h , которые зависят от коэффициента k . Действительно, согласно формуле (15.27),

$$h = -a \operatorname{tg} \omega' = -bk \operatorname{tg} \omega'. \quad (15.50)$$

Отрезок b можно представить как отношение высоты m на зрачке к тангенсу апертурного угла σ' . Тогда

$$h = -km \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \sigma'}. \quad (15.51)$$

Пользуясь формулами (15.46)–(15.51), можно поставить задачу отыскания места расположения деформированной поверхности, при котором ее воздействие на те или иные абберации будет наибольшим.

Для решения этой задачи можно взять любой из членов формул (15.46)–(15.49) и, заменив в нем выражение для высоты h , согласно формуле (15.51), продифференцировать полученное выражение и приравнять результат нулю.

Таким образом, взяв первый член в формуле (15.46), найдем

$$-\frac{1+\alpha}{2} 6m^6 \left(\frac{\operatorname{tg} \omega}{\operatorname{tg} \sigma'} \right)^5 (5k^4 - 6k^5) = 0, \quad (15.52)$$

откуда

$$k_{\max} = 5/6. \quad (15.53)$$

Это значение коэффициента k определяет положение деформированной пластинки, особенно активно действующее на дисторсию пятого порядка.

Взяв второй член формулы (15.46), получим

$$\frac{1+\alpha}{2} 15m^6 \left(\frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \sigma'} \right)^4 (4k^3 - 10k^4 + 6k^5) = 0, \quad (15.54)$$

откуда

$$k_{\max} = 2/3. \quad (15.55)$$

Это значение коэффициента k определяет положение деформированной пластинки, сильно влияющее на меридиональную кривизну четвертого порядка по полю и первого порядка по апертуре. Второй корень, когда $k = 0$, не представляет практического интереса.

Взяв третий член формулы (15.46), найдем

$$-\frac{1+\alpha}{2} 20m^6 \left(\frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \sigma'} \right)^3 (3k^2 - 12k^3 + 15k^4 - 6k^5) = 0. \quad (15.56)$$

В формуле (15.56) выражение в скобках может быть разложено на множители:

$$-20 \frac{1+\alpha}{2} m^6 \left(\frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \sigma'} \right)^3 (1 - 2k)(1 - k)^2 k^2 = 0. \quad (15.57)$$

Решение этого уравнения дает пять корней, однако лишь один из них имеет практический интерес:

$$k_{\max} = 1/2. \quad (15.58)$$

Это значение коэффициента k определяет положение деформированной пластинки, особенно сильно влияющее на меридиональную кому третьего порядка по полю и второго — по апертуре.

Четвертый член формулы (15.46) после дифференцирования дает

$$15 \frac{1+\alpha}{2} m^6 \left(\frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \sigma'} \right)^2 (1 - 3k)(1 - k)^3 k = 0, \quad (15.59)$$

что также приводит лишь к одному корню, имеющему практическое значение:

$$k_{\max} = 1/3, \quad (15.60)$$

определяющему максимальное воздействие на меридиональную сферическую абберацию третьего порядка по апертуре и второго — по полю.

Пятый член формулы (15.46) дает

$$-6 \frac{1+\alpha}{2} m^6 \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \sigma'} (1 - 6k)(1 - k)^4 = 0, \quad (15.61)$$

откуда найдем реальный корень, определяющий воздействие на кому четвертого порядка по апертуре и первого порядка — по полю:

$$k_{\max} = 1/6. \quad (15.62)$$

Для деформированных пластинок, управляющих абберациями третьего порядка, нетрудно получить аналогичные выражения.

Так, для дисторсии третьего порядка по полю

$$4 \frac{1+\alpha}{2} m^4 \left(\frac{\lg \omega'}{\lg \sigma'} \right)^3 (3k^2 - 4k^3) = 0; \quad k_{\max} = 3/4; \quad (15.63)$$

для меридиональной кривизны

$$6 \frac{1+\alpha}{2} m^4 \left(\frac{\lg \omega'}{\lg \sigma'} \right)^2 (2k - 6k^2 + 4k^3) = 0; \quad k_{\max} = 1/2; \quad (15.64)$$

для меридиональной комы

$$4 \frac{1+\alpha}{2} m^4 \frac{\lg \omega'}{\lg \sigma'} (1 - k)^2 (1 - 4k) = 0; \quad k_{\max} = 1/4. \quad (15.65)$$

В заключение необходимо отметить, что расположение деформированной пластинки имеет более глубокое значение, чем частный случай работы несферических поверхностей, так как установленные нами закономерности свойственны и расположению иных коррекционных элементов, входящих в ту или иную оптическую систему: поверхностей склеек и расклеек (тонких воздушных промежутков), а также прогибов линз.

Характерно, что при разработке оптической системы можно для исправления тех или иных аббераций первоначально использовать малые деформации сферических поверхностей, заменив их затем соответствующими коррекционными элементами.

§ 79. Общий интеграл несферической поверхности

Использование несферических поверхностей в оптических системах большей частью сводится к переходу от сферических поверхностей к поверхностям, профили которых определяются кривыми второго порядка — эллипсами, параболоми или гиперболами.

Иногда используют и другие виды профилей — по усложненным уравнениям кривых второго порядка с включением дополнительных членов высших степеней или по уравнениям параболических кривых высшего порядка.

Во всех этих случаях характер кривых, выражающих профили несферических поверхностей, будет предопределен заранее, причем предопределение характера профиля является случайным, хотя иногда и приводит к строгому устранению некоторых аббераций.

Можно наметить путь непосредственного определения профиля несферической поверхности в общем виде, когда по заданному ходу лучей после преломляющей поверхности находится ее профиль.

Решение подобной задачи возможно при помощи интегральных методов вычисления профилей несферических поверхностей.

Преломление лучей через несферическую поверхность зависит от направления нормалей к профилю поверхности в точках встречи лучей с нею.

Так как направления нормалей связаны с величинами первых производных от профиля поверхности, то кроме определения точек встречи лучей с поверхностью (совместного решения системы линейных уравнений, определяющих ход лучей, и уравнения профиля поверхности) приходится иметь дело и с уравнениями нормалей, что приводит к некоторому дифференциальному уравнению.

Переходя непосредственно к выводам, обратимся к рис. 15.6, на котором представлен профиль несферической поверхности OB , разделяющей две среды с показателями n и n' .

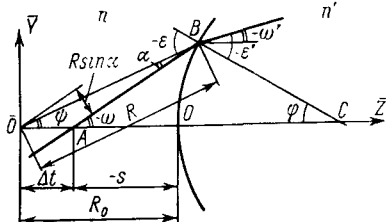


Рис. 15.6. К выводу общего интеграла несферической поверхности

Полагая ось поверхности совпадающей с осью абсцисс, зададим профиль поверхности в полярной форме уравнением

$$R = R(\psi). \quad (15.66)$$

где R — радиус-вектор, а ψ — полярный угол, составляемый радиус-вектором с осью абсцисс.

Пусть падающий луч, проходящий через точку A , образует на расстоянии s от вершины поверхности угол ω ; расстояние точки A от начала координат обозначим через Δt ; согласно рис. 15.6, это расстояние может быть выражено формулой

$$\Delta t = R_0 + s, \quad (15.67)$$

где R_0 — радиус-вектор для вершины поверхности.

Угол нормали с осью обозначим через φ . Согласно формуле (14.23), тангенс угла φ будет равен

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dz}{dy} = \frac{\cos \psi \frac{dR}{d\psi} - R \sin \psi}{\sin \psi \frac{dR}{d\psi} + R \cos \psi} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}, \quad (15.68)$$

откуда

$$\frac{dR}{d\psi} \cos \psi \cos \varphi - R \sin \psi \cos \varphi = \frac{dR}{d\psi} \sin \psi \sin \varphi + R \cos \psi \sin \varphi, \quad (15.69)$$

или

$$\frac{dR}{d\psi} \cos(\psi + \varphi) = R \sin(\psi + \varphi), \quad (15.70)$$

что дает

$$\frac{dR}{R} = \operatorname{tg}(\psi + \varphi) d\psi. \quad (15.71)$$

Интегрируя полученное дифференциальное уравнение, находим

$$\ln R = \int \operatorname{tg}(\psi + \varphi) d\psi + C, \quad (15.72)$$

откуда

$$R = e^{\int \operatorname{tg}(\psi + \varphi) d\psi + C}. \quad (15.73)$$

Полагая $\psi = 0$, определяем произвольную постоянную C :

$$R_0 = e^C, \quad (15.74)$$

и тогда формула (15.73) преобразуется:

$$R = R_0 e^{\int \operatorname{tg}(\psi + \varphi) d\psi}. \quad (15.75)$$

Полученное уравнение и является уравнением профиля несферической поверхности в самом общем виде.

Возвратимся к рис. 15.6. Обозначим угол между лучом и радиус-вектором через α и угол луча с нормалью через ε . Тогда

$$R \sin \alpha = -\Delta t \sin \omega. \quad (15.76)$$

В частном случае при $\Delta t = 0$, когда падающий луч проходит через начало координат, угол α становится равным нулю. Таким образом,

$$-\omega = \psi. \quad (15.77)$$

Это позволяет переписать формулу (15.75) в виде

$$R = R_0 \int \operatorname{tg}(\omega - \varphi) d\omega = R_0 \int \operatorname{tg} \varepsilon d\omega. \quad (15.78)$$

Тангенс угла φ выражается формулой

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{n' \sin \omega' - n \sin \omega}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \quad (15.79)$$

Формула (15.79) позволяет заменить угол φ в формуле (15.78) через углы ω и ω' . Находим

$$R = R_0 e^{-\int \frac{\frac{n' \sin \omega' - n \sin \omega}{n' \cos \omega' - n \cos \omega} - \operatorname{tg} \omega}{\frac{n' \sin \omega' - n \sin \omega}{n' \cos \omega' - n \cos \omega} \operatorname{tg} \omega - 1} d\omega}. \quad (15.80)$$

Преобразуем подынтегральную функцию $f(\omega)$:

$$f(\omega) = \frac{\frac{n' \sin \omega' - n \sin \omega}{n' \cos \omega' - n \cos \omega} - \operatorname{tg} \omega}{\frac{n' \sin \omega' - n \sin \omega}{n' \cos \omega' - n \cos \omega} \operatorname{tg} \omega - 1} = \frac{n' \left(\sin \omega' - \sin \omega \frac{\cos \omega'}{\cos \omega} \right) \cos \omega}{n' \sin \omega' \sin \omega - n + n' \cos \omega \cos \omega'}. \quad (15.81)$$

Деля числитель и знаменатель этой формулы на $n' \cos \omega \cos \omega'$, находим

$$f(\omega) = \frac{\operatorname{tg} \omega' - \operatorname{tg} \omega}{1 + \operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} \omega' - \frac{n}{n'} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega'}}, \quad (15.82)$$

и тогда формула (15.80) может быть представлена в виде

$$R = R_0 e^{-\int \frac{(\operatorname{tg} \omega' - \operatorname{tg} \omega) d\omega}{1 + \operatorname{tg} \omega \operatorname{tg} \omega' - \frac{n}{n'} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega'}}}. \quad (15.83)$$

Продemonстрируем применение полученных формул на некоторых примерах.

Пример 1. Поставим задачу нахождения профиля поверхности, осуществляющей преобразование расходящегося гомоцентрического пучка лучей в параллельный пучок.

Данный случай может быть охарактеризован равенством угла ω' в формуле (15.83) нулю. Тогда эта формула преобразуется:

$$R = R_0 e^{\int \frac{\operatorname{tg} \omega d\omega}{1 - \frac{n}{n'} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega}}}, \quad (15.84)$$

или, при умножении числителя и знаменателя подынтегральной функции на $\cos \omega$,

$$R = R_0 e^{\int \frac{\sin \omega d\omega}{\cos \omega - \frac{n}{n'}}} = R_0 e^{-\int \frac{d(\cos \omega - \frac{n}{n'})}{\cos \omega - \frac{n}{n'}}}. \quad (15.85)$$

После интегрирования это дает

$$R = R_0 e^{-\ln(\cos \omega - \frac{n}{n'}) + \ln C}, \quad (15.86)$$

откуда

$$R = \frac{R_0 C}{\cos \omega - \frac{n}{n'}}. \quad (15.87)$$

Постоянную интегрирования C определим из условия $\omega = 0$:

$$C = 1 - \frac{n}{n'}, \quad (15.88)$$

это позволяет записать формулу (15.87) в виде

$$R = R_0 \frac{1 - \frac{n}{n'}}{\cos \omega - \frac{n}{n'}}, \quad (15.89)$$

или

$$R = R_0 \frac{n' - n}{n' \cos \omega - n}. \quad (15.90)$$

Перейдем к прямоугольным координатам. Обращаясь к рис. 15.7, на котором представлено преобразование на несферической поверхности гомоцентрического пучка лучей в параллельный, видим, что прямоугольные координаты z и y некоторой точки профиля выразятся как

$$y = -R \sin \omega; \quad z = R \cos \omega. \quad (15.91)$$

Возводя z и y в квадрат и складывая, получаем

$$R^2 = z^2 + y^2, \quad (15.92)$$

что позволяет представить формулу (15.90) в виде

$$R = \sqrt{z^2 + y^2} = \frac{R_0 (n' - n)}{n' \frac{z}{\sqrt{z^2 + y^2}} - n}, \quad (15.93)$$

или

$$n'z - n \sqrt{z^2 + y^2} = (n' - n) R_0; \quad (15.94)$$

избавляясь от иррациональности, получаем

$$n^2(z^2 + y^2) = (n' - n)^2 R_0^2 - 2n'(n' - n) R_0 z + n'^2 z^2. \quad (15.95)$$

Величина R_0 в рассматриваемом случае играет роль отрезка до переднего фокуса — s_{0F} . Поэтому

$$R_0 = -s_{0F} = \frac{nr_0}{n - n'}, \quad (15.96)$$

что позволяет привести формулу (15.95) к виду

$$n^2 y^2 = (n'^2 - n^2) z^2 - 2nn' r_0 z + n'^2 r_0^2. \quad (15.97)$$

Из формулы (15.97) следует, что полученный профиль несферической поверхности будет являться кривой второго порядка.

Переносим начало координат в вершину поверхности, следовательно, полагая, что

$$z_1 = z - R_0, \text{ или } z = R_0 + z_1 = \frac{nr_0}{n - n'} + z_1, \quad (15.98)$$

находим

$$n^2 y^2 = (n'^2 - n^2) z_1^2 - 2n^2 r_0 z_1 \quad (15.99)$$

и окончательно

$$y^2 = -2r_0 z_1 + \left(\frac{n'^2}{n^2} - 1 \right) z_1^2, \quad (15.100)$$

т. е. полученное нами ранее уравнение гиперболы [формула (14.86)].

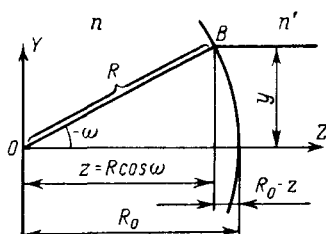


Рис. 15.7. Образование параллельного пучка лучей

Пример 2. Рассмотрим случай постоянства отношения тангенсов углов ω и ω' , т. е. постоянства реального углового увеличения W . Это условие может быть записано в виде

$$\operatorname{tg} \omega' = W \operatorname{tg} \omega, \quad (15.101)$$

и тогда формула (15.83) преобразуется:

$$R = R_0 e^{-\int \frac{(W-1) \operatorname{tg} \omega d\omega}{1 + W \operatorname{tg}^2 \omega - \frac{n}{n'} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega} \sqrt{1 + W^2 \operatorname{tg}^2 \omega}}} \quad (15.102)$$

Прибегая к подстановке

$$v = \operatorname{tg}^2 \omega, \quad (15.103)$$

интеграл в формуле (15.102) приводим к виду

$$R = R_0 e^{-\frac{W-1}{2} \int \frac{dv}{(1 + Wv - \frac{n}{n'} \sqrt{1+v} \sqrt{1+W^2v}) (1+v)}} \quad (15.104)$$

Полученный интеграл может быть проинтегрирован в элементарных функциях.

Если задать увеличение $W = -1$ и отношение показателей преломления $n : n' = -1$, то выражение (15.104) преобразуется:

$$R = R_0 e^{-\frac{1}{2} \int \frac{d(v+1)}{v+1}}. \quad (15.105)$$

Выполнив интегрирование, найдем

$$R = R_0 e^{\frac{1}{2} \ln(v+1)}, \quad (15.106)$$

или

$$R = R_0 \sqrt{1+v} = R_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega} = \frac{R_0}{\cos \omega}. \quad (15.107)$$

Очевидно, что полученное выражение есть уравнение плоскости, перпендикулярной оси, т. е. уравнение плоского зеркала, заданное в полярных координатах.

Заметим, что интегральные методы определения профиля несферической поверхности не требуют обязательного получения уравнения профиля: при численном интегрировании можно получить профиль в *табличной форме*, т. е. в виде совокупности численных координат его точек.

§ 80. Дифференциальное уравнение для астигматизма несферической поверхности

Обращаясь к меридиональному и сагиттальному инвариантам преломляющей поверхности, можно составить их отношение:

$$\frac{\frac{n' \cos^2 e'}{t'} - \frac{n \cos^2 e}{t}}{\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s}} = \frac{r_s}{r_t}. \quad (15.108)$$

Меридиональный и сагиттальный радиусы кривизны связаны соотношением (14.28), откуда

$$\frac{r_s}{r_t} = -\frac{y^3 y''}{r_s^2}. \quad (15.109)$$

Учитывая, что отношение сагиттального радиуса кривизны к ординате y , согласно формуле (14.27), равно

$$\frac{r_s}{y} = \sqrt{1 + y'^2}, \quad (15.110)$$

получаем

$$\frac{r_s}{r_t} = -\frac{y y''}{1 + y'^2}; \quad (15.111)$$

это позволяет формулу (15.108) представить в виде

$$\frac{\frac{n' \cos^2 \varepsilon'}{t'} - \frac{n \cos^2 \varepsilon}{t}}{\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s}} = -\frac{y y''}{1 + y'^2} = F(y). \quad (15.112)$$

Формула (15.112) является дифференциальным уравнением второго порядка

$$y'' + y'^2 \frac{F(y)}{y} + \frac{F(y)}{y} = 0. \quad (15.113)$$

Перейдем к рассмотрению частных случаев.

Полагая, что несферическая поверхность является в системе последней и изображение после системы должно быть расположено в бесконечности, получаем, что отрезки t' и s' вдоль главного луча, равные между собой, должны быть равны бесконечности. Тогда левая часть уравнения (15.112) может быть представлена в виде

$$\frac{\frac{n \cos^2 \varepsilon}{t}}{\frac{n}{s}} = \frac{s}{t} \cos^2 \varepsilon = k \cos^2 \varepsilon = F(y). \quad (15.114)$$

Полагая, что предмет расположен в бесконечности и астигматизм после первой поверхности уничтожен, принимаем отрезки s и t равными бесконечности, а отрезки s' и t' равными друг другу. Тогда формула (15.112) приобретает вид

$$F(y) = \cos^2 \varepsilon'. \quad (15.115)$$

Функции $F(y)$ могут быть приданы разные значения. Если принять, что

$$F(y) = \cos^2 \varepsilon' = \frac{y'^2}{1 + y'^2}, \quad (15.116)$$

то дифференциальное уравнение (15.113) будет иметь вид

$$y'' + \frac{y'^2}{y} = 0. \quad (15.117)$$

Пользуясь подстановкой

$$y' = p = \frac{dy}{dz}, \quad (15.118)$$

получим вторую производную

$$y'' = \frac{dp}{dz} = \frac{dp}{dy} \frac{dy}{dz} = p \frac{dp}{dy} \quad (15.119)$$

и перепишем уравнение (15.113) в виде

$$p \frac{dp}{dy} + \frac{p^2}{y} = 0. \quad (15.120)$$

Разделяя переменные

$$\frac{dp}{p} = -\frac{dy}{y}, \quad (15.121)$$

после интегрирования найдем

$$\ln p = -\ln y + \ln C_1, \quad (15.122)$$

или

$$p = \frac{C_1}{y} = \frac{dy}{dz}. \quad (15.123)$$

Снова разделяя переменные

$$y dy = C_1 dz, \quad (15.124)$$

после вторичного интегрирования получим

$$\frac{y^2}{2} = C_1 z + C_2. \quad (15.125)$$

Совмещая начало координат с вершиной преломляющей поверхности, обращаем в нуль постоянную C_2 , а постоянную C_1 приравниваем r_0 . Тогда формула (15.125) переходит в уравнение параболы, отнесенные к вершине:

$$y^2 = 2r_0 z. \quad (15.126)$$

Дифференцируя формулу (15.126) и пользуясь формулой (15.116), устанавливаем связь между косинусом угла ε' и y :

$$F(y) = \cos^2 \varepsilon' = \frac{1}{1 + y^2/r_0^2}. \quad (15.127)$$

Возвратимся к формуле (15.113). При подстановке $y' = p$ находим

$$p \frac{dp}{dy} + (p^2 + 1) \frac{F(y)}{y} = 0. \quad (15.128)$$

Поделив формулу (15.128) на $p + 1$ и умножив на dy , разделяем переменные:

$$\frac{p dp}{p^2 + 1} = -\frac{F(y)}{y} dy. \quad (15.129)$$

После интегрирования получаем

$$\frac{1}{2} \ln(p^2 + 1) = - \int \frac{F(y)}{y} dy, \quad (15.130)$$

или

$$p^2 + 1 = e^{-2 \int \frac{F(y)}{y} dy} = \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 + 1, \quad (15.131)$$

откуда

$$\frac{dy}{dz} = \sqrt{e^{-2 \int \frac{F(y)}{y} dy} - 1}. \quad (15.132)$$

После вторичного разделения переменных интегрирование дает

$$z = \int \frac{dy}{\sqrt{e^{-2 \int \frac{F(y)}{y} dy} - 1}}. \quad (15.133)$$

Интегральные методы определения профиля несферической поверхности позволяют решить задачу кардинального устранения той или иной аберрации; однако это не обеспечивает исправления аберраций, возникающих при другом ходе лучей через несферическую поверхность. Поэтому применение интегральных методов при расчетах оптических систем ограничено областью решения частных задач, например определения профилей конденсорных или ортоскопических линз.

Глава 16

СИММЕТРИЧНЫЕ И ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

§ 81. Дисторсия симметричных и пропорциональных систем. Роль аберрации в зрчках

Довольно большая группа оптических систем может быть построена из двух одинаковых или пропорциональных половинок, симметрично расположенных по обе стороны материальной диафрагмы.

Системы подобного рода обладают рядом положительных свойств; назовем главнейшие из них.

1. Устранение нечетных аберраций — комы, дисторсии, хроматизма увеличения: строгое — при соблюдении строгой симметрии и увеличении $V = -1$ и приближенное — при $V \neq -1$.

2. Удвоение относительного отверстия при увеличении $V = -1$ и близкое к удвоению увеличение относительного отверстия при $V \neq -1$.

3. Возможность варьирования комы за счет изменения величины коэффициента пропорциональности без существенного изменения дисторсии и астигматизма системы.

4. Возможность отказа от коррекции нечетных аберраций в половинке симметричной или пропорциональной системы.

Рассмотрим дисторсию симметричной системы сначала при увеличении, равном минус единице, затем при изменении увеличения и при переходе к положению предмета в бесконечности.

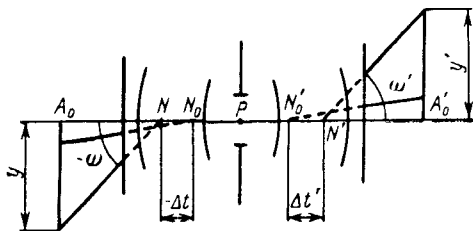


Рис. 16.1. Симметричная система

Обратимся к рис. 16.1, на котором представлена оптическая система, составленная из двух симметричных относительно плоскости диафрагмы половин, которые в общем случае не свободны от аберрации в зрачках.

При увеличении подобной системы, равном минус единице, ход апертурного луча между обеими половинками будет параллелен оси и предмет для каждой из половинок будет расположен в бесконечности; но для задней половинки ход лучей будет прямой, а для передней половинки — обратный.

Центр материальной диафрагмы P в области нулевых лучей изобразится через заднюю половинку в точке N'_0 и через переднюю половинку в обратном ходе — в точке N_0 .

Рассматривая ход главного луча, проходящего через центр P материальной диафрагмы, видим, что он в силу симметрии пересечет ось системы в точках N и N' на равных расстояниях от точек N_0 и N'_0 , образуя с осью системы равные углы $-\omega$ и $-\omega'$. Такое равенство полевых углов, очевидно, должно сохраниться и для малых полевых углов, и благодаря этому угловое увеличение в точках N_0 и N'_0 окажется равным единице.

Поскольку в силу симметрии система будет расположена в одной и той же среде, в точках N_0 и N'_0 и линейное увеличение должно стать равным единице, иными словами, эти точки должны быть главными точками симметричной системы.

Расстояние между точками N'_0 и N' назовем сферической аберрацией в выходном зрачке, а расстояние между точками N_0 и

N — сферической аберрацией во входном зрачке. Величины аберраций в зрачках обозначим через Δt и $\Delta t'$. В симметричной системе отрезки Δt и $\Delta t'$ будут равны друг другу по величине, но обратны по знаку.

Пересекая предметную плоскость, главный луч определит величину предмета y , а пересекая плоскость изображения — величину изображения y' . В силу симметрии $y' = -y$.

При малых полевых углах это равенство, очевидно, сохранится, и поэтому для нулевых лучей в точках A_0 и A'_0 линейное увеличение V будет равно минус единице. Вследствие этого рас-

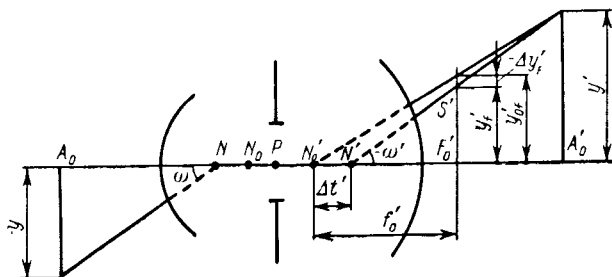


Рис. 16.2. Система из пропорциональных половинок

стояние между точками N'_0 и A'_0 должно быть равно удвоенному фокусному расстоянию f'_0 , а расстояние между точками N_0 и A_0 — тому же расстоянию с обратным знаком.

При перемещении предметной плоскости в бесконечность ее изображение переместится и перейдет в заднюю фокальную плоскость.

Величина изображения y'_F в задней фокальной плоскости для рассматриваемого главного луча может быть найдена из треугольника $N'F'_0S'$ (рис. 16.2); она будет равна

$$y'_F = -(f'_0 - \Delta t') \operatorname{tg} \omega. \quad (16.1)$$

Величина же неискаженного изображения y'_{0F} должна быть равной

$$y'_{0F} = -f'_0 \operatorname{tg} \omega, \quad (16.2)$$

и тогда дисторсия в задней фокальной плоскости в прямом ходе лучей

$$\Delta y'_F = y'_F - y'_{0F} = \Delta t' \operatorname{tg} \omega \quad (16.3)$$

независимо от фокусного расстояния симметричной системы.

В силу симметрии дисторсия в передней фокальной плоскости в обратном ходе лучей будет равна по величине и обратна по знаку дисторсии в прямом ходе.

Перейдем к рассмотрению системы, составленной из двух подобных друг другу половинок с коэффициентом пропорциональности, равным N (рис. 16.2).

Пропорциональность изменения второй половинки по отношению к первой не должна изменять углов главного луча с осью, если расстояние от диафрагмы до задней половинки тоже будет пропорциональным расстоянию от диафрагмы до передней половинки; но все линейные величины — величина изображения y' и расстояния вдоль оси (отрезки $\Delta t'$, $N'_0 A'_0$ и т. д.) — должны будут пропорционально измениться.

Угловое увеличение в точках N_0 и N'_0 сохранится равным единице; следовательно, точки N_0 и N'_0 будут главными и для пропорциональной системы; однако увеличение в точках A'_0 и A_0 уже не будет равным минус единице, а станет равным коэффициенту пропорциональности, взятому с обратным знаком:

$$V = -N. \quad (16.4)$$

Удаляя предмет в бесконечность, мы, как и раньше, переместим его изображение в заднюю фокальную плоскость, и величина этого изображения по-прежнему будет определяться формулой (16.1); сохранится и формула (16.3) для дисторсии пропорциональной системы.

Однако дисторсия в передней фокальной плоскости в обратном ходе уже не будет равной дисторсии в прямом ходе, взятой с обратным знаком, и будет равна отношению $\Delta y'_F$ к коэффициенту пропорциональности:

$$\Delta y_F = -\frac{\Delta y'_F}{N}. \quad (16.5)$$

По значениям дисторсии в фокальных плоскостях в прямом и обратном ходе, пользуясь формулой (1.52), всегда можно определить дисторсию при любом выбранном положении предмета и изображения или любом увеличении.

§ 82. Астигматизм симметричных и пропорциональных систем

Компонуя оптические системы из симметричных или пропорциональных половинок и зная астигматизм для исходной половинки при положении предмета в бесконечности, можно определить астигматизм для всей составной системы.

С этой целью обратимся к рис. 16.3, на котором представлен ход главного луча через систему, составленную из двух пропорциональных друг другу половинок, с коэффициентом пропорциональности, равным N .

Для центра диафрагмы — точки P , — при наличии аберрации в зрачках получим как для передней, так и для задней половинки ее изображения в меридиональной плоскости в точках N_t и N'_t , в сагиттальной плоскости — в точках N_s и N'_s и на оси системы — в точках N_0 и N'_0 . Во всех этих точках угловые увеличения W_t ,

W_s и W_0 будут равны единице. Поэтому точки N_t и N'_t будут являться главными точками в меридиональной плоскости, точки N_s и N'_s — главными точками в сагиттальной плоскости и точки N_0 и N'_0 — главными точками на оси системы.

Полагая, что для задней половинки предмет расположен в бесконечности, ее задний фокус в меридиональной плоскости F'_{tII} можно рассматривать как изображение переднего меридионального фокуса F_{tI} для передней половинки; при этом меридиональное линейное увеличение V_t в этих точках будет равно коэффициенту пропорциональности N , взятому с обратным знаком.

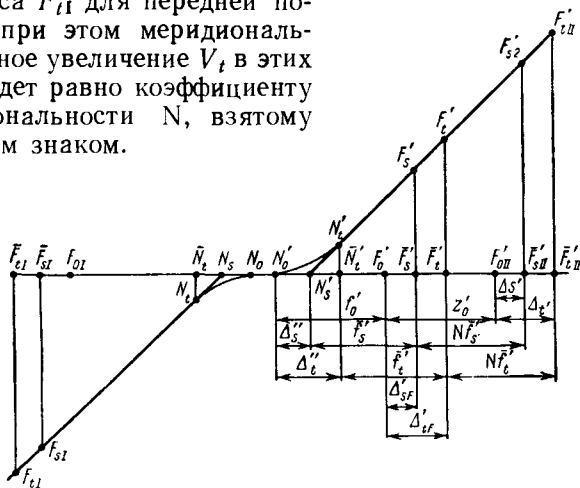


Рис. 16.3. Астигматизм системы из пропорциональных половинок

Равным образом задний сагиттальный фокус F'_{sII} второй половинки можно рассматривать как изображение переднего сагиттального фокуса F_{sI} передней половинки и задний фокус F'_{0II} второй половинки — как изображение переднего фокуса F_{0I} передней половинки для нулевых лучей. При этом линейные увеличения и для сагиттальной плоскости, и для нулевых лучей — V_s и V_0 — должны быть, как и для меридиональной плоскости, равными коэффициенту пропорциональности, взятому с обратным знаком:

$$V_t = V_s = V_0 = -N. \quad (16.6)$$

Проектируя меридиональные главные точки и точки задних фокусов F'_{tII} , F'_{sII} на ось системы, находим:

$$\left. \begin{aligned} N'_0 F'_{0II} &= f'_0 + z'_0 = f'_0 - V_0 f'_0 = (1 + N) f'_0; \\ N'_s \bar{F}'_{sII} &= (1 + N) \bar{f}'_s; \\ N'_t \bar{F}'_{tII} &= (1 + N) \bar{f}'_t, \end{aligned} \right\} \quad (16.7)$$

где величины $\tilde{f}'_s$ и $\tilde{f}'_t$ можно рассматривать как проекции меридионального и сагиттального фокусных расстояний уже всей системы вдоль главного луча на ось системы.

Далее из рис. 16.3 следует:

$$\left. \begin{aligned} \Delta''_s + \tilde{f}'_s(1+N) &= -f'_0(1+N) + \Delta'_s; \\ \Delta''_t + \tilde{f}'_t(1+N) &= f'_0(1+N) + \Delta'_t \end{aligned} \right\} \quad (16.8)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \Delta''_s + \tilde{f}'_s &= f'_0 + \Delta'_{Fs}; \\ \Delta''_t + \tilde{f}'_t &= f'_0 + \Delta'_{Ft}. \end{aligned} \right\} \quad (16.9)$$

Деля формулы (16.8) на $1+N$ и вычитая их из формул (16.9), получаем:

$$\Delta''_s - \frac{\Delta'_s}{1+N} = \Delta'_{Fs} - \frac{\Delta'_s}{1+N}; \quad \Delta''_t - \frac{\Delta'_t}{1+N} = \Delta'_{Ft} - \frac{\Delta'_t}{1+N}, \quad (16.10)$$

откуда

$$\Delta'_{Fs} = \frac{\Delta'_s + N\Delta''_s}{1+N}; \quad \Delta'_{Ft} = \frac{\Delta'_t + N\Delta''_t}{1+N}. \quad (16.11)$$

Из формул (16.11) следует, что и меридиональная и сагиттальная кривизна пропорциональной системы в задней фокальной плоскости получается равной сумме соответствующей кривизны половинки системы для предмета, расположенного в бесконечности, и произведения коэффициента пропорциональности и аберрации точки изображения центра диафрагмы в меридиональной или сагиттальной плоскости, деленной на $1+N$. В частном случае симметричной системы коэффициент пропорциональности становится равным единице.

Заметим, что устранение аберрации в зрачках симметричной или пропорциональной системы при одновременном устранении астигматизма и кривизны поля для половинки объектива обеспечивает устранение астигматизма, кривизны поля и дисторсии для произвольного положения предмета независимо от того, какими другими аберрациями обладала исходная половинка системы.

§ 83. Исправление комы в симметричных и пропорциональных системах

Рассмотрим симметричную систему, составленную из двух половинок, каждая из которых не была исправлена на кому (рис. 16.4).

Пропуская через вторую половинку три параллельных друг другу луча, получим после этой половинки картину, когда главный луч пройдет вне точки пересечения обоих крайних лучей наклонного пучка, образуя некоторую меридиональную кому $\delta g'_k$.

Обращаясь к передней половинке и строя через нее ход тех же трех лучей в обратном направлении, также обнаружим, что и в предметном пространстве главный луч пройдет вне точки пересечения наклонных лучей, образуя предметную кому δg_k , которая в силу симметрии будет равна по величине и противоположна по знаку коме на изображении $\delta g'_k$.

Изменяя угол главного луча с осью системы в пространстве у материальной диафрагмы, будем изменять как величину комы на изображении, так и величину комы на предмете; в силу симметрии эти изменения должны быть равными друг другу, и поэтому

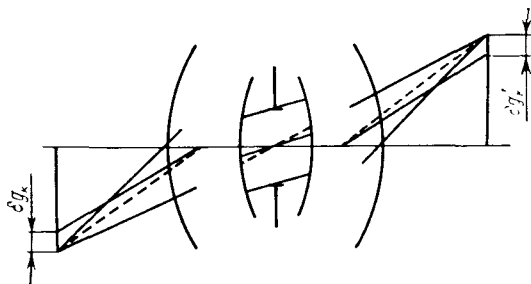


Рис. 16.4. Кома симметричной системы

всегда можно подобрать такую величину угла главного луча у материальной диафрагмы, когда и предметная кома и кома на изображении будут одновременно устранены и главный луч будет проходить через точки пересечения обоих наклонных лучей как в предметной плоскости, так и в плоскости изображения.

Эти выводы сделаны без каких-либо ограничений для величины полевых или апертурных углов и поэтому определяют строгое отсутствие комы у симметричной системы в случае, когда сохраняется симметрия хода лучей в пространстве предметов и в пространстве изображений, т. е. тогда, когда симметричная система работает при увеличении минус единица.

Вместе с тем можно ожидать, что при отходе от увеличения минус единица симметричная система уже не будет строго свободной от комы, что и наблюдается на практике. Учитывая это обстоятельство, попытаемся установить характер и величину меридиональной комы, возникающей при изменении увеличения.

Не ограничивая величины полевых углов, будем полагать, что апертурные углы, составляемые лучами наклонного пучка с главным лучом, будут все же не очень велики.

На любом луче из пучка наклонных лучей мы всегда сможем отыскать фокальные и узловые точки. Учитывая, что передние и задние узловые фокусные расстояния у систем, расположенных в одной и той же среде, должны быть равны друг другу по величине и отличаться только знаком, придем к заключению, что

узловые фокусные расстояния для верхнего и нижнего лучей наклонного пучка в силу симметрии должны быть строго равными друг другу.

Далее можно сделать вывод, что фокусные расстояния на наклонных лучах могут отличаться от фокусных расстояний на главном луче лишь на величины высшего порядка малости относительно величин апертурных углов.

Следовательно, и фокальные и узловые точки на лучах одного и того же наклонного пучка должны, в первом приближении,

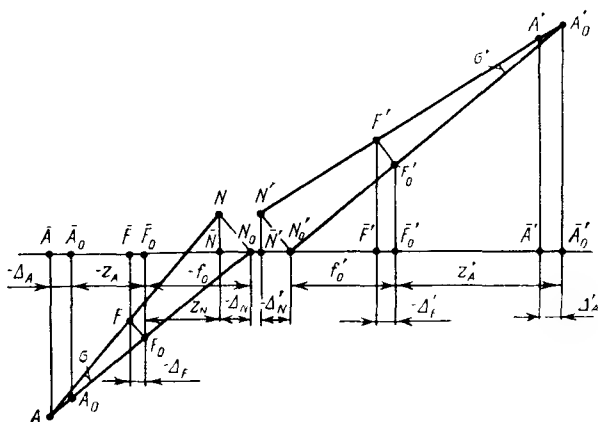


Рис. 16.5. Кома системы из пропорциональных половинок

лежать на прямых, перпендикулярных главному лучу, т. е. на равных расстояниях от предметной точки и точки изображения при увеличении минус единица.

При проектировании и фокальных и узловых точек на ось системы для разных лучей наклонного пучка должны получаться и различные положения этих проекций. Их несовпадение не есть исключительное свойство симметричных систем, а наоборот, является свойством, присущим большинству обычных оптических систем (исключая системы с телецентрическим ходом лучей)..

Исходя из изложенного перейдем к непосредственному выводу формул.

Обратимся к рис. 16.5, на котором представлены ход главного луча $A_0N_0N'_0A'_0$, проходящего через центры зрачков N_0 и N'_0 , и ход луча наклонного пучка $ANN'A'$, составляющего с главным лучом не очень большие углы σ и σ' .

Предположим, что на этих двух лучах будут находиться предметные точки A и A_0 , близко расположенные друг от друга. В пространстве изображений эти точки изобразятся также близко расположенными точками A'_0 и A' .

Условимся, что система свободна от меридиональной кривизны; поэтому можно принять, что фокальные точки F_0 , F'_0 и точки пред-

мета и изображения A_0, A'_0 на главном луче спроецируются на ось в соответственных точках для нулевого луча — точках $\bar{F}_0, \bar{F}'_0, \bar{A}_0$ и $\bar{A}'_0$.

Проекции же точек наклонного луча, обозначенные с чертой сверху, согласно ранее сказанному, не должны совпадать с аналогичными точками на оси для нулевого луча.

Используя формулу (1.73), можно связать расстояния между точками $\bar{A}$ и $\bar{A}_0, \bar{A}'$ и $\bar{A}'_0, \bar{N}$ и N_0 и $\bar{N}'$ и N'_0 :

$$\left. \begin{aligned} (z_A + \Delta_A - \Delta_F)(z'_A + \Delta'_A - \Delta'_F) &= \bar{f}\bar{f}' = \text{const}; \\ (z_N + \Delta_N - \Delta_F)(z'_N + \Delta'_N - \Delta'_F) &= \bar{f}\bar{f}'. \end{aligned} \right\} \quad (16.12)$$

Раскрывая скобки, получаем

$$\begin{aligned} z_A z'_A + (\Delta_A - \Delta_F) z'_A + (\Delta'_A - \Delta'_F) z_A + (\Delta_A - \Delta_F)(\Delta'_A - \Delta'_F) = \\ = z_N z'_N + (\Delta_N - \Delta_F) z'_N + (\Delta'_N - \Delta'_F) z_N + (\Delta_N - \Delta_F)(\Delta'_N - \Delta'_F). \end{aligned} \quad (16.13)$$

Произведения $z_A z'_A$ и $z_N z'_N$ должны быть равными друг другу; кроме того, отбрасывая величины высшего порядка малости, получаем

$$(\Delta_A - \Delta_F) z'_A + (\Delta'_A - \Delta'_F) z_A = (\Delta_N - \Delta_F) z'_N + (\Delta'_N - \Delta'_F) z_N. \quad (16.14)$$

Разделив все члены формулы (16.14) на фокусное расстояние системы, нетрудно перейти к увеличениям V_A и V_N . Находим

$$-(\Delta_A - \Delta_F) V_A + \frac{\Delta'_A - \Delta'_F}{V_A} = -(\Delta_N - \Delta_F) V_N + \frac{\Delta'_N - \Delta'_F}{V_N}. \quad (16.15)$$

Если точки N и N' узловые, то для них угловое увеличение W_N должно быть равным единице; одновременно, учитывая равенство показателей преломления первой и последней сред, приходим к выводу о равенстве единице и линейного увеличения V_N . Это позволяет написать

$$-(\Delta_A - \Delta_F) V_A + \frac{\Delta'_A - \Delta'_F}{V_A} = -\Delta_N + \Delta_F + \Delta'_N - \Delta'_F. \quad (16.16)$$

При равных углах ω и ω' , что и имеет место для симметричных систем, должно наблюдаться равенство

$$\Delta_N = \Delta'_N. \quad (16.17)$$

Учитывая равенство (16.17) и умножая формулу (16.16) на увеличение V_A , находим

$$\Delta'_A - \Delta'_F = (\Delta_F - \Delta'_F) V_A + (\Delta_A - \Delta_F) V_A^2, \quad (16.18)$$

или

$$\Delta'_A - V_A^2 \Delta_A = (1 - V_A)(\Delta'_F + V_A \Delta_F). \quad (16.19)$$

Из формулы (16.19) следует, что при изменении положения предмета происходит изменение величины отрезка Δ'_A , которое можно рассматривать как изменение длины элемента дуги каустики изображения по функции второй степени относительно увеличения V_A .

В частном случае симметричной системы при увеличении $V_A = -1$ правая часть формулы (16.19) обращается в нуль (так как $\Delta_F = \Delta'_F$), и тогда длина элемента дуги каустики на изображении становится равной длине элемента дуги каустики на предмете.

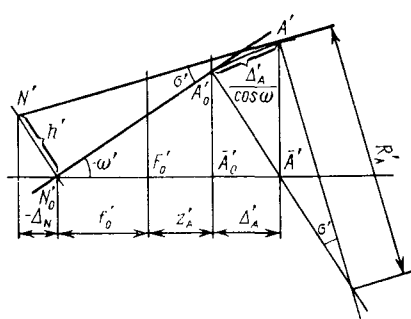


Рис. 16.6. К определению радиуса каустики

Обратимся к рис. 16.6, на котором представлен ход двух лучей в пространстве изображений.

Зная величины апертурного угла σ' , полевого угла ω' и величину Δ'_A , нетрудно определить и радиус каустики R'_A .

Согласно рис. 16.6, находим

$$R'_A = \frac{\Delta'_A}{\sigma' \cos \omega'} = \frac{\Delta'_A (f'_0 + z'_A)}{h' \cos^2 \omega'}. \quad (16.20)$$

Равным образом может быть получено выражение и для радиуса предметной каустики:

$$R_A = \frac{\Delta_A}{\sigma \cos \omega} = \frac{\Delta_A (f_0 + z_A)}{h \cos^2 \omega}. \quad (16.21)$$

При переходе к радиусам каустик в фокальных плоскостях величины z'_A и z_A обращаются в нуль, а величины Δ'_A и Δ_A — в Δ'_F и Δ_F . Тогда

$$R'_F = \frac{\Delta'_F}{h' \cos^2 \omega'} f'_0; \quad R_F = \frac{\Delta_F}{h \cos^2 \omega} f_0. \quad (16.22)$$

Возвратимся к формуле (16.19). Заменяя в этой формуле величины Δ'_A и Δ_A через R'_A и R_A и учитывая, что для симметричной системы углы ω' и ω будут равны, так же как и величины h и h' , находим

$$\frac{\Delta'_A f'_0}{h \cos^2 \omega} - \frac{\Delta_A V_A^2 f'_0}{h \cos^2 \omega} = (1 - V_A) \left(\frac{\Delta'_F f'_0}{h \cos^2 \omega} + \frac{\Delta_F V_A f'_0}{h \cos^2 \omega} \right), \quad (16.23)$$

или, пользуясь формулами (16.20) — (16.22),

$$\frac{R'_A}{\frac{z'_A}{f'_0} + 1} - \frac{R_A V_A^2}{1 + \frac{z_A}{f_0}} = (1 - V_A) (R'_F - V_A R_F); \quad (16.24)$$

окончательно

$$R'_A - R_A V_A^3 = (1 - V_A)^2 (R'_F - V_A R_F). \quad (16.25)$$

Для симметричных систем должно соблюдаться равенство

$$R'_F = -R_F, \quad (16.26)$$

и тогда формула (16.25) преобразуется:

$$R'_A - R_A V_A^3 = (1 - V_A)^2 (1 + V_A) R'_F. \quad (16.27)$$

В частном случае, если предмет свободен от комы ($R_A = 0$), будут иметь место равенства:

$$V_A = 0; R'_A = R'_F;$$

$$V_A = -1; R'_A = 0;$$

$$V_A = +1; R'_A = 0.$$

Предположим теперь, что мы имеем дело с системой с симметричным ходом главного луча, когда углы ω и ω' будут равны друг другу, но кома в задней фокальной плоскости будет устранена.

Тогда в формуле (16.25) следует положить $R'_F = 0$; если и предмет будет свободен от комы, то эта формула примет вид

$$R'_A = -(1 - V_A)^2 V_A R_F. \quad (16.28)$$

Значение радиуса комы R_F может быть определено исходя из условия Игнатовского (см. § 19) по приближенной формуле, которую приводим без вывода:

$$R_F = \frac{3f_0 \sin \omega}{\cos^2 \omega}, \quad (16.29)$$

или

$$R_F = -\frac{3f'_0 \operatorname{tg} \omega}{\cos \omega} = \frac{3y'_F}{\cos \omega}, \quad (16.30)$$

и тогда формула (16.28) принимает вид

$$R'_A = -(1 - V_A)^2 V_A \frac{3y'_F}{\cos \omega}. \quad (16.31)$$

В частности, полагая увеличение $V_A = -1$, находим

$$R'_{V=-1} = 12y'_F / \cos \omega. \quad (16.32)$$

Перейдем к рассмотрению системы, построенной из подобных половинок с коэффициентом подобия, равным N . Тогда должно иметь место

$$R_N = -R'_0; R'_N = NR'_0, \quad (16.33)$$

где R'_0 — радиус каустики второй половинки.

Так как в этом случае увеличение V_A должно быть равным $-N$, то можно, задаваясь устранением комы в фокальной плоскости всей системы, написать, согласно (16.25),

$$NR'_0 - N^3 R'_0 = (1 + N)^2 N \frac{3y_F''}{\cos \omega}, \quad (16.34)$$

откуда

$$R'_0 = \frac{1 + N}{1 - N} \frac{3y_F'}{\cos \omega}. \quad (16.35)$$

Формула (16.35) есть условие, при соблюдении которого пропорциональная система становится свободной от комы.

Для практических целей большое отличие коэффициента N от единицы нежелательно; поэтому, полагая, что $N = 1 + \alpha$, находим

$$R'_0 = \frac{1 + \alpha}{\alpha} \frac{3y_F'}{\cos \omega} = \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \frac{3y_F'}{\cos \omega}. \quad (16.36)$$

Отсюда вытекает, что при малых α величина R'_0 должна быть велика, т. е. кома половинки, из которой составлена пропорциональная система, должна быть значительной.

Решая формулу (16.35) относительно N , находим

$$N = \frac{1 - \frac{3y_F''}{R'_0 \cos \omega}}{1 + \frac{3y_F'}{R'_0 \cos \omega}} \approx 1 - \frac{6y_F'}{R'_0 \cos \omega}. \quad (16.37)$$

Создание пропорциональных систем позволяет, наряду с исправлением астигматизма и дисторсии, устранять кому, которая возникает в симметричных системах при переходе от увеличения минус единица к расположению предмета в бесконечности.

Кроме изменения комы при таком переходе происходит и изменение сферической аберрации; однако, учитывая возможность изменения сферической аберрации в исходной половинке системы, можно подобрать такое значение исходной сферической аберрации, при котором переход к положению предмета в бесконечности приведет к ее устранению во всей системе.

§ 84. Метод сохранения углов излома апертурного луча при изменении положения предмета

Введение коэффициента пропорциональности между половинками системы, хорошо зарекомендовавшее себя при разработке объективов с большими полями зрения и средними относительными

отверстиями, не всегда может быть использовано при переходе к светосильным системам.

Причиной тому является необходимость наличия большой комы в исходной половинке системы, неблагоприятно влияющей на развитие ее относительного отверстия; уменьшение же начальной комы приводит к росту коэффициента пропорциональности, становящегося неприемлемым и по габаритным показателям, и из-за неравномерной нагрузки на обе половинки как в образовании оптической силы всей системы, так и в исправлении аберраций. Таким образом, переход к созданию пропорциональных систем не смог оправдать себя при разработке светосильных систем.

Однако, несмотря на это, на практике встречается значительное количество оптических систем с более или менее симметричным расположением элементов, но с нарушением строгой пропорциональности.

Следовательно, переход от исходной симметричной системы, работающей при увеличении минус единица, к системе, работающей при положении предмета в бесконечности, обычно требует значительной перестройки симметричной исходной системы.

Поскольку подобные перестройки симметричных конструкций приходится производить довольно часто, представилось целесообразным, используя практический опыт, создать эмпирический прием перехода от симметричных систем, работающих при увеличении минус единица, к системам с расположением предмета в бесконечности.

Сущность этого приема заключается в том, что в перестраиваемой оптической системе ее радиусы изменяются таким образом, что углы излома апертурных лучей на всех поверхностях системы сохраняются такими же, какими они были в исходной симметричной системе. Кратко этот прием может быть назван методом сохранения углов излома апертурных лучей.

Теоретическое обоснование этого метода до сих пор еще не удалось сделать, поэтому придется ограничиться рассмотрением его использования на нескольких практических примерах.

Сохранение углов излома лучей характерно для концентрической системы.

Известно, что концентрические системы при изменении положения предмета всегда остаются свободными от астигматизма, дисторсии и комы, если их зрачок совпадает с общим центром их поверхностей.

Изменение сферической аберрации у таких систем незначительно, что подтверждается формулой (12.44). Вместе с тем ход апертурного луча при изменении положения предмета для такой системы может быть получен путем поворота его вокруг общего центра системы; при этом на всех поверхностях системы углы излома луча останутся неизменными. Картина такого поворота представлена на рис. 16.7.

Сам процесс изменения радиусов нетрудно осуществить при помощи формул, связывающих радиусы с углами нулевого апертурного луча:

$$r_k = h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1}\alpha_{k+1} - n_k\alpha_k}; \quad (16.38)$$

$$h_{k+1} = h_k - \alpha_{k+1}d_k. \quad (16.39)$$

Если рассматриваемая исходная симметричная система состоит из $2m$ преломляющих поверхностей, то при увеличении

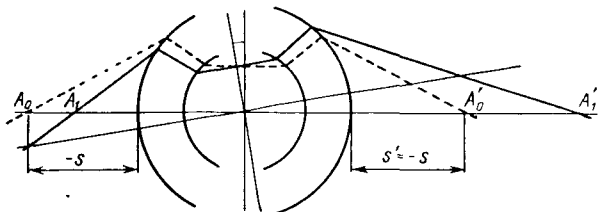


Рис. 16.7. Поворот хода луча в концентрической системе

$V = -1$ должны соблюдаться следующие соотношения между углами α и толщинами d :

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = -\alpha_{2m+1} \\ d_1 = d_{2m-1} \\ \alpha_2 = -\alpha_{2m} \\ d_2 = d_{2m-2} \\ \alpha_3 = -\alpha_{2m-1} \\ \dots \dots \dots \alpha_m = -\alpha_{m+2} \\ d_{m-1} = d_{m+1} \\ \alpha_{m+1} = 0 \end{array} \right\} \quad (16.40)$$

При соблюдении этих соотношений должны быть равными и разности между соседними углами α для симметрично расположенных поверхностей:

$$\alpha_{k+1} - \alpha_k = -\alpha_{2m-k+1} + \alpha_{2m-k+2}. \quad (16.41)$$

Переход к какому-либо увеличению V должен привести к новому отношению между новыми углами α_1^* и α_{2m+1}^* .

Отношение этих углов должно быть равно новому увеличению:

$$\alpha_1^*/\alpha_{2m+1}^* = V. \quad (16.42)$$

Можно поставить условие, чтобы разность углов α_{2m+1}^* и α_1^* была сохранена равной исходной разности $\alpha_{2m+1} - \alpha_1$:

$$\alpha_{2m+1}^* - \alpha_1^* = \alpha_{2m+1} - \alpha_1 = 2\alpha_{2m+1}. \quad (16.43)$$

Пользуясь формулами (16.42) и (16.43), нетрудно определить величины углов α_1^* и α_{2m+1}^* :

$$\alpha_1^* = \frac{2V}{1+V} \alpha_{2m+1}; \quad \alpha_{2m+1}^* = \frac{2\alpha_{2m+1}}{1+V}. \quad (16.44)$$

Значения всех остальных углов α^* можно получить, суммируя исходные значения углов α для симметричной системы с углом

$$\Delta\alpha^* = \alpha_1^* - \alpha_1 = \frac{3V+1}{V+1} \alpha_{2m+1}. \quad (16.45)$$

Таким образом,

$$\alpha_k^* = \alpha_k + \Delta\alpha^* = \alpha_k + \frac{3V+1}{V+1} \alpha_{2m+1}. \quad (16.46)$$

В частном случае, когда $\alpha_{2m+1} = 1$ и производится переход к положению предмета в бесконечности, величина $\Delta\alpha_\infty^*$ становится равной $-\alpha_1$:

$$\Delta\alpha_\infty^* = -\alpha_1 = \alpha_{2m+1} = 1. \quad (16.47)$$

При такого рода перестройке оптической системы удобно сохранить высоту h_0 апертурного луча в плоскости материальной диафрагмы неизменной. Поэтому, получив новые значения углов α^* , переходим к определению высот h^* , пользуясь формулами:

$$h_{m+1}^* = h_0 - \alpha_{m+1} \frac{d_m}{2}; \quad h_m^* = h_0 + \alpha_{m+1} \frac{d_m}{2} \quad (16.48)$$

и затем общими формулами (16.39).

Перейдем к практическим примерам, одновременно обращая внимание и на изменение аберраций.

Рассмотрим в качестве первого примера перестройку симметричного объектива типа триплет со следующими исходными данными:

	$\alpha_1 = -0,5$	
$r_1 = 27,3719$		$h_1 = 54,76$
	$d_1 = 7,7 \quad n_2 = 1,6126 \quad \alpha_2 = 0,45$	
$r_2 = -96,8968$		$h_2 = 51,30$
	$d_2 = 6,0 \quad n_3 = 1 \quad \alpha_3 = 1,05$	
$r_3 = -27,7501$		$h_3 = 45,00$
	$d_3 = 4,0 \quad n_4 = 1,6475 \quad \alpha_4 = 0,00$	$h_0 = 45,00$
$r_4 = 27,7501$		$h_4 = 45,00$
	$d_4 = 6,0 \quad n_5 = 1 \quad \alpha_5 = -1,05$	
$r_5 = 96,8968$		$h_5 = 51,30$
	$d_5 = 7,7 \quad n_6 = 1,6126 \quad \alpha_6 = -0,45$	
$r_6 = -27,3719$		$h_6 = 54,76$
	$\alpha_7 = 0,5$	
	$f' = 63,2474; \quad s'_F = 46,2812.$	

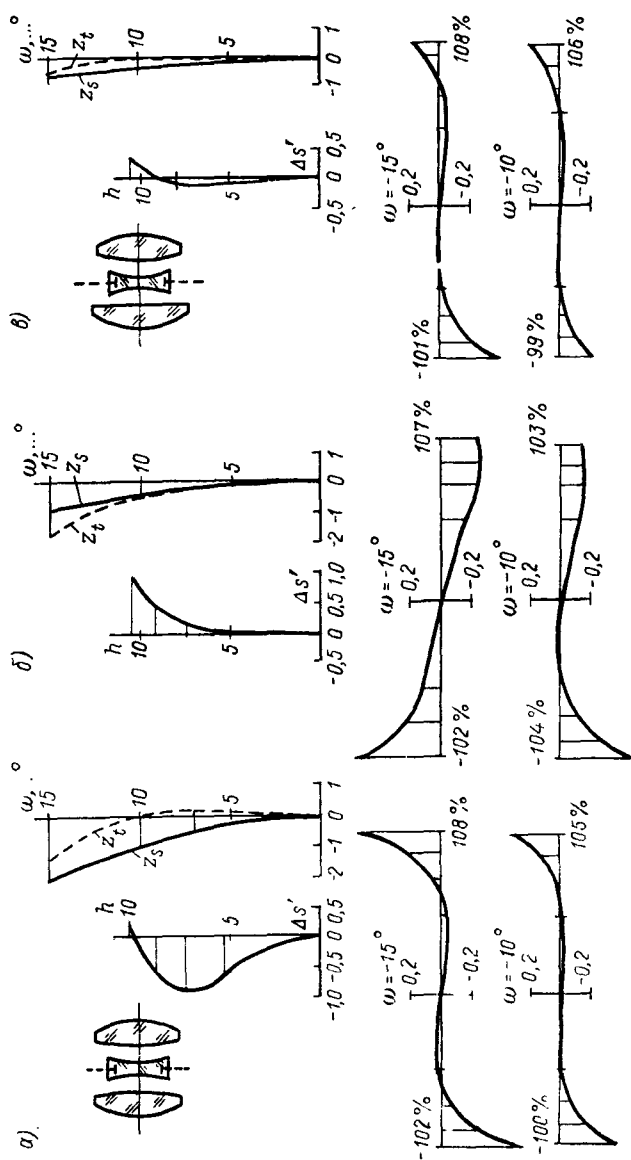


Рис. 16.8. Исходный симметричный триплет и его аберрации при $V = -1$ (а), $V = 0$ (б) и перестроенный триплет при $V = 0$ (в)

Для перехода к предмету, расположенному в бесконечности ($V = 0$), берем $\Delta\alpha_{\infty}^* = -\alpha_1 = 0,5$. Приведем значения α^* , по которым найдены радиусы r^* перестроенного объектива:

$$\alpha_1^* = \alpha_1 + \Delta\alpha_{\infty}^* = -0,5 + 0,5 = 0,00$$

$$h_1^* = 63,25 \quad r_1^* = 25,2911$$

$$\alpha_2^* = \alpha_2 + \Delta\alpha_{\infty}^* = 0,45 + 0,5 = 0,95$$

$$h_2^* = 55,93 \quad r_2^* = -1900,60$$

$$\alpha_3^* = \alpha_3 + \Delta\alpha_{\infty}^* = 1,05 + 0,5 = 1,55$$

$$h_3^* = 46,63 \quad r_3^* = -41,5758$$

$$\alpha_4^* = \alpha_4 + \Delta\alpha_{\infty}^* = 0,00 + 0,5 = 0,5$$

$$h_0 = 45,63$$

$$h_1^* = 44,63 \quad r_4^* = 21,0368$$

$$\alpha_5^* = \alpha_5 + \Delta\alpha_{\infty}^* = -1,05 + 0,5 = -0,55$$

$$h_5^* = 47,93 \quad r_5^* = 46,5619$$

$$\alpha_6^* = \alpha_6 + \Delta\alpha_{\infty}^* = -0,45 + 0,5 = 0,05$$

$$h_6^* = 47,55 \quad r_6^* = -31,6820$$

$$\alpha_7^* = \alpha_7 + \Delta\alpha_{\infty}^* = 0,5 + 0,5 = 1,0$$

$$f' = 63,2473; \quad s'_F = 47,5473.$$

Толщины линз и воздушные промежутки, а также показатели преломления остаются неизменными.

На рис. 16.8 показаны схемы и графики аберраций этого объектива.

В качестве второго примера приведем перестройку объектива типа плазмат.

r	d	n	α	α^*	h^*	r^*
36,66			-0,5	0,000		
177,685	12,44	1,6126	0,973	1,473	137,86	35,55
27,735	3,44	1,5480	0,987	1,487	119,98	105,47
46,49	3,63	1	-0,618	-0,118	114,86	26,01
78,765	4,70	1,6126	0,523	1,023	115,29	39,95
-78,765	8,83	1	0,000	0,5	110,48	58,87
-46,49	4,70	1,6126	-0,523	-0,023	106,07	-120,98
-27,735	3,63	1	0,618	1,118	106,18	-56,31
-177,685	3,44	1,5480	-0,987	-0,487	102,12	-29,90
-36,66	12,14	1,6126	-0,973	-0,473	103,79	-754,75
			0,5	1,0	109,53	-38,07
$f' = 137,859 \quad s'_F = 109,773; \quad f'^* = 137,860 \quad s'^*_F = 109,535$						

Схемы и графики аберраций объектива типа плазмат представлены на рис. 16.9.

Приведем в качестве третьего примера аналогичную перестройку объектива типа планар.

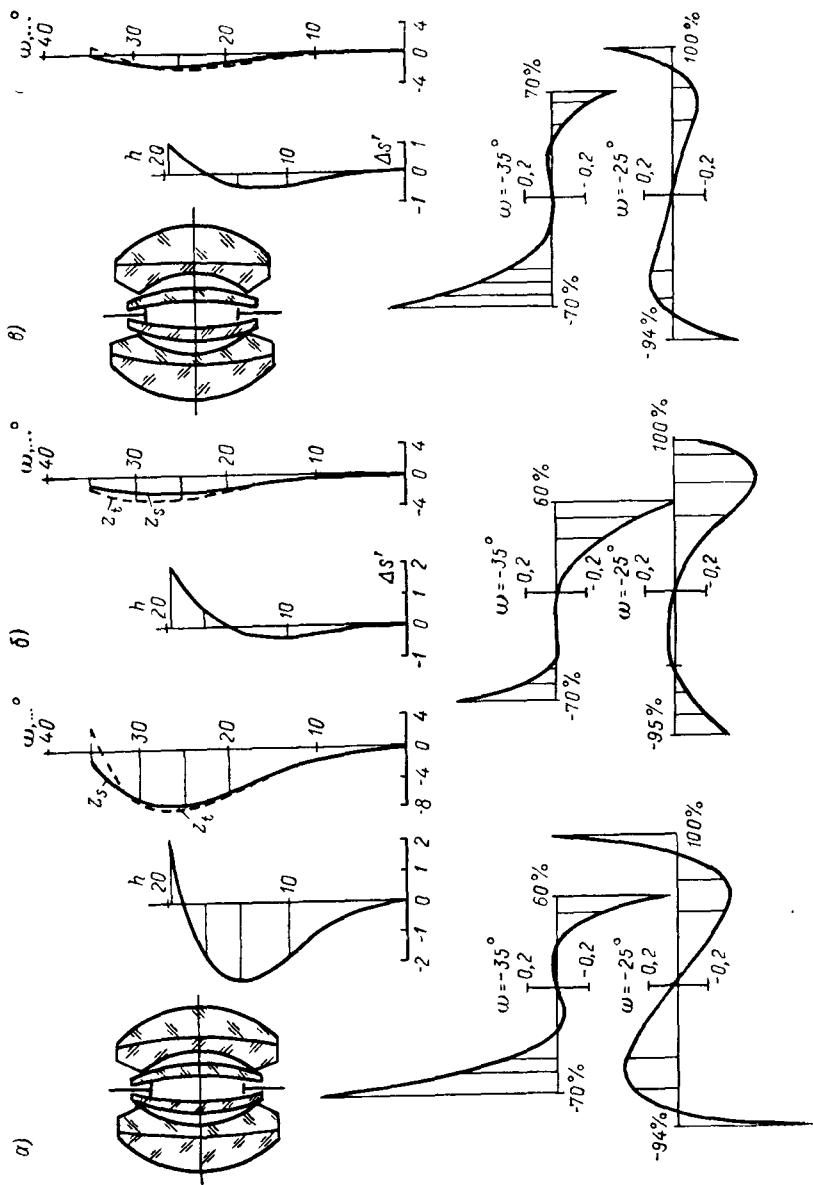


Рис. 16.9. Исходный симметричный плазмат и его aberrации при $V = -1$ (а), $V = 0$ (б) и перестроенный плазмат при $V = 0$ (в)

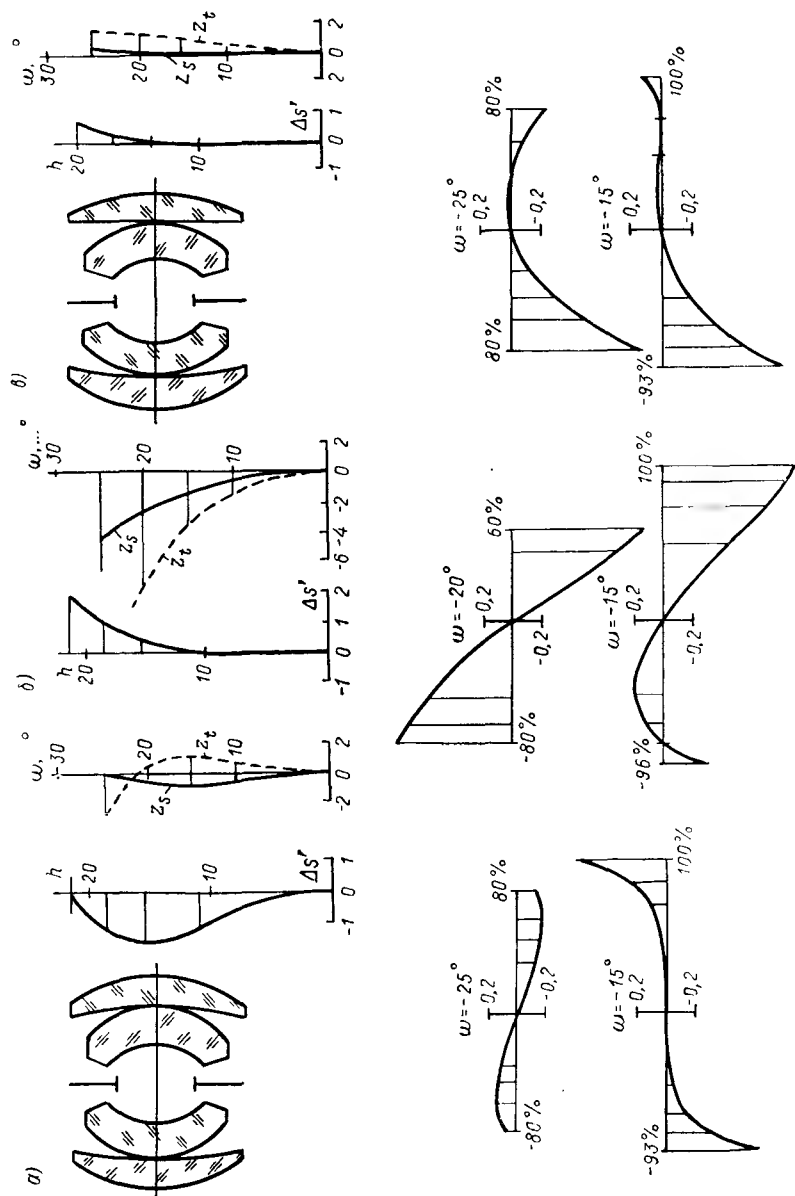


Рис. 16.10. Исходный симметричный планар и его абберации при $V = -1$ (а), $V = 0$ (б) и перестроенный планар при $V = 0$ (в)

r	d	n	α	α^*	h^*	r^*
49,89			-0,5	0,000	100,70	46,65
199,99	9,90	1,6126	0,32	0,82	92,58	103,25
31,48	0,32	1	0,273	0,773	92,34	30,48
22,39	11,52	1,6126	1,13	1,63	73,56	21,17
-22,39	28,0	1	0,000	0,5	59,56	-24,07
-31,48	11,52	1,6126	-1,13	0,63	66,82	-32,93
-199,99	0,32	1	-0,273	0,227	66,74	646,24
-49,89	9,90	1,6126	-0,32	0,18	64,96	-56,07
			0,5	1,0		
$f' = 107,147; s'_F = 58,389; f'^* = 100,700 \quad s'^*_F = 64,960$						

Схемы и графики aberrаций объектива типа планар представлены на рис. 16.10.

Глава 17

ЛИНЗА В ВОЗДУХЕ

§ 85. Влияние формы линзы на сферическую aberrацию

В § 20 было получено выражение для сферической aberrации сферической преломляющей поверхности при расположении предмета в бесконечности. Было показано, что при положительной силе поверхности ее сферическая aberrация всегда получается отрицательной.

Переход к рассмотрению сферической aberrации линзы в воздухе требует определения сферической aberrации для двух расположенных друг за другом преломляющих поверхностей и в общем случае приводит к чрезвычайно громоздким выражениям, практическое использование которых едва ли возможно.

Тем не менее можно получить достаточно ясное представление о сферической aberrации линзы в воздухе, если иметь точные формулы для нескольких частных случаев. Кроме того, всегда можно прибегнуть к определению сферической aberrации посредством расчета хода апертурных лучей при заданных реальных высотах этих лучей.

Выбор частных случаев для рассмотрения сферической aberrации линзы в воздухе удобно сделать таким образом, когда одна из сферических поверхностей, ограничивающих линзу, не будет вносить сферической aberrации.

Исходя из этих соображений, можно наметить следующие случаи.

1. Случай плоско-выпуклой линзы, обращенной плоской поверхностью к бесконечно удаленному предмету.

Совершенно очевидно, что тогда первая плоская поверхность не сможет внести сферической aberrации и таковая целиком определится сферической aberrацией одной сферической поверхности, что уже и было рассмотрено в § 20.

2. Можно представить себе случай, когда после первой сферической поверхности будет расположена апланатическая поверхность, не вносящая своей сферической aberrации, но преобразующая сферическую aberrацию после первой поверхности.

3. В качестве третьего случая можно рассмотреть вторую поверхность, концентричную к изображению точки после первой поверхности; в этом случае вторая поверхность тоже не сможет внести своей сферической aberrации.

4. В качестве этого случая можно принять расположение вершины второй поверхности произвольного радиуса, например плоскости, в точке изображения после первой поверхности.

Особенностью этого случая будет являться большая толщина линзы. Однако, используя имеющееся в нашем распоряжении выражение для сферической aberrации плоской преломляющей поверхности, от этого случая можно перейти к случаю плоско-выпуклой линзы произвольной толщины.

Обращаясь к первому случаю, несколько преобразуем выражение (4.9), полученное в § 20, имея в виду, что последней средой будет воздух с показателем преломления единица,

$$\Delta s' = \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{h^2}{r^2}} + \sqrt{\frac{1}{n^2} - \frac{h^2}{r^2}}}{1 + \frac{1}{n}} - 1 \right) \frac{nr}{1 - n} \quad (17.1)$$

или, переходя к фокусному расстоянию f'_0 ,

$$\Delta s' = \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{h^2}{r^2}} + \sqrt{\frac{1}{n^2} - \frac{h^2}{r^2}}}{1 + \frac{1}{n}} - 1 \right) n f'_0. \quad (17.2)$$

Переходя к второму случаю, обратимся к рис. 17.1, на котором изображена линза, вторая поверхность которой будет апланатической по отношению к изображению точки после первой поверхности.

Расстояния s_2 и s'_2 апланатических точек от вершины апланатической поверхности, согласно формуле (2.37), будут связаны зависимостью

$$s'_2 = ns_2 = n(s'_1 - d) = n(s'_{01} + \Delta s'_1 - d) = (n + 1)r_2. \quad (17.3)$$

Отрезок $s'_{01} - d$ можно рассматривать как отрезок s_{02} для нулевого луча перед второй поверхностью.

Тогда, пользуясь инвариантом Аббе, согласно которому

$$\frac{1}{s'_{02}} = \frac{n}{s_{02}} + \frac{1-n}{r_2}, \quad (17.4)$$

определяем

$$s'_{02} = \frac{1}{\frac{n}{s_{02}} + \frac{1-n}{r_2}} = \frac{r_2 s_{02}}{nr_2 + (1-n)s_{02}}, \quad (17.5)$$

что позволяет составить выражение для сферической aberrации рассматриваемой линзы

$$\Delta s' = s'_2 - s'_{02} = \left[n + 1 - \frac{s_{02}}{nr_2 + (1-n)s_{02}} \right] r_2. \quad (17.6)$$

или, приводя выражение в скобках к общему знаменателю,

$$\Delta s' = \frac{n(n+1)r_2 + (1-n^2)s_{02} - s_{02}}{nr_2 + (1-n)s_{02}} r_2 = n \frac{(n+1)r_2 - ns_{02}}{nr_2 + (1-n)s_{02}} r_2. \quad (17.7)$$

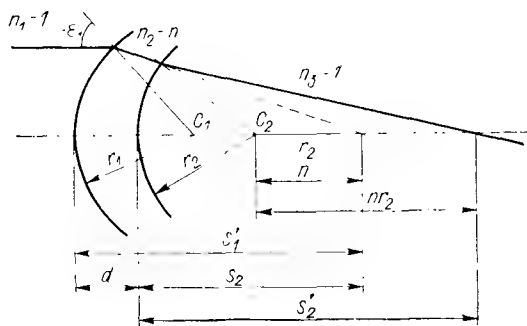


Рис. 17.1. Линза со второй апланатической поверхностью

Пользуясь формулой (17.3),

$$\Delta s' = n^2 \frac{s_{02} + \Delta s'_1 - s_{02}}{nr_2 + (1-n)s_{02}} r_2 = \frac{n^2 \Delta s'_1 r_2}{nr_2 + (1-n)s_{02}}; \quad (17.8)$$

деля на r_2 , получим

$$\Delta s' = \frac{n^2 \Delta s'_1}{n + (1-n) \frac{s_{02}}{r_2}} = \frac{n^2 \Delta s'_1}{n + \frac{(1-n)(n+1)s_{02}}{n(s_{02} + \Delta s'_1)}}, \quad (17.9)$$

откуда

$$\Delta s' = \frac{n^3 (s_{02} + \Delta s'_1) \Delta s'_1}{n^2 s_{02} + n^2 \Delta s'_1 + s_{02} - n^2 s_{02}}. \quad (17.10)$$

Окончательно

$$\Delta s' = \frac{1 + \Delta s'_1/s_{02}}{1 + n^2 \Delta s'_1/s_{02}} n^3 \Delta s'_1 \approx n^3 \Delta s'_1, \quad (17.11)$$

где величина $\Delta s'_1$ определяется с помощью формулы (4.9)

$$\Delta s'_1 = \left(\frac{\sqrt{n^2 - h^2/r_1^2} + \sqrt{1 - h^2/r_1^2}}{n + 1} - 1 \right) \frac{r_1}{n - 1}. \quad (17.12)$$

Необходимо заметить, что из формул (17.11) и (17.12) можно получить значение сферической аберрации лишь для какой-либо одной высоты h , для которой вторая поверхность будет апланатической (для других лучей апланатичность нарушается из-за наличия сферической аберрации $\Delta s'_1$ после первой поверхности).

Рассмотрим третий случай, когда вторая поверхность будет концентрична к изображению после первой поверхности.

Для него можно написать

$$s'_2 = s_2 = s'_1 - d = s'_{01} + \Delta s'_1 - d = s_{02} + \Delta s'_1 = r_2. \quad (17.13)$$

Согласно инварианту Аббе и пользуясь формулой (17.13), находим величину отрезка s'_{02}

$$\frac{1}{s'_{02}} = \frac{n}{s_{02}} + \frac{1 - n}{r_2} = \frac{n}{s_{02}} + \frac{1 - n}{s_{02} + \Delta s'_1}, \quad (17.14)$$

откуда

$$s'_{02} = \frac{s_{02}(s_{02} + \Delta s'_1)}{n(s_{02} + \Delta s'_1) + (1 - n)s_{02}} = \frac{s_{02}(s_{02} + \Delta s'_1)}{n\Delta s'_1 + s_{02}}. \quad (17.15)$$

Составим выражение для сферической аберрации рассматриваемой линзы

$$\Delta s' = s'_2 - s'_{02} = (s_{02} + \Delta s'_1) \left(1 - \frac{s_{02}}{n\Delta s'_1 + s_{02}} \right) \quad (17.16)$$

или

$$\Delta s' = \frac{s_{02} + \Delta s'_1}{s_{02} + n\Delta s'_1} n\Delta s'_1 = \frac{1 + \Delta s'_1/s_{02}}{1 + n\Delta s'_1/s_{02}} n\Delta s'_1 \approx n\Delta s'_1, \quad (17.17)$$

где, как и в предыдущем случае, величина $\Delta s'_1$ выражается формулой (17.12).

Формула (17.17), как и формула (17.11), позволяет определить сферическую аберрацию лишь для какого-то одного произвольно выбранного значения высоты.

Заметим, что хотя сферическая аберрация после первой поверхности для обоих случаев выражается одной и той же формулой (17.12), но по своей величине она будет существенно различной ввиду различия величин первого радиуса r_1 .

Действительно, задавая в первом приближении величину толщины линзы равной нулю и пренебрегая сферической аберрацией, для второго случая (вторая поверхность апланатическая) отрезок s'_{01} будет равен

$$s'_{01} \approx s_{02} \approx s_2 \approx s'/n \approx f'_0/n, \quad (17.18)$$

откуда получаем величину

$$r_1 = \frac{n-1}{n} s'_{01} \approx (n-1) \frac{f'_0}{n^2}, \quad (17.19)$$

тогда как для третьего случая (вторая поверхность концентрическая)

$$s'_{01} \approx s_{02} \approx s_2 \approx s'_{02} \approx f'_0, \quad (17.20)$$

откуда величина первого радиуса

$$r_1 \approx \frac{n-1}{n} s'_{01} \approx \frac{n-1}{n} f'_0. \quad (17.21)$$

Таким образом, в третьем случае величина r_1 будет в n раз больше, чем во втором случае.

Перейдем теперь к рассмотрению четвертого случая, когда вторая поверхность будет являться плоскостью, проходящей через точку пересечения с осью апертурного луча после первой поверхности.

В этом случае будем иметь

$$s'_2 = s_2 = 0; \quad s'_1 = d. \quad (17.22)$$

Для определения сферической аберрации после второй поверхности необходимо найти отрезок s'_{02} для нулевого луча.

Так как

$$s'_1 = s'_{01} + \Delta s'_1, \quad (17.23)$$

то величины s_2 и s_{02} будут связаны аналогичной формулой:

$$s_2 = s_{02} + \Delta s'_1 = 0, \quad (17.24)$$

откуда

$$s_{02} = -\Delta s'_1, \quad (17.25)$$

что и позволяет определить искомый отрезок

$$s'_{02} = s_{02}/n = -\Delta s'_1/n. \quad (17.26)$$

Сферическая аберрация рассматриваемой линзы будет равна

$$\Delta s' = s'_2 - s'_{02} = \Delta s'_1/n. \quad (17.27)$$

В этом случае, как и в предыдущих случаях, значение $\Delta s'_1$ определяется той же формулой (17.12); так же, как и раньше,

формула (17.27) позволяет определить сферическую абберацию для какой-либо одной, произвольно выбранной высоты h .

Нетрудно видеть, что в этом случае величина первого радиуса r_1 будет выражена формулой

$$r_1 = (n - 1)f'_0. \quad (17.28)$$

Согласно формуле (17.22), толщина d рассматриваемой линзы была значительной; поэтому целесообразно рассмотреть случай, когда эта толщина будет невелика.

Переход к уменьшенной толщине может быть осуществлен вычитанием сферической абберации плоскопараллельной пластинки, толщина которой будет равна разности исходной и требуемой толщин.

Воспользуемся окончательным результатом формулы (4.33)

$$\Delta s'' = (\cos \sigma' / \cos \sigma - 1) s''_0. \quad (17.29)$$

Отрезок s''_0 можно рассматривать как толщину пластинки d' ; угол σ может быть получен как разность углов:

$$\sigma = \epsilon'_1 - \epsilon_1. \quad (17.30)$$

Синус угла σ будет равен

$$\sin \sigma = \sin \epsilon'_1 \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1 \sin \epsilon_1 \quad (17.31)$$

или

$$\sin \sigma = \frac{\sin \epsilon_1}{n'} (n \cos \epsilon_1 - n' \cos \epsilon'_1). \quad (17.32)$$

Для плоскопараллельной пластинки в воздухе $n' = 1$ и $n = n$. Поэтому

$$\sin \sigma = (n \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1) \sin \epsilon_1 \quad (17.33)$$

и, пользуясь законом преломления,

$$\sin \sigma' = n \sin \sigma. \quad (17.34)$$

Определяя значение сферической абберации во всех вышеперечисленных случаях, можно проследить следующие закономерности.

Величина сферической абберации первой поверхности в последних трех случаях является множителем при положительных значениях вторых сомножителей; таким образом, сферическая абберация в этих трех случаях имеет тот же знак, что и сферическая абберация первой поверхности — иными словами всегда будет обратной по знаку силе линзы.

Та же самая картина будет иметь место и в первом случае, когда первая поверхность линзы будет плоской.

Абсолютная величина сферической абберации для четвертого случая (когда плоско-выпуклая линза обращена к бесконечно удаленному предмету выпуклой стороной) получается наименьшей.

Изменение формы линзы можно рассматривать как функцию от угла α_2 нулевого луча. Полагая $\alpha_3 = 1 = h_1/f'_0$, находим:

для первого случая $r_1 = \infty$; $\alpha_2 = \frac{h_1}{r_1} \frac{n-1}{n} = 0$;

для второго случая $r_1 = \frac{(n-1)f'_0}{n^2}$; $\alpha_2 = n$;

для третьего случая $r_1 = \frac{(n-1)f'_0}{n}$; $\alpha_2 = 1$;

для четвертого случая $r_1 = (n-1)f'_0$; $\alpha_2 = \frac{1}{n}$.

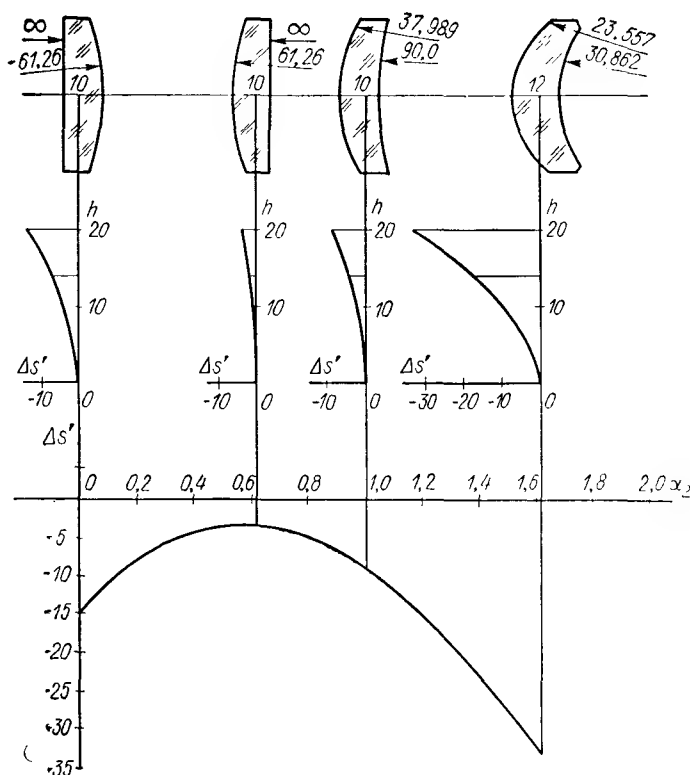


Рис. 17.2. Изменение сферической aberrации в зависимости от формы линзы

Графики изменения сферической aberrации для всех четырех рассмотренных случаев представлены на рис. 17.2. Нетрудно видеть, что сферическая aberrация имеет один характерный минимум, расположенный около выпукло-плоской линзы.

§ 86. Кома линзы в воздухе при зрачке, совпадающем с линзой

В отличие от сферической аберрации кома является полевой аберрацией, и поэтому, анализируя характер изменения комы в связи с изменением формы линзы, будем исходить из использования инварианта комы, справедливого для произвольно больших полей зрения.

Рассматривая кому тонкой линзы, совмещенной со зрачком, можно установить следующие исходные величины:

показатели преломления $n_1 = n_3 = 1$; $n_2 = n$;

предметные отрезки $t_1 = s_1 = \infty$;

углы падения и преломления главного луча на поверхностях линзы $\epsilon_1 = \omega = \epsilon'_2$; $\epsilon'_1 = \epsilon_2 = \omega'$;

радиусы комы $R_1 = 0$; $R'_1 = R_2$;

промежуточные отрезки $t'_1 = t_2 = t'_{1F}$; $s'_1 = s_2 = s'_{1F}$.

Пользуясь формулой (3.16), напомним инвариант комы для первой и второй преломляющих поверхностей, учитывая приведенные выше исходные величины:

$$\left. \begin{aligned} n_2 R'_1 \frac{\cos^3 \epsilon'_1}{t'^3_1} + \left(3 \frac{\cos^2 \epsilon'_1}{t'^2_1} - 3 \frac{\cos \epsilon'_1}{t'_1 r_1} \right) n_2 \sin \epsilon'_1 &= 0; \\ R'_2 \frac{\cos^3 \epsilon_1}{t'^3_2} + \left(3 \frac{\cos^2 \epsilon_1}{t'^2_2} - 3 \frac{\cos \epsilon_1}{t'_2 r_2} \right) \sin \epsilon_1 &= \\ = n_2 R'_2 \frac{\cos^3 \epsilon'_1}{t'^3_1} + \left(3 \frac{\cos^2 \epsilon'_1}{t'^2_1} - 3 \frac{\cos \epsilon'_1}{t'_1 r_2} \right) n_2 \sin \epsilon'_1. \end{aligned} \right\} \quad (17.35)$$

Складывая выражения (17.35) друг с другом, находим после сокращений

$$R'_2 \frac{\cos^3 \omega}{t'^3_2} + 3 \left(\frac{\cos^2 \omega}{t'^2_2} - \frac{\cos \omega}{t'_2 r_2} \right) \sin \omega = 3 \left(\frac{\cos \omega'}{t'_1 r_1} - \frac{\cos \omega'}{t'_1 r_2} \right) n \sin \omega' \quad (17.36)$$

или

$$R'_2 \frac{\cos^3 \omega}{t'^3_2} + 3 \left(\frac{\cos \omega}{t'_2} - \frac{1}{r_2} \right) \frac{\cos \omega}{t'_2} \sin \omega = 3 \frac{\cos \omega'}{t'_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \sin \omega. \quad (17.37)$$

Согласно формуле для силы тонкой линзы:

$$\Phi_0 = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \quad \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{\Phi_0}{n - 1}, \quad (17.38)$$

и тогда формула (17.36) может быть представлена в виде

$$R'_2 \frac{\cos^3 \omega}{t'^3_2} = 3 \left[\frac{\cos \omega' \Phi_0}{t'_1 (n - 1)} - \left(\frac{\cos \omega}{t'_2} - \frac{1}{r_2} \right) \frac{\cos \omega}{t'_2} \right] \sin \omega. \quad (17.39)$$

Пользуясь меридиональным инвариантом для первой и второй поверхностей, можно написать:

$$\frac{n_2 \cos^2 \varepsilon'_1}{t'_1} = \frac{n_2 \cos \varepsilon'_1 - n_1 \cos \varepsilon_1}{r_1} = \frac{n_2}{s'_1}; \quad (17.40)$$

$$\frac{n_3 \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} - \frac{n_2 \cos^2 \varepsilon_2}{t_2} = \frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2}{r_2} = \frac{n_3}{s'_2} - \frac{n_2}{s_2}. \quad (17.41)$$

Складывая выражения (17.40) и (17.41) друг с другом и учитывая исходные данные, получаем

$$\frac{\cos^2 \omega}{t'_2} = (n \cos \omega' - \cos \omega) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{s'_2}, \quad (17.42)$$

или, используя выражение (17.38),

$$\frac{\cos^2 \omega}{t'_2} - \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n - 1} \Phi_0 = \frac{1}{s'_2} = \Phi_s. \quad (17.43)$$

Пользуясь формулой (17.43), преобразуем формулу (17.38)

$$R'_2 \left(\frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n - 1} \right)^3 \frac{\Phi_0^3}{\cos^3 \omega} = 3 \left[\frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{nr_1 \cos \omega'} \frac{\Phi_0}{n - 1} - \right. \\ \left. - \left(\frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n - 1) \cos \omega} \Phi_0 - \frac{1}{r_2} \right) \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n - 1) \cos \omega} \Phi_0 \right] \sin \omega \quad (17.44)$$

или

$$\frac{R'_2}{\sin \omega} \left(\frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n - 1} \right)^2 \frac{\Phi_0^2}{\cos^2 \omega} = \\ = 3 \left[\cos \omega \left(\frac{1}{r_2 \cos \omega} + \frac{1}{nr_1 \cos \omega'} \right) - \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n - 1} \Phi_0 \right]. \quad (17.45)$$

Формула (17.45) выражает собой величину радиуса комы тонкой линзы, совпадающей со зрачком входа.

Можно поставить условие для устранения комы такой линзы, приравнявая выражение для радиуса комы R'_2 нулю. Тогда приходим к следующему выражению:

$$\Phi_0 \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n - 1} = \left(\frac{1}{r_2 \cos \omega} + \frac{1}{nr_1 \cos \omega'} \right) \cos \omega. \quad (17.46)$$

Для небольших полей зрения, когда можно величины косинусов принимать равными единице, получаем

$$R' \Phi_0^2 = 3 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} - \Phi_0 \right) \omega. \quad (17.47)$$

Радиус r_2 можно выразить через силу линзы и ее первый радиус

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} - \frac{\Phi_0}{n-1} \quad (17.48)$$

и тогда

$$R'\Phi_0^2 = 3 \left(\frac{2}{r_1} - \frac{n\Phi_0}{n-1} \right) \omega. \quad (17.49)$$

Формула (17.49) показывает, что при малых полевых углах радиус меридиональной комы будет изменяться пропорционально кривизне первой поверхности и в частном случае может быть обращен в нуль. При этом должно иметь место

$$\frac{2}{r_1} = \frac{n\Phi_0}{n-1}. \quad (17.50)$$

Найдем величину отношения радиусов для случая устранения комы. Пользуясь формулой (17.50), получаем

$$\frac{2}{r_1} = n \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (17.51)$$

откуда

$$\frac{2-n}{r_1} = -\frac{n}{r_2} \quad (17.52)$$

или

$$\frac{r_1}{r_2} = -\frac{2-n}{n}. \quad (17.53)$$

В частном случае при $n = 2,0$ вторая поверхность линзы, свободной от комы, становится плоскостью.

§ 87. Астигматизм линзы в воздухе

В § 64 было получено общее выражение (13.11) для анастигматической линзы, справедливое для трех сред, разделенных двумя сферическими преломляющими поверхностями.

Пользуясь этим выражением, можно было бы получить два рода анастигматических линз — с одинаковыми знаками углов падения и преломления на обеих поверхностях (анастигматические линзы первого рода) и с разными знаками (анастигматические линзы второго рода).

Задаваясь одними и теми же величинами углов ϵ'_1 и ϵ_2 , несмотря на различные знаки, получим одинаковые значения радиусов; однако толщины по оси таких анастигматических линз получатся различными для линз первого и второго рода.

Можно было бы поставить задачу обратную. Используя возможное равенство радиусов и вводя дополнительно равенство толщин по сси (вместо равенства кссых толщин) — осуществляя таким образом полное сохранение формы линзы, — поставим задачу отыскания для такой линзы положений анастигматических зрачков, обращающих одну и ту же линзу в анастигматическую или первого или второго рода.

Однако решение такой задачи на основе формулы (13.11) приведет к чрезвычайно громоздким формулам, использование которых едва ли было бы целесообразным. Поэтому воспользуемся несколько иным подходом, руководствуясь принципиальной возможностью решения поставленной задачи.

Для этой цели будем исходить из начальных форм линз, когда на одной из ее поверхностей углы падения и преломления главного луча будут равными нулю. Таким образом, полагая углы ϵ_2 и ϵ'_2 на второй поверхности равными нулю, когда главный луч будет проходить по ее нормали, пользуясь формулой (13.11) находим

$$\frac{1}{s'_{1F} \cos^2 \epsilon'_1 - \tilde{d}} - \frac{1}{s'_{1F} - \tilde{d}} = 0, \quad (17.54)$$

что возможно лишь в случае, когда первая поверхность линзы будет плоской.

Полагая, наоборот, что углы $\epsilon_1 = \epsilon'_1 = 0$, также на основании формулы (13.11) получаем

$$\frac{\sin^2 \epsilon'_2}{s_{2F}} = \frac{\cos^2 \epsilon_2}{s'_{1F} - \tilde{d}} - \frac{\cos^2 \epsilon'_2}{s'_{1F} - \tilde{d}} = \frac{\cos^2 \epsilon_2 - \cos^2 \epsilon'_2}{s'_{1F} - \tilde{d}}, \quad (17.55)$$

откуда

$$\frac{\sin^2 \epsilon'_2}{s_{2F}} = \frac{\sin^2 \epsilon'_2 - \sin^2 \epsilon_2}{s'_{1F} - \tilde{d}} \quad (17.56)$$

или, используя закон преломления,

$$\frac{n^2}{s_{2F}} = \frac{n^2 - 1}{s'_{1F} - \tilde{d}}, \quad (17.57)$$

т. е. вторая поверхность линзы апланатична по отношению к точке изображения после первой поверхности.

Заметим, что как в первом случае, так и во втором получаем однозначные решения, приводящие к единому положению входного зрачка, при котором будет иметь место устранение астигматизма.

Возвратимся к рассмотрению первого случая плоско-выпуклой линзы, когда выходящие из нее главные лучи шли вдоль радиусов второй поверхности, образуя положение выходного зрачка, совпадающее с центром второй поверхности.

Принимая толщину такой плоско-выпуклой линзы равной ее второму радиусу, мы получим для нее положение входного зрачка, обеспечивающее строгое исправление астигматизма по всему полю зрения и совпадающее с первой плоской поверхностью.

Такая линза представлена на рис. 17.3. Рассматривая ход наклонного параллельного пучка лучей через эту линзу, видим, что после преломления на плоской поверхности этот параллельный пучок по-прежнему сохранит свою симметричность по отношению к главному лучу, следствием чего явится отсутствие комы для анастигматической точки на главном луче. Но, вместе с тем, вторая поверхность будет обладать отрицательной сферической аберрацией.

Будем теперь перемещать зрачок входа вдоль оси линзы вправо и влево на равные расстояния. В обоих случаях главные лучи будут идти параллельно исходному главному лучу, соответственно ниже или выше.

При этом первая плоская поверхность по-прежнему не сможет внести астигматизма; вторая же поверхность, с нормальными к которой новые главные лучи будут уже составлять углы ϵ и ϵ' , не равные нулю (положительные или отрицательные), внесет отрицательный астигматизм, так как и в меридиональном и в сагиттальном инвариантах углы ϵ и ϵ' входят под косинусами, в силу чего знаки этих углов не будут иметь значения.

Нетрудно представить себе, что сагиттальные точки изображения для новых главных лучей будут расположены в точках пересечения этих лучей с исходным главным лучом; меридиональные же точки будут расположены в точках касания новых главных лучей с их общей огибающей — каустикой.

Из рис. 17.3 и формул (3.21) и (3.45) для меридиональной и сагиттальной комы видно, что кома для новых главных лучей, равно удаленных относительно исходного главного луча, будет, сохраняя свою абсолютную величину, обладать разными знаками.

Проектируя меридиональные и сагиттальные точки изображения на ось линзы, можно построить графики изменения астигматизма в зависимости от изменения положения входного зрачка, расположенные в нижней части рис. 17.3.

Сплошная кривая, выражающая изменение положения сагиттальных точек изображения, будет иметь симметричную форму;

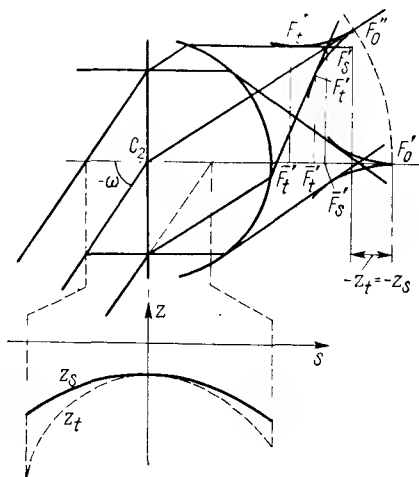


Рис. 17.3. Астигматизм плоско-выпуклой линзы

симметрия же штриховой кривой, выражающей изменение положения меридиональных точек изображения, будет несколько нарушена.

Аналогичная картина, представленная на рис. 17.4, имеет место и для линзы, когда исходный главный луч шел по нормали к первой поверхности, попадая затем в апланатическую точку второй поверхности.

Для этого случая исправление астигматизма будет иметь место лишь для какого-то одного полевого угла, так как для дру-

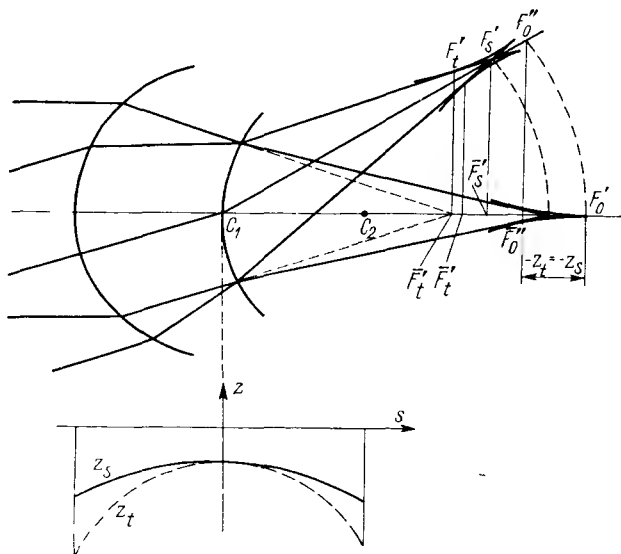


Рис. 17.4. Астигматизм линзы со второй апланатической поверхностью

гих полювых углов будет возникать некоторое несовпадение изображений после первой поверхности с соответствующими апланатическими точками второй поверхности.

Возвращаясь к плоско-выпуклой линзе и придавая первой поверхности небольшую выпуклость, мы тем самым введем некоторый начальный отрицательный астигматизм, который при ходе главного луча по нормали ко второй поверхности не будет устранен; поэтому кривые изменения астигматизма на рис. 17.3 разойдутся и исправление астигматизма станет невозможным ни при каком положении входного зрачка; наоборот, придавая первой поверхности небольшую вогнутость, внесем некоторый начальный положительный астигматизм, который при смещении главного луча с нормали ко второй поверхности рано или поздно будет скомпенсированным ее быстро растущим отрицательным астигматизмом; следствием явится то, что кривые изменения астигма-

тизма пересекутся друг с другом, давая тем самым два положения анастигматических зрачков.

Эти два случая представлены на рис. 17.5. Различные положения анастигматических зрачков будут соответствовать анастигматическим линзам первого рода (при ближнем положении зрачка) и линзам второго рода (при дальнем положении зрачка).

С аналогичной картиной встретимся и тогда, когда главные лучи будут идти в исходном положении по нормальям к первой поверхности.

Рассмотрим влияние толщины линзы. Обращаясь к случаю плоско-выпуклой линзы и принимая ее толщину небольшой, видим, что главные лучи, выходящие из линзы по нормальям к второй поверхности, не смогут пересечься в предметном пространстве в одной и той же точке. Поэтому, совместив с центром зрачка точку пересечения с осью какого-то одного главного луча, идущего под определенным углом к оси, другие главные лучи, проходя через центр этого же зрачка, уже не смогут выйти из линзы по нормальям к ее второй поверхности, следствием чего явится возникновение отрицательного астигматизма как ниже, так и выше точки с исправленным астигматизмом.

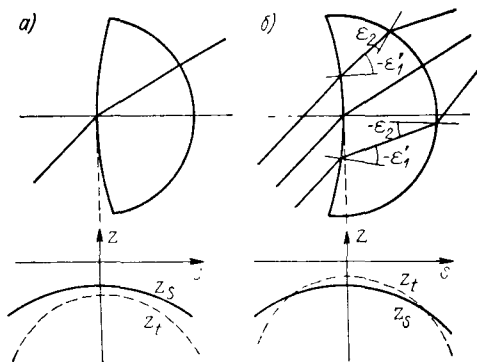


Рис. 17.5. Астигматизм положительных линз: а — двояковыпуклый; б — менiscoобразный

Такая плоско-выпуклая линза и графики изменения ее астигматизма представлены на рис. 17.6. Обращает на себя внимание то, что характер изменения ее астигматизма по полю зрения не может быть выражен зависимостью ниже седьмого порядка.

Рассматривая рис. 17.6, видим, что вершины кривых изменения астигматизма с ростом полевого угла приближаются к линзе; благодаря этому при исправлении астигматизма на краю поля зрения для менiscoобразных линз при ближнем положении зрачка будут наблюдаться значительные остаточные отрицательные зоны астигматизма для меньших полевых углов; при дальнем же положении зрачка на меньших углах возможно появление положительных зон астигматизма и второй точки с исправленным астигматизмом.

Изменение меридиональной кривизны поля при изменении положения входного зрачка позволяет судить о других аберрациях линзы в воздухе. Обращаясь к общему выражению волновой аберрации вдоль меридионального волнового фронта, можем написать

$$\Delta l = A\sigma' + A'\sigma'^2 + A''\sigma'^3 + A'''\sigma'^4 + \dots \quad (17.58)$$

Дифференцируя это выражение по апертурному углу, получаем поперечную абберацию перпендикулярно главному лучу

$$-\delta g' = \frac{d(\Delta l)}{d\sigma'} = A + 2A'\sigma' + 3A''\sigma'^2 + 4A'''\sigma'^3 + \dots \quad (17.59)$$

Полагая значения апертурного угла $\sigma' = 0$, получаем смещение самого главного луча

$$-\delta g'_0 = A, \quad (17.60)$$

которое можно рассматривать как волновую дисторсию. Выбирая центр сферы сравнения на главном луче, этот член может быть сделан равным нулю.

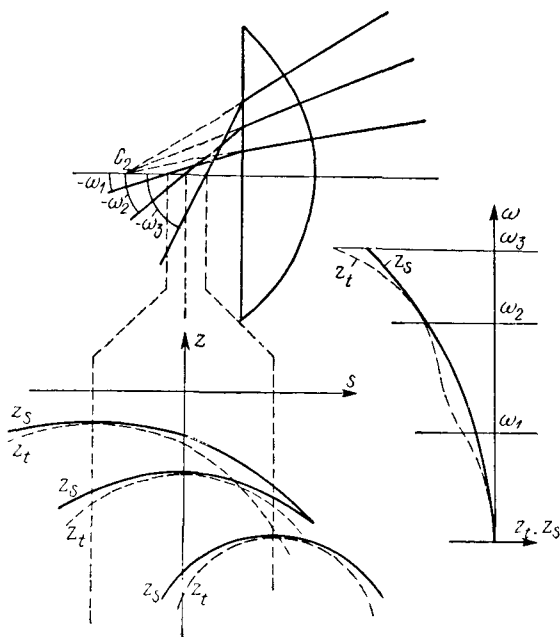


Рис. 17.6. Зависимость астигматизма от абберации в зрачке входа

Дифференцируя поперечную абберацию $\delta g'$ по апертурному углу, находим перемещение точки изображения вдоль главного луча

$$-z = -\frac{d(\delta g')}{d\sigma'} = 2A' + 6A''\sigma' + 12A'''\sigma'^2 + \dots \quad (17.61)$$

Если приравнять угол $\sigma' = 0$, величина z выразит смещение меридионального изображения вдоль главного луча по отношению к центру сферы сравнения

$$-z_0 = 2A'. \quad (17.62)$$

Дифференцируя смещение z по апертурному углу, найдем радиус комы

$$-R_k = \frac{dz}{d\sigma'} = 6A'' + 24A''' \sigma' + \dots \quad (17.63)$$

и приравняв угол $\sigma' = 0$, получаем исходную величину радиуса каустики $R_{k,0}$ — радиуса меридиональной комы.

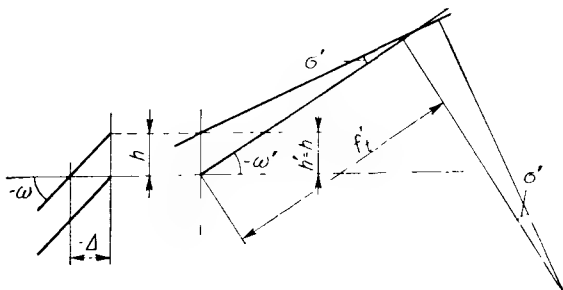


Рис. 17.7. Ход главного луча и влияние перемещения входного зрачка на положение меридионального изображения

Дифференцируя радиус меридиональной комы R_k по апертурному углу, получим выражение для радиуса меридиональной сферической аберрации

$$-R_{сф} = -\frac{dR_k}{d\sigma'} = 24A''' + \dots \quad (17.64)$$

Формулы (17.59) — (17.64) позволяют представить выражение 17.58) в виде

$$-\Delta l = \delta g'_0 \sigma' + \frac{z_0}{2} \sigma'^2 + \frac{R_{k,0}}{6} \sigma'^3 + \frac{R_{сф}}{24} \sigma'^4 + \dots, \quad (17.65)$$

и тогда

$$\delta g' = \delta g'_0 + z_0 \sigma' + \frac{R_{k,0}}{2} \sigma'^2 + \frac{R_{сф}}{6} \sigma'^3 + \dots; \quad (17.66)$$

$$z = z_0 + R_{k,0} \sigma' + \frac{R_{сф}}{2} \sigma'^2 + \dots; \quad (17.67)$$

$$R_k = R_{k,0} + R_{сф} \sigma' + \dots \quad (17.68)$$

Если известны полевые углы ω и ω' , можно связать апертурный угол σ' и меридиональное фокусное расстояние f'_t с перемещением входного зрачка Δ .

Обращаясь к рис. 17.7, на котором представлен ход главного луча, находим

$$\sigma' = \frac{h \cos \omega'}{f_t'} = \frac{\Delta \sin \omega}{f_t'} \frac{\cos \omega'}{\cos \omega}, \quad (17.69)$$

что позволяет представить перемещение z меридионального изображения как функцию смещения зрачка Δ

$$z = \frac{z_t}{\cos \omega'} = z_0 + \frac{R_{\kappa, 0}}{f_t'} \sin \omega \frac{\cos \omega'}{\cos \omega} \Delta + \\ + \frac{R_{\text{сф}}}{2f_t'^2} \sin^2 \omega \frac{\cos^2 \omega'}{\cos^2 \omega} \Delta^2 + \dots \quad (17.70)$$

Аналогично можно получить и изменение радиуса комы

$$R_{\kappa} = R_{\kappa, 0} + \frac{R_{\text{сф}}}{f_t'} \sin \omega \frac{\cos \omega'}{\cos \omega} \Delta + \dots \quad (17.71)$$

Дифференцируя формулу (17.70) и приравнявая после дифференцирования смещение зрачка нулю, получаем

$$R_{\kappa, 0} = \frac{f_t'}{\operatorname{tg} \omega \cos^2 \omega'} \frac{dz_t}{d\Delta} = \frac{f_t' \operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \omega \cos^2 \omega'}, \quad (17.72)$$

где γ — угол касательной к кривой изменения меридиональной кривизны в соответствии с рис. 17.5.

Пользуясь графиком и формулой (17.68) для радиуса комы, можно увидеть, что при переходе от дальнего положения зрачка к его ближнему положению происходит изменение знака комы.

Совершенно очевидно, что при изменении показателя преломления линзы в воздухе будет происходить и изменение положения анастигматических зрачков. Для того чтобы можно было судить о влиянии показателей преломления, было проведено определение положений анастигматических зрачков для положительных линз различной формы с двумя различными показателями преломления, равными $n = 1,5163$ и $n = 1,8880$.

Результаты этой работы позволили составить графики изменений астигматизма и сферической aberrации для линз различной формы (рис. 17.8); на этом рисунке вдоль оси абсцисс отложены значения углов α_2 параксиального луча, определяющие прогиб (форму) линзы, а вдоль оси ординат — значения отрезков s_1 от первой поверхности до анастигматических зрачков входа и значения сферической aberrации $\Delta s'$. На рисунке приведены две формы линз и соответствующие этим формам графики изменения астигматизма по полю, а также графики изменения сферической aberrации на краю отверстия.

Из приведенных графиков видно, что наименьшая величина сферической aberrации имеет место для тех форм линз, для которых исправление астигматизма невозможно.

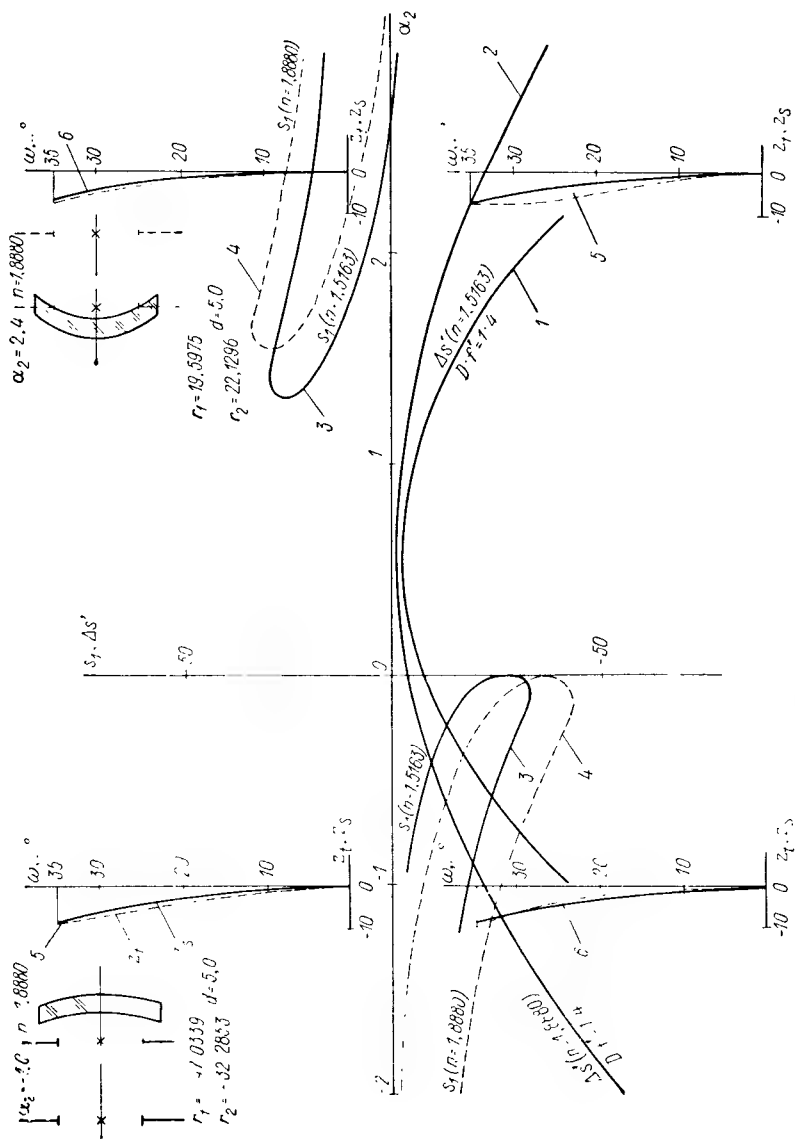


Рис. 17.8. Две области расположения анастигматических лучков у положительных линз:

1, 2 — изменение сферической абберации при $n=1.5163$ и $n=1.8880$; 3, 4 — расстояние входных лучков от первой поверхности линзы при исправленном астигматизме для $n=1.5163$ и $n=1.8880$; 5 — изменение астигматизма по полю зрения при ближнем положении лучка для $n=1.5163$; 6 — изменение астигматизма при дальнем положении лучка для $n=1.8880$.

§ 88. Меридиональная сферическая аберрация анастигматических менисков при дальнем и ближнем положениях входного зрачка

В случае плоско-выпуклой линзы с выходным зрачком, расположенным в центре второй поверхности, и в случае линзы, у которой зрачок входа будет расположен в центре первой поверхности, а вторая поверхность будет апланатичной по отношению к изображению после первой поверхности, величина сферической аберрации по полю зрения либо сохраняется строго постоянной для первого случая, либо мало изменяющейся.

Однако, рассматривая линзы менискообразной формы, обладающие двумя положениями анастигматических зрачков, мы видели, что одна и та же линза будет обладать астигматизмом различного характера.

Аналогичной картины можно ожидать (и это наблюдается на практике) и для меридиональной сферической аберрации; отсюда возникает необходимость рассмотрения картины изменения сферической аберрации по полю, в частности, в обоих случаях устранения астигматизма.

Как уже видели, при одних и тех же величинах входных полевых углов ход главного луча при ближнем и дальнем положении анастигматических зрачков различается тем, что для дальнего положения зрачка углы ε_1 и ε_2 на первой и второй поверхностях имеют разные знаки, а для ближнего положения зрачка эти углы будут иметь знаки одинаковые. Кроме того, в первом случае абсолютные значения углов ε_1 и ε_2 будут значительно меньше, чем во втором случае.

Следует также не упускать из вида, что в первом случае величина косой толщины вдоль главного луча будет меньше, чем по оси линзы, а во втором случае, наоборот, — больше.

Сопоставляя отклонение главного луча для обоих анастигматических зрачков, необходимо обратить внимание на то, что при дальнем положении зрачка это отклонение будет по своему характеру напоминать отклонение луча призмой вблизи минимума угла отклонения, тогда как при ближнем положении зрачка отклонение главного луча по своему характеру будет более похожим на отклонение луча сильно наклоненной призмой.

Перейдем к непосредственному рассмотрению полевой сферической аберрации при ближнем расположении входного зрачка. Представим себе, что мы имеем дело с мениском, для которого ближнее положение зрачка совпадает с плоскостью, проходящей через острый край этого мениска, как это представлено на рис. 17.9.

Задний фокус мениска обозначим через F'_0 ; полагая, что отверстие диафрагмы совпадает с острым краем линзы, и пуская апертурный луч через край отверстия на расстоянии h от оси, определим некоторую точку A'_0 пересечения этого апертурного

луча с осью. Расстояние точки A'_0 от точки F'_0 определит нам величину сферической aberrации на оси линзы $\Delta s'_0$.

Через точку A'_0 и оба острых края линзы проведем окружность радиусом R_0 . Величина этого радиуса может быть определена как отношение высоты h к синусу удвоенного апертурного угла:

$$R_0 = \frac{h}{\sin 2\sigma'}, \quad (17.73)$$

причем апертурный угол можно рассматривать как угол α_1 отклонения апертурного луча на остром крае линзы.

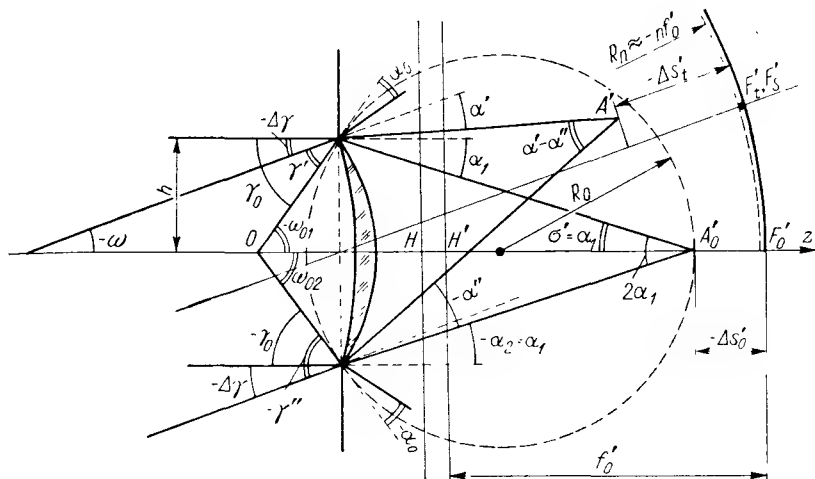


Рис. 17.9. Мениск со зрачком входа, совпадающим с острым краем линзы

Радиус R_n поверхности изображения мениска при исправленном астигматизме в первом приближении будет равен произведению показателя преломления линзы и ее фокусного расстояния.

Проведем через острый край линзы лучи и отыщем такой луч, для которого будет иметь место минимальный угол отклонения α_0 . Угол такого луча с осью для нижнего края линзы обозначим через ω_{02} и для верхнего края через ω_{01} . Эти два угла должны быть равны друг другу по абсолютной величине и отличаться по знаку.

Зададим теперь ход двух параллельных лучей через оба острых края, составляющих с осью полевой угол ω . Верхний из этих лучей составит с направлением луча, обладавшего минимальным углом отклонения, некоторый угол γ' , величина которого может быть определена из рис. 17.9 как разность углов

$$\gamma' = -\omega_{01} + \omega. \quad (17.74)$$

Нижний луч образует со своим лучом, имевшим минимум отклонения, угол γ'' , равный

$$-\gamma'' = \omega_{02} - \omega = -\omega_{01} - \omega. \quad (17.75)$$

Таким образом, для нижнего луча угол γ'' будет значительно бóльшим, чем угол γ' для верхнего луча.

Величину угла отклонения можно представить как некоторую функцию от угла γ :

$$\alpha = \alpha(\gamma); \quad \alpha_0 = \alpha(\gamma_0). \quad (17.76)$$

Нетрудно представить себе, что эта функция будет являться четной функцией от угла γ .

Формулы (17.76) позволяют написать выражения для углов отклонения α' и α'' верхнего и нижнего лучей:

$$\begin{aligned} \alpha' &= \alpha(\gamma') = \alpha(-\omega_0 + \omega); \\ \alpha'' &= \alpha(-\gamma'') = \alpha(-\omega_0 - \omega). \end{aligned} \quad (17.77)$$

Определим угол между верхним и нижним лучами после преломления как разность углов α' и α'' . Находим

$$\alpha' - \alpha'' = \alpha(\gamma') - \alpha(\gamma'') = \alpha(-\omega_0 + \omega) - \alpha(-\omega_0 - \omega). \quad (17.78)$$

Предполагая, что функцию $\alpha(\gamma)$ можно разложить в степенной ряд, и ограничиваясь первым членом разложения

$$\alpha = \alpha(\gamma) = \alpha_0 + A\gamma^2 + \dots \approx \alpha_0 + A\gamma^2, \quad (17.79)$$

представим величины углов α' и α'' в виде:

$$\alpha' = \alpha_0 + A(-\omega_0 + \omega)^2; \quad \alpha'' = \alpha_0 + A(-\omega_0 - \omega)^2. \quad (17.80)$$

Тогда формула (17.78) может быть переписана следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha'' &= 2\alpha_0 + A[(-\omega_0 - \omega)^2 + (-\omega_0 + \omega)^2] = \\ &= 2\alpha_0 + 2A\omega_0^2 + 2A\omega^2 = \alpha_1 - \alpha_2 + 2A\omega^2 = 2\sigma' + 2A\omega^2. \end{aligned} \quad (17.81)$$

Из формулы (17.81) следует, что угол между обоими наклонными лучами, проходившими через острые края линзы, будет больше, чем угол между лучами, проходившими через те же острые края, но параллельно оси линзы.

Отсюда вытекает, что точка A' , в которой оба наклонных луча пересекутся друг с другом по выходе из линзы, должна оказаться внутри окружности, проходившей через острые края линзы и точку A'_0 .

Радиус R_n кривизны поверхности изображения, на которой находится фокус меридионального пучка, получается значительно больше, чем радиус R_0 штриховой окружности. Поэтому расстояние между точкой A' и меридиональным фокусом F'_t получится бóльшим, чем расстояние между точками A'_0 и F'_0 на оси системы. Это позволяет сделать вывод, что меридиональная сферическая aberrация для наклонного пучка лучей будет больше по абсолютной величине, чем сферическая aberrация по оси линзы.

323

Это позволяет формулу (17.83) переписать в виде

$$-\Delta s'_i \cos \omega' - z_i = -R(1 - \cos 2\omega') - 2R_0 + 2R - \Delta s'_0 \quad (17.84)$$

и после некоторых преобразований

$$-(\Delta s'_i - \Delta s'_0) \cos \omega' = 2(R \cos^2 \omega' - R_0) - \Delta s'_0(1 - \cos \omega') + z_i. \quad (17.85)$$

Пользуясь формулами (17.82) и (17.73), можно величины R и R_0 выразить через высоту h . Тогда

$$\begin{aligned} -(\Delta s'_i - \Delta s'_0) \cos \omega' = & -2h \left[\frac{\cos^2 \omega'}{\sin(\alpha' - \alpha'')} - \frac{1}{\sin 2\sigma'} \right] - \\ & - (1 - \cos \omega') \Delta s'_0 + z_i. \end{aligned} \quad (17.86)$$

Применяя формулу (17.81) и заменяя синусы углов $(\alpha' - \alpha'')$ и $2\sigma'$ самими углами, если эти углы невелики, находим

$$\begin{aligned} -(\Delta s'_i - \Delta s'_0) \cos \omega' = & -\frac{2h}{2\sigma'} \left(\frac{\cos^2 \omega'}{1 + \frac{A}{\sigma'} \omega'^2} - 1 \right) - \\ & - (1 - \cos \omega') \Delta s'_0 + z_i. \end{aligned} \quad (17.87)$$

Отношение h/σ' может быть заменено через величину фокусного расстояния f'_0 , и тогда формула (17.87) переходит в следующее выражение:

$$\begin{aligned} -(\Delta s'_i - \Delta s'_0) \cos \omega' = & \left(-\sin^2 \omega' - \frac{A}{\sigma'} \omega'^2 \cos^2 \omega' \right) f'_0 - \\ & - (1 - \cos \omega') \Delta s'_0 + z_i. \end{aligned} \quad (17.88)$$

Разлагая $\sin \omega'$ и $\cos \omega'$ в ряд и отбрасывая члены, содержащие углы в степенях выше второй, получим

$$\Delta s'_i - \Delta s'_0 \approx - \left(1 + \frac{A}{\sigma'} - \frac{\Delta s'_0}{2f'_0} \right) f'_0 \omega'^2 - z_i. \quad (17.89)$$

Величина меридионального искривления изображения z_i при устраненном астигматизме может быть выражена приближенной формулой

$$z_i = -\frac{f'_0}{n} (1 - \cos \omega') \approx -\frac{f'_0}{2n} \omega'^2, \quad (17.90)$$

что позволяет упростить формулу (17.89)

$$\Delta s'_i - \Delta s'_0 \approx \left(1 - \frac{1}{2n} + \frac{A}{\sigma'} - \frac{\Delta s'_0}{2f'_0} \right) f'_0 \omega'^2. \quad (17.91)$$

Обращаясь к частному случаю плоско-выпуклой линзы при зрачке, совпадающем с ее второй поверхностью, замечаем, что меридиональную кривизну поля можно определить с помощью

окружности, построенной на фокусном расстоянии линзы, как на диаметре. Величина z_i равна

$$z_i = -\frac{f'_0}{2} (1 - \cos 2\omega') = -f'_0 \sin^2 \omega' \approx -f'_0 \omega'^2, \quad (17.92)$$

и тогда формула (17.89) принимает следующий вид:

$$\Delta s'_i - \Delta s'_0 = -\left(\frac{A}{\sigma'} - \frac{\Delta s'_0}{2f'_0}\right) f'_0 \omega'^2. \quad (17.93)$$

Перенося $\Delta s'_0$ в правую часть, получим

$$\Delta s'_i = -\frac{A f'_0}{\sigma'} \omega'^2 + \left(1 + \frac{\omega'^2}{2}\right) \Delta s'_0. \quad (17.94)$$

Перейдем к рассмотрению поведения меридиональной сферической аберрации при дальнем положении зрачка. В этом случае имеются следующие характерные особенности работы положительного мениска.

1. Сравнительная малость углов падения и преломления главного луча на обеих поверхностях линзы. Так, обращаясь в качестве примера к линзе со следующими данными:

r	d	n_D
$-25,32$ $-19,26$	5,0	1,6126
$f' = 100,015; s'_F = 107,517$		

при дальнем положении зрачка, находящимся на расстоянии $s_1 = -15,0$ от первой поверхности, получаем следующие значения углов:

$$\omega_1 = -40^\circ; \quad \epsilon_1 = 15^\circ 11'; \quad \epsilon'_1 = 9^\circ 21'; \quad \epsilon_2 = 6^\circ 15'; \quad \epsilon'_2 = 10^\circ 06'.$$

2. Уменьшение кривизны $\tilde{d}$ при увеличении пологого угла. Так, в приведенном примере для пологого угла $\omega = -50^\circ$ кривизна становится равной $\tilde{d} = 2,33$ мм, т. е. делается меньше, чем на оси системы, в два с лишним раза.

На величину меридиональной сферической аберрации по полю зрения влияют следующие три фактора.

1. Изменение углов главного луча с нормальными к обоим преломляющим поверхностям.

Продольная сферическая аберрация, возникающая в этом случае, являясь четной функцией от углов падения и преломления, при малых значениях этих углов будет величиной высшего порядка малости. Это позволяет не учитывать влияния углов ϵ и ϵ' главного луча и рассматривать сферическую аберрацию в наклонном пучке как сферическую аберрацию точки на оси для мениска с теми же самыми радиусами, но соответственно измененной толщиной — в первом приближении равной кривизне $\tilde{d}$.

2. Изменение кривизны.

Такое изменение не затрагивает изменения сферической аберрации первой поверхности линзы, и поэтому изменение сферической аберрации всей линзы явится следствием изменения увеличения ее второй поверхности и изменения аберрации этой поверхности.

3. Изменение ширины наклонного пучка лучей при его прохождении через материальную диафрагму под различными полевыми углами.

При росте полевого угла поперечное сечение наклонного пучка лучей в меридиональной плоскости будет уменьшаться пропорционально косинусу полевого угла.

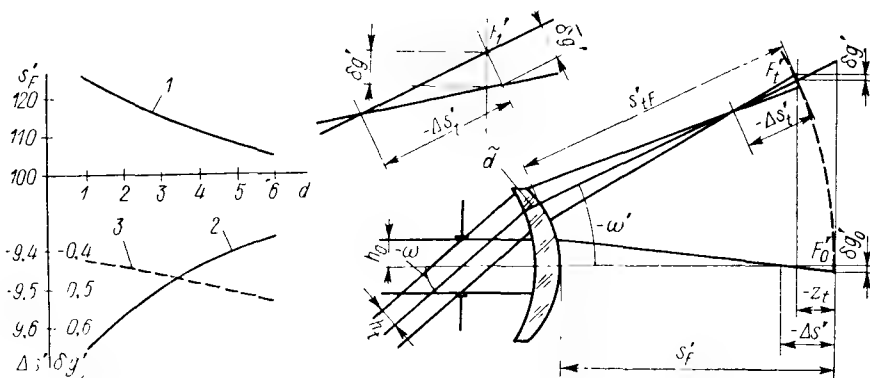


Рис. 17.11. Меридиональная сферическая аберрация мениска при дальнем положении зрачка:

1 — зависимость отрезка S'_F от толщины; 2 — продольная сферическая аберрация $\Delta s'$; 3 — поперечная сферическая аберрация $\delta g'_0$

Кроме того, в пространстве изображений следует учитывать переход от поперечной сферической аберрации $\delta \bar{g}'_t$ в плоскости, перпендикулярной главному лучу, к поперечной аберрации $\delta g'_t$, расположенной в плоскости, перпендикулярной оси системы.

Обратимся к рис. 17.11, на котором представлен положительный мениск, работающий при дальнем положении входного зрачка. В левой части этого рисунка показано изменение заднего фокального отрезка S'_F мениска при изменении его толщины, а также изменение сферической аберрации — продольной $\Delta s'$ и поперечной $\delta g'_0$ для постоянной высоты $h_0 = 5$ мм.

Высоты h_0 и h_t связаны зависимостью

$$h_t = h_0 = \cos \omega, \quad (17.95)$$

а поперечные аберрации $\delta g'_t$ и $\delta \bar{g}'_t$ — зависимостью

$$\delta g'_t = \delta \bar{g}'_t / \cos \omega'. \quad (17.96)$$

Приведем зависимость изменения сферической аберрации мениска с постоянными исходными радиусами при изменении его толщины d , полученную путем тригонометрического расчета хода лучей при постоянной высоте $h_0 = 5$ мм (табл. 17.1).

Из приведенной таблицы явствует, что изменение сферической аберрации при изменении толщины линзы протекает сравнительно медленно.

Таблица 17.1

Далее (табл. 17.2) приведены величины отрезков s'_{tF} вдоль главного луча до меридиональных фокусов; эти расстояния при одинаковых значениях косых толщин и толщин вдоль оси несколько расходятся с отрезками s'_F для нулевых лучей из табл. 17.1.

d	s'_F	$\Delta s'$	$\delta g'_0$
1	125,468	—9,65	—0,42
2	120,230	—9,56	—0,44
3	115,546	—9,49	—0,46
4	111,329	—9,44	—0,49
5	107,517	—9,40	—0,51
6	104,051	—9,37	—0,53

Совершенно очевидно, что причиной такого расхождения было отбрасывание углов ε и ε' отклонения главного луча; поэтому при анализе изменения сферической аберрации в качестве аргумента целесообразно принимать не косую толщину, а величину отрезка s'_{tF} , приравнивая эти отрезки к отрезкам s'_F и находя соответствующие этим отрезкам величины меридиональной толщины d_t .

Учитывая изменение высоты h_t для различных полевых углов, были вычислены величины поперечной сферической аберрации $\delta g'_{0t}$ для линз с измененной толщиной d_t вдоль оси при соответственном изменении высоты h_t , и для сопоставления эти же величины поперечных аберраций в меридиональной плоскости были вычислены непосредственно путем тригонометрического расчета хода лучей. Все эти величины сведены в табл. 17.2.

В первых трех столбцах этой таблицы приведены полевые углы ω и величины меридионального и сагиттального искривлений изображения z_t и z_s . В четвертом столбце даны величины меридиональных фокальных отрезков s'_{tF} вдоль главного луча и в пятом столбце — косые толщины $\tilde{d}$.

Таблица 17.2

ω	z_t	z_s	s'_{tF}	$\tilde{d}$	d_t	h_t	$\delta g'_{0t}$	$\left. \delta g'_{0t} \right _{\cos \omega'}$	$\delta g'_t$	$\delta g'_s$
50°	—18,24	—18,69	122,45	2,33	1,55	3,21	—0,11	—0,14	—0,10	—0,27
40	—10,85	—11,53	117,29	3,31	2,62	3,83	—0,20	—0,23	—0,19	—0,35
30	—5,75	—6,31	113,09	4,06	3,55	4,33	—0,30	—0,34	—0,30	—0,42
20	—2,45	—2,75	110,01	4,59	4,35	4,70	—0,41	—0,42	—0,41	—0,47
10	—0,60	—0,68	108,08	4,90	4,85	4,92	—0,48	—0,48	—0,48	—0,50

Приняв отрезки s'_{tF} равными отрезкам s'_F , были вычислены величины поперечной сферической аберрации на оси $\delta\bar{g}'_{0t}$ для высот h'_t и для толщин d_t , соответствующих отрезкам s'_F . Эти величины приведены в шестом, седьмом и восьмом столбцах таблицы.

В девятом столбце дан переход от величин $\delta\bar{g}'_{0t}$ в плоскости, перпендикулярной главному лучу, к величинам $\delta\bar{g}'_{0t} = \delta\bar{g}'_{0t}/\cos \omega'$ в плоскости, перпендикулярной оси системы.

В последних двух столбцах приведены величины поперечной сферической аберрации в меридиональной и сагиттальной плоскостях, вычисленные путем тригонометрического расчета хода лучей на ЭВМ.

Сопоставление величин девятого и десятого столбцов показывает весьма хорошее совпадение приближенных и точных значений для поперечной сферической аберрации в меридиональном сечении. Такое совпадение не является случайным и подтверждает правильность принятых представлений о причинах изменения сферической аберрации в меридиональной плоскости для различных полевых углов.

Переходя к рассмотрению сферической аберрации в сагиттальной плоскости, следует учитывать, что ширина наклонного пучка лучей будет сохраняться неизменной независимо от величины полевого угла; также отпадает необходимость перехода от поперечной сферической аберрации в пространстве изображений ввиду равенства сагиттальной составляющей своей проекции на плоскость, перпендикулярную оси линзы. В результате величины сагиттальной поперечной аберрации будут большими, чем в меридиональной плоскости. Эти величины, полученные путем просчета косых лучей, приведены в последнем столбце табл. 17.2.

Для сопоставления приведем таблицу изменения меридиональной и сагиттальной составляющих поперечной сферической аберрации для того же мениска, но при ближнем расположении входного зрачка (табл. 17.3).

Таблица 17.3

ω	z_t	z_s	$\delta g'_t$	$\delta G'_s$
50°	—15,40	—15,20	4,70	—0,95
40	—17,77	—12,78	—2,11	—0,75
30	—12,93	—8,39	—1,20	—0,63
20	—6,65	—4,09	—0,76	—0,56
10	—1,80	—1,08	—0,57	—0,52

Данные этой таблицы показывают, что при ближнем расположении входного зрачка происходит быстрый рост меридиональной составляющей поперечной сферической аберрации и несколько менее быстрый рост ее сагиттальной составляющей.

Эта же таблица подтверждает существование значительного отрицательного астигматизма в средней части поля зрения, тогда как из предшествующей таблицы было видно наличие в средней

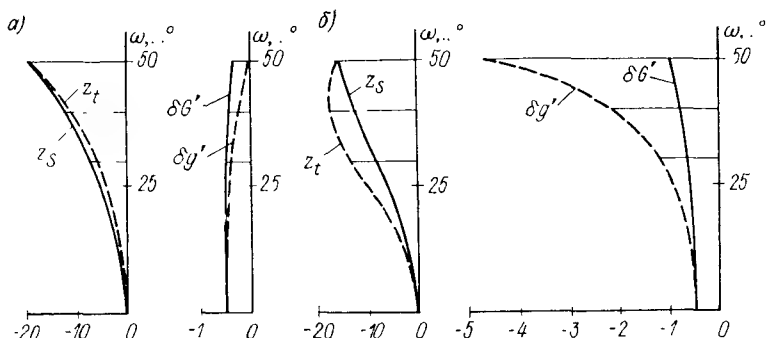


Рис. 17.12. Изменение поперечных составляющих сферической аберрации по полю: а — для дальнего положения зрачка; б — для ближнего положения зрачка

части поля положительного астигматизма, значительно меньшего по своей абсолютной величине для дальнего расположения входного зрачка.

Изменение сферической аберрации по полю зрения для обоих положений входного зрачка представлено на рис. 17.12.

Глава 18

РАБОТА СКЛЕЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

§ 89. Астигматизм склеенной поверхности

Склеенные поверхности, как правило, разделяют собой среды, показатели преломления которых близки друг к другу (хотя в некоторых случаях в настоящее время, в связи с наличием стекол с высокими показателями преломления, не исключается возможность существования и значительных разностей, порядка 0,1—0,2), тогда как для поверхностей, разделяющих среды стекло — воздух, разности показателей преломления достигают величин 0,5—0,7 и выше.

Это позволяет при рассмотрении работы склеенной поверхности принимать разность показателей Δn как малую величину.

Обратимся к астигматическим инвариантам

$$\frac{n' \cos^2 \epsilon'}{l'} - \frac{n \cos^2 \epsilon}{l} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r} = \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s}. \quad (18.1)$$

Полагая, что разность показателей мала, можно показатель преломления n' рассматривать в виде суммы

$$n' = n + \Delta n. \quad (18.2)$$

При малой разности показателей будет иметь место и малая разность между углами ϵ' и ϵ . Поэтому, пользуясь законом преломления, можно написать

$$(n + \Delta n) \sin(\epsilon + \Delta\epsilon) = n \sin \epsilon = n \sin \epsilon \cos \Delta\epsilon + \Delta n \sin \epsilon \cos \Delta\epsilon + n \cos \epsilon \sin \Delta\epsilon + \Delta n \cos \epsilon \sin \Delta\epsilon. \quad (18.3)$$

Если отбросить величины высшего порядка малости, из этой формулы следует

$$\Delta n \sin \epsilon = -n \cos \epsilon \Delta\epsilon \quad (18.4)$$

или

$$\Delta\epsilon = -\frac{\Delta n}{n} \operatorname{tg} \epsilon. \quad (18.5)$$

Преобразуем выражение числителя в средней части формулы (18.1). Находим

$$\begin{aligned} n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon &= (n + \Delta n) \cos(\epsilon + \Delta\epsilon) - n \cos \epsilon = \\ &= n \cos \epsilon \cos \Delta\epsilon + \Delta n \cos \epsilon \cos \Delta\epsilon - n \sin \epsilon \sin \Delta\epsilon - \\ &\quad - \Delta n \sin \epsilon \sin \Delta\epsilon - n \cos \epsilon \end{aligned} \quad (18.6)$$

и, отбрасывая величины высшего порядка малости,

$$n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon = \Delta n \cos \epsilon - n \sin \epsilon \Delta\epsilon = \Delta n \cos \epsilon + \Delta n \sin \epsilon \operatorname{tg} \epsilon, \quad (18.7)$$

что позволяет представить среднюю часть формулы (18.1) в виде

$$\frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r} = \frac{\Delta n}{r} \left(\cos \epsilon + \frac{\sin^2 \epsilon}{\cos \epsilon} \right) = \frac{\Delta n}{r \cos \epsilon}. \quad (18.8)$$

Добавляя и вычитая в левой части формулы (18.1) члены $n' \cos^2 \epsilon / t'$, можно написать

$$\left(\frac{n'}{t'} - \frac{n}{t} \right) \cos^2 \epsilon - \frac{n'}{t'} (\cos^2 \epsilon' - \cos^2 \epsilon) = \frac{\Delta n}{r \cos \epsilon} = \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s}. \quad (18.9)$$

Разности $n'/t' - n/t$ и $n'/s' - n/s$ можно рассматривать как меридиональную и сагиттальную силы поверхности склейки Φ_t и Φ_s . Поэтому

$$\Phi_t \cos^2 \epsilon - \frac{n'}{t'} (\cos^2 \epsilon' - \cos^2 \epsilon) = \frac{\Delta n}{r \cos \epsilon} = \Phi_s. \quad (18.10)$$

В случае равенства углов ϵ и ϵ' нулю силы Φ_t и Φ_s становятся равными друг другу и силе Φ_0 поверхности на осн.

Тогда

$$\Phi_0 = \Delta n/r, \quad (18.11)$$

что позволяет представить формулу (18.10) в виде

$$\Phi_t \cos^2 \varepsilon - \frac{n'}{t'} (\sin^2 \varepsilon - \sin^2 \varepsilon') = \frac{\Phi_0}{\cos \varepsilon} = \Phi_s. \quad (18.12)$$

Разность квадратов синусов углов ε и ε' можно разложить на сумму и разность первых степеней синусов; поэтому множитель в скобках левой части формулы (18.12) будет являться величиной первого порядка малости так же, как и величины Φ_0 , Φ_s и Φ_t .

Обратим внимание на отношение n'/t' . В тех случаях, когда отрезок t в предметном пространстве становится равным бесконечности, отрезок t' переходит в отрезок t_F и тогда отношение n'/t_F выразит собой величину меридиональной силы склеенной поверхности Φ_t — величину первого порядка малости. Поэтому второй член в формуле (18.12) будет являться величиной второго порядка малости.

Более обще формулу (18.12) можно представить в виде

$$\Phi_t \cos^2 \varepsilon - \left(\Phi_t + \frac{n}{t} \right) (\sin^2 \varepsilon - \sin^2 \varepsilon') = \frac{\Phi_0}{\cos \varepsilon} = \Phi_s, \quad (18.13)$$

откуда следует, что при достаточно больших величинах предметных отрезков t второй член в левой части будет оставаться величиной второго порядка малости и может быть отброшен.

Таким образом, приходим к следующей формуле:

$$\Phi_t \cos^2 \varepsilon = \frac{\Phi_0}{\cos \varepsilon} = \Phi_s, \quad (18.14)$$

откуда

$$\Phi_t = \frac{\Phi_0}{\cos^3 \varepsilon}; \quad \Phi_s = \frac{\Phi_0}{\cos \varepsilon} \quad (18.15)$$

— формулы, связывающие между собой меридиональную и сагитальную силы поверхности склейки с ее силой вдоль оси.

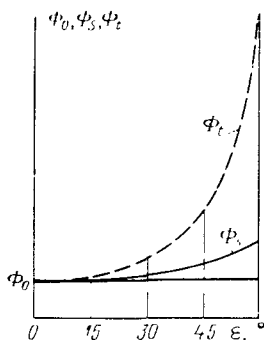
Из формул (18.15) вытекает, что меридиональная и сагитальная силы склеенной поверхности будут быстро возрастать по отношению к ее силе по оси с ростом углов преломления ε и ε' .

График изменения сил в зависимости от изменения углов ε приведен на рис. 18.1. Из рассмотрения этого графика видно, что и меридиональная Φ_t и сагитальная Φ_s силы склеенной поверхности для углов ε , не превосходящих величин в 30° , изменяются сравнительно медленно, мало отличаясь от силы Φ_0 по оси. Наоборот, после того как углы ε превзойдут по величине угол в 30° , значения сил Φ_t и Φ_s начинают быстро возрастать.

Исходя из формулы (18.15), можно составить отношения Φ_t/Φ_0 и Φ_s/Φ_0 и разложить их в ряд по степеням угла:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_t/\Phi_0 &= 1 + \frac{3}{2} \varepsilon^2 + \frac{37}{12} \varepsilon^4 + \dots; \\ \Phi_s/\Phi_0 &= 1 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 + \frac{5}{12} \varepsilon^4 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (18.16)$$

Полагая в этих формулах значение угла ε равным 0,5 рад (что соответствует углу $\varepsilon \approx 30^\circ$), видим, что вторые члены этих формул составляют для сагиттальной плоскости 12,5% и для меридиональной плоскости 37,5%, а третьи члены соответственно — 2,6 и 19%; таким образом, главенствующую роль будут играть члены, определяющие собой величину астигматизма третьего порядка.



18.1. Изменение меридиональной и сагиттальной сил склеенной поверхности

В случае же, когда угол ε равен $\sqrt{2}/2$ рад (что соответствует углу в 40°), в сагиттальной плоскости второй член возрастает уже до 25% и в меридиональной — до 75%; при этом третьи члены достигнут соответственно величин 10,4% и 77%.

При увеличении угла ε до одного радиана (что близко к углу в 60°) вторые члены возрастут в сагиттальной плоскости до 50% и в меридиональной — до 150%, а третьи члены соответственно — до 41,7% и 308,3%.

Эти подсчеты показывают, что при росте углов ε происходит более быстрый рост астигматизма пятого порядка. Таким образом, возникает возможность воздействия при помощи склеенной поверхности на астигматизм на краю поля зрения при сравнительно малом воздействии на астигматизм в средней части поля зрения. При этом для достижения такого воздействия необходимо иметь достаточно большие углы ε , равные или превосходящие 30° .

§ 90. Ориентировка склеенной поверхности

Установим связь между углами падения ε и полевыми углами ω . Для этой цели обратимся к рис. 18.2, на котором представлены преломляющая поверхность радиуса r , расположенная на расстоянии s от плоскости зрачка, и ход главного луча, составляющего с осью угол ω и с нормалью к преломляющей поверхности угол ε .

Опуская из центра поверхности C перпендикуляр CK на продолжение падающего главного луча, получаем, согласно чертежу,

$$r \sin \varepsilon = (r - s) \sin \omega, \quad (18.17)$$

откуда

$$\sin \varepsilon = (1 - s/r) \sin \omega. \quad (18.18)$$

Формула (18.18) позволяет судить о величине угла ϵ в зависимости от угла ω . Действительно, в тех случаях, когда коэффициент при синусе угла ω по абсолютной величине больше единицы, будет больше по величине и угол ϵ по отношению к углу ω .

Величина этого коэффициента зависит от величины и знака отношения s/r . Если это отношение отрицательное, то тогда синус угла ϵ получается по абсолютной величине больше, чем синус угла ω ; в случае, если отношение s/r положительное, но меньше двух, коэффициент при синусе угла ω будет по абсолютной величине меньше единицы, и тогда синус угла ϵ становится по абсолютной величине меньше синуса угла ω ; если s/r больше двух, то снова углы ϵ превзойдут углы ω .

Эти три случая могут быть записаны в виде неравенств:

$$\left. \begin{aligned} \frac{s}{r} < 0; \quad |\sin \epsilon| > |\sin \omega|; \\ 0 < \frac{s}{r} < 2; \quad |\sin \epsilon| < |\sin \omega|; \\ \frac{s}{r} > 2; \quad |\sin \epsilon| > |\sin \omega|. \end{aligned} \right\} \quad (18.19)$$

Обращаясь к рис. 18.2, видим, что первому случаю соответствует обращение преломляющей поверхности выпуклой стороной к зрачку. Условимся называть этот случай обратной ориентировкой склеенной поверхности в отличие от прямой ориентировки, когда преломляющая поверхность обращена к зрачку вогнутой стороной. Прямой ориентировке соответствует второе и третье условия формул (18.19).

Таким образом, углы ϵ будут получаться большими по абсолютной величине, чем углы ω , либо при обратной ориентировке, либо при прямой ориентировке, но при значительном удалении вершины преломляющей поверхности от зрачка входа.

Введение склеенной поверхности в оптическую систему связано с изменением показателя преломления после склеенной поверхности; следствием этого явится изменение показателя преломления перед последующей поверхностью. Совершенно очевидно, что такое изменение показателя преломления должно быть учтено.

Учет изменения показателя преломления перед последующей преломляющей поверхностью может быть осуществлен введением перед этой поверхностью фиктивной поверхности склейки с одинаковым радиусом кривизны и толщиной между ними, равной нулю, полагая показатель преломления между фиктивной поверхностью

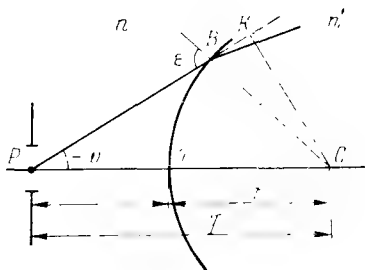


Рис. 18.2. Ориентировка склеенной поверхности

склейки и последующей поверхностью равным исходному показателю преломления.

Покажем, что введение такой фиктивной поверхности склейки будет тождественным изменению показателя преломления перед последующей поверхностью.

На рис. 18.3 представлены две преломляющие поверхности, разделяющие три среды с показателями преломления $n_1 = n + \Delta n$; $n_2 = n$ и $n_3 = n'$.

Если бы речь шла об одной преломляющей поверхности, то опуская из центра поверхности — точки C — перпендикуляры на падающий и преломленный лучи, можно написать:

$$q \sin \omega = r \sin \varepsilon; \quad q' \sin \omega' = r \sin \varepsilon'. \quad (18.20)$$

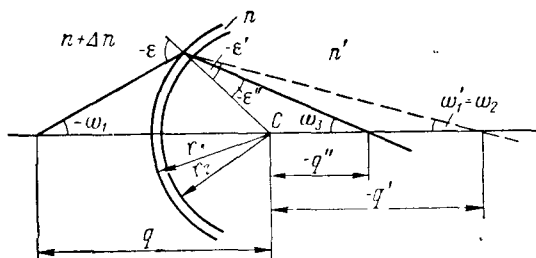


Рис. 18.3. К введению фиктивной поверхности склейки

Умножая первое равенство на n , а второе на n' , находим

$$nq \sin \omega = nr \sin \varepsilon = n'r \sin \varepsilon' = n'q' \sin \omega'. \quad (18.21)$$

Для случая двух поверхностей, согласно поставленному условию, $r_1 = r_2 = r$, $d = 0$, показатели преломления — n_1 , n_2 и n_3 .

Расстояние между центрами обеих поверхностей равно

$$k = r_2 - r_1 + d = 0. \quad (18.22)$$

Отрезки q'_1 и q'_2 после первой и перед второй поверхностями будут равны

$$q_2 = q'_1 + k = q'_1. \quad (18.23)$$

Углы ω'_1 и ω_2 также должны быть равными друг другу. Таким образом, можно написать

$$n_1 q_1 \sin \omega_1 = n_2 q'_1 \sin \omega_2 = n_2 q_2 \sin \omega_2 = n_3 q'_2 \sin \omega_3. \quad (18.24)$$

Углы ω_2 и ω_3 могут быть представлены в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \omega_2 &= \omega_1 + \varepsilon'_1 - \varepsilon_1; \\ \omega_3 &= \omega_2 + \varepsilon'_2 - \varepsilon_2. \end{aligned} \right\} \quad (18.25)$$

Так как

$$n_2 q_1' \sin \omega_2 = n_2 r \sin \varepsilon_1' \text{ и } n_2 q_2 \sin \omega_2 = n_2 r \sin \varepsilon_2, \quad (18.26)$$

согласно формуле (18.24), приходим к равенству

$$\varepsilon_1' = \varepsilon_2, \quad (18.27)$$

что позволяет написать

$$n_1 \sin \varepsilon_1 = n_2 \sin \varepsilon_1' = n_2 \sin \varepsilon_2 = n_3 \sin \varepsilon_2', \quad (18.28)$$

и возвращаясь к формулам (18.25) и складывая их,

$$\omega_3 = \omega_1 + \varepsilon_2' - \varepsilon_1. \quad (18.29)$$

Из формул (18.29) и (18.24) следует, что величина показателя преломления промежуточной среды в них не участвует и может быть выбрана произвольно.

Таким образом, если $n_1 = n$ и $n_3 = n'$, то при $q = q_1$ и $\omega_1 = \omega$ получаем величину углов $\omega_3 = \omega'$ и величину отрезков $q_2' = q'$, т. е. тождественными друг другу, что и показывает равнозначность работы одной преломляющей поверхности при изменении перед ней показателя преломления и работы пары поверхностей — фиктивной и исходной для произвольного хода реального луча.

Это позволяет, полагая $n_2 = n_0$ (исходному показателю преломления) и $n_1 = n_0 + \Delta n$ (измененному показателю преломления перед фиктивной поверхностью склейки), получить результат, тождественный непосредственному изменению показателя преломления перед последующей поверхностью.

Обратимся к случаю расположения двух склеенных поверхностей друг за другом. Исходя из того, что силы сбеих поверхностей будут невелики и их фокусные расстояния значительны, практически получаем, что косые толшины между склеенными поверхностями будут малы относительно этих фокусных расстояний, и потому представляется возможным осуществить непосредственное суммирование как меридиональных, так и сагиттальных сил склеенных поверхностей.

Таким образом, можно написать

$$\Phi_t = \frac{\Phi_{01}}{\cos^3 \varepsilon_1} + \frac{\Phi_{02}}{\cos^3 \varepsilon_2}; \quad \Phi_s = \frac{\Phi_{01}}{\cos \varepsilon_1} + \frac{\Phi_{02}}{\cos \varepsilon_2}; \quad \Phi_0 = \Phi_{01} + \Phi_{02}. \quad (18.30)$$

Поверхности склеек — фактическая и фиктивная — могут иметь различные ориентировки. В частности, полагая, что для второй поверхности имеет место прямая ориентировка по отношению к зрачку, когда углы ε_2 и ε_2' малы, формула (18.30) может быть переписана

$$\Phi_t = \frac{\Phi_{01}}{\cos^3 \varepsilon_1} + \Phi_{02}; \quad \Phi_s = \frac{\Phi_{01}}{\cos \varepsilon_1} + \Phi_0; \quad \Phi_0 = \Phi_{01} + \Phi_{02}, \quad (18.31)$$

что позволяет составить разность сил Φ_t и Φ_s :

$$\Phi_t - \Phi_s = \left(\frac{1}{\cos^3 \varepsilon_1} - \frac{1}{\cos \varepsilon_1} \right) \Phi_{01} = \frac{\sin^2 \varepsilon_1}{\cos^3 \varepsilon_1} \Phi_{01} = \frac{\Phi_{01}}{\cos \varepsilon_1} \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1. \quad (18.32)$$

§ 91. Влияние склеенной поверхности на сферическую абберацию

Рассмотрим влияние склеенной поверхности на сферическую абберацию. На рис. 18.4 представлен ход апертурного луча, параллельного оси и падающего на склеенную поверхность на высоте h .

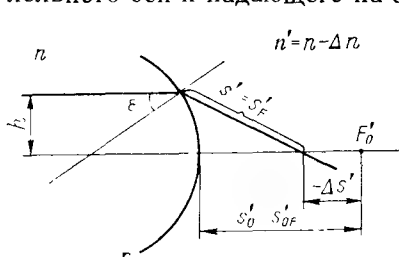


Рис. 18.4. К влиянию склеенной поверхности на сферическую абберацию

Отрезки s'_F и s'_{0F} можно выразить через силы Φ_0 и Φ_s :

$$\frac{n'}{s'_F} = \Phi_s = \frac{\Phi_0}{\cos \varepsilon}; \quad \frac{n'}{s'_{0F}} = \Phi_0, \quad (18.33)$$

откуда сферическая абберация

$$\begin{aligned} \Delta s' &= s'_F - s'_{0F} = \frac{n' \cos \varepsilon}{\Phi_0} - \frac{n'}{\Phi_0} = \\ &= \frac{n'}{\Phi_0} (\cos \varepsilon - 1). \end{aligned} \quad (18.34)$$

Сила Φ_0 может быть выражена через радиус r . Тогда

$$\Delta s' = \frac{n'}{\Delta n} (\cos \varepsilon - 1) r. \quad (18.35)$$

Предположим, что теперь мы имеем дело с двумя склеенными поверхностями. Суммарную сферическую абберацию можно представить в виде

$$\Delta s'_{I+II} = \Delta s'_I + \Delta s'_{II} = \frac{n'_I}{\Delta n_I} (\cos \varepsilon_I - 1) r_1 + \frac{n'_{II}}{\Delta n_{II}} (\cos \varepsilon_{II} - 1) r_2. \quad (18.36)$$

Разлагая косинусы углов ε_I и ε_{II} в ряд, можно написать

$$\begin{aligned} \Delta s'_{I+II} &= -\frac{n'_I}{\Delta n_I} \left(\frac{\varepsilon_I^2}{2!} - \frac{\varepsilon_I^4}{4!} + \frac{\varepsilon_I^6}{6!} - \dots \right) r_1 - \\ &- \frac{n'_{II}}{\Delta n_{II}} \left(\frac{\varepsilon_{II}^2}{2!} - \frac{\varepsilon_{II}^4}{4!} + \frac{\varepsilon_{II}^6}{6!} - \dots \right) r_2. \end{aligned} \quad (18.37)$$

Значения углов ε_I и ε_{II} можно связать со значениями радиусов и высоты h зависимостью

$$\sin \varepsilon = h/r \approx \varepsilon. \quad (18.38)$$

Таким образом, получаем

$$\Delta s'_{I+II} = - \left(\frac{n'_I}{\Delta n_I r_1} + \frac{n'_{II}}{\Delta n_{II} r_2} \right) \frac{h^2}{2!} + \\ + \left(\frac{n'_I}{\Delta n_I r_1^3} + \frac{n'_{II}}{\Delta n_{II} r_2^3} \right) \frac{h^4}{4!} - \left(\frac{n'_I}{\Delta n_I r_1^5} + \frac{n'_{II}}{\Delta n_{II} r_2^5} \right) \frac{h^6}{6!} + \dots \quad (18.39)$$

Радиусы можно выразить через силы поверхностей Φ_{01} и Φ_{02} . Тогда формула (18.39) преобразуется к виду

$$\Delta s'_{I+II} = - \left(\frac{n'_I \Phi_{01}}{\Delta n_I^2} + \frac{n'_{II} \Phi_{02}}{\Delta n_{II}^2} \right) \frac{h^2}{2!} + \\ + \left(\frac{n'_I \Phi_{01}^3}{\Delta n_I^4} - \frac{n'_{II} \Phi_{02}^3}{\Delta n_{II}^4} \right) \frac{h^4}{4!} - \left(\frac{n'_I \Phi_{01}^5}{\Delta n_I^6} + \frac{n'_{II} \Phi_{02}^5}{\Delta n_{II}^6} \right) \frac{h^6}{6!} + \dots \quad (18.40)$$

Сохраняя сумму сил

$$\Phi_{01} + \Phi_{02} = \Phi_0 = \text{const}, \quad (18.41)$$

получим в формуле (18.40) три независимых переменных, что позволяет управлять коэффициентами у трех членов разложения — управлять сферической абберацией третьего, пятого и седьмого порядков, т. е. осуществлять «двойную» коррекцию сферической абберации.

Возможность такой двойной коррекции сферической абберации при использовании двух склеенных поверхностей иллюстрируется на примере склеенного объектива, представленного на рис. 18.5. Этот объектив имеет следующие конструктивные элементы:

r	d	n_D
67,188	12,0	1,6126
—36,141		
—49,967	3,0	1,5891
—800,0	4,0	1,7280
$f' = 125,0;$		$s'_F = 112,145$

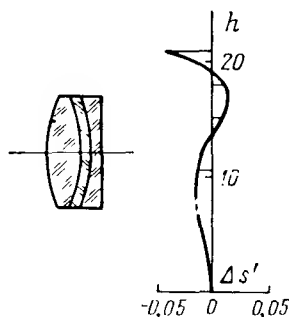


Рис. 18.5. Двойная коррекция сферической абберации

Выражение для продольной сферической абберации позволяет осуществить переход к волновой абберации. Для выполнения такого перехода нужно выразить высоты через апертурные углы и

затем выполнить деление коэффициентов на сумму показателей степеней апертурных углов плюс два. Таким образом, получаем

$$\Delta l = \frac{f_0'^2}{4} \left(\frac{n_1' \Phi_{01}}{\Delta n_1^2} + \frac{n_{11}' \Phi_{02}}{\Delta n_{11}^2} \right) \frac{\sigma^4}{2!} -$$

$$- \frac{f_0'^4}{6} \left(\frac{n_1' \Phi_{01}^3}{\Delta n_1^4} + \frac{n_{11}' \Phi_{02}^3}{\Delta n_{11}^4} \right) \frac{\sigma^6}{4!} + \frac{f_0'^6}{8} \left(\frac{n_1' \Phi_{01}^5}{\Delta n_1^6} + \frac{n_{11}' \Phi_{02}^5}{\Delta n_{11}^6} \right) \frac{\sigma^8}{6!} - \dots$$

(18.42)

Возможность изменения в формуле (18.42) всех трех коэффициентов при различных степенях апертурных углов приводит к равнозначности (для монохроматических аберраций!) работы двух склеенных поверхностей и работы деформированной сферической поверхности в случае возможности изменения у нее трех первых членов разложения.

Подобное соответствие будет наиболее полным в том случае, когда сумма сил склеенных поверхностей равна нулю, т.е. $\Phi_{01} = -\Phi_{02}$.

Проанализируем влияние склеенной поверхности при введении ее в положительную линзу. В качестве исходной линзы примем плоско-выпуклую линзу, обращенную плоской стороной к предмету, расположенному в бесконечности.

Склеенную поверхность сделаем отрицательной по силе и условимся называть такие поверхности нормальными склейками; ориентировку поверхности склейки примем прямой.

Такая склеенная поверхность для линзы с исправленным астигматизмом первоначально не сможет существенно повлиять на него, хотя и внесет небольшой положительный астигматизм, благодаря чему около исходного положения анастигматического зрачка образуются два близко расположенных друг к другу анастигматических зрачка с дальнейшим переходом к отрицательному астигматизму. По мере еще большего удаления зрачка входа склеенная поверхность будет усиливать свое воздействие на астигматизм, и рано или поздно ее положительный астигматизм скомпенсирует отрицательный астигматизм, присущий исходной положительной линзе.

Таким образом, снова возникает область положений входного зрачка, внутри которой астигматизм рассматриваемой линзы окажется положительным, и при переходе в эту область определится положение третьего анастигматического зрачка.

Положение этого третьего дополнительного зрачка будет сильно отличаться для разных полевых углов и будет наиболее удаленным для самого меньшего полевого угла.

Такая картина возникновения третьего дополнительного астигматического зрачка представлена на рис. 18.6 для склеенной линзы, имеющей следующие данные:

r	d	n_D
∞	10,0	1,5480
-30,82	5,0	1,6126
-50,97		
$l' \dots 99,591; s'_F = 100,641$		

Величины изменения астигматизма приведены в табл. 18.1.

При введении еще более крутого радиуса склейки не только не произойдет возникновение третьего положения анастигматического зрачка, но (удет иметь место исчезновение одного из двух исходных положений — дальнего положения зрачка.

При этом кривые изменения астигматизма потеряют точки минимума, и кома при изменении положения входного зрачка уже не сможет переходить через нулевое значение.

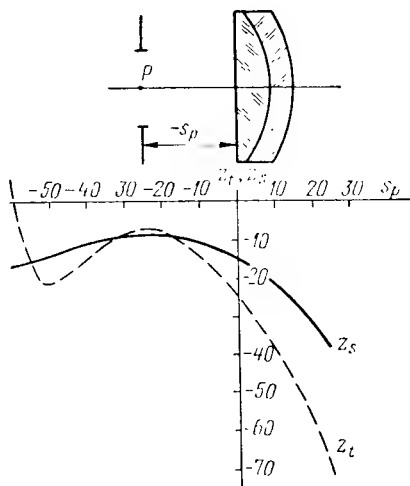


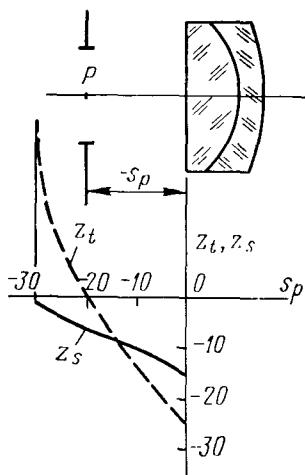
Рис. 18.6. Склеенная линза с тремя положениями анастигматического зрачка

Таблица 18.1

s_p	z_t	z_s	$z_t - z_s$
25,0	-72,76	-38,10	-34,66
0,0	-25,62	-14,67	-10,95
-15,0	-10,68	-9,21	-1,47
-18,0	-8,80	-8,60	0,20
-25,0	-7,42	-8,15	0,73
-30,2	-8,30	-8,47	0,17
-35,0	-10,33	-9,24	-1,12
-50,0	-21,09	-14,16	-6,93
-60,0	4,55	-17,17	21,72

Характерно, что кривая изменения меридиональной кривизны вместо выпуклости приобретет вогнутость, что будет являться признаком появления положительной сферической аберрации.

Такая картина представлена на рис. 18.7 для линзы, имеющей следующие данные:



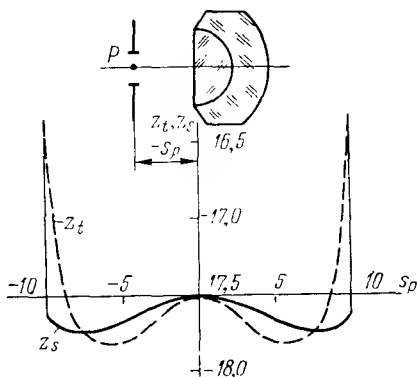
r	d	n_D
∞	10,0	1,5480
-20,03	5,0	1,6126
-46,76		
$f' = 99,933; s'_F = 100,932$		

Величины изменения астигматизма приведены в табл. 18.2.

Склеенная поверхность способна внести два дополнительных положения анастигматических зрачков; примером тому может служить

положительная толстая линза с введенной в нее concentрической поверхностью склейки. Данные этой линзы приведены ниже:

r	d	n_D
∞	20	1,5163
-20	20	1,7172
-40		
$f' = 100,174; s'_F = 111,893$		



Такая линза представлена на рис. 18.8, а величины изменения астигматизма приведены в табл. 18.3.

При положении входного зрачка, совпадающем с первой поверхностью линзы, наблюдается исправление астигматизма при касании вершин обеих астигматических кривых и по обе стороны от этого положения на равных расстояниях располагаются еще два дополнительных анастигматических зрачка.

Рис. 18.8. Концентрическая склеенная линза и ее астигматизм в зависимости от положения зрачка

Представляется возможным при придании первой поверхности рассматриваемой линзы небольшой вогнутости осуществить пересечение астигматических кривых друг с другом; в этом случае

Таблица 18.2

s_p	z_t	z_s	$z_t - z_s$
0	-25,65	-14,86	-10,69
-15	-7,16	-8,26	1,10
-20	-0,85	-6,46	5,61
-25	9,07	-4,38	13,45
-30	34,59	-1,15	35,74

склеенная линза стала бы обладать четырьмя положениями анастигматических зрачков — двумя основными и двумя дополнительными.

Таблица 18.3

s_p	z_t	z_s	$z_t - z_s$
10,00	-16,35	-17,62	1,27
7,91	-17,71	-17,74	0,03
4,00	-17,78	-17,62	-0,16
0,00	-17,53	-17,53	0,00
-4,00	-17,78	-17,62	-0,16
-7,91	-17,71	-17,74	0,03
-10,00	-16,35	-17,62	1,27

§ 92. Работа тонкого воздушного промежутка

При складывании двух линз с равными радиусами кривизны, до осуществления склейки, между поверхностями остается тонкая воздушная прослойка. Такая прослойка, как это было установлено в § 90, не должна изменять ход лучей по отношению к склеенной поверхности, хотя возможно, что на воздушной прослойке произойдет полное внутреннее отражение для некоторых лучей, которые проходили бы склеенную поверхность беспрепятственно.

Наряду с этим, поверхности, ограничивающие воздушную прослойку, могут иметь и несколько различающиеся радиусы и может существовать небольшая, но не равная нулю воздушная толщина.

Таким образом, для воздушной прослойки будем иметь, кроме параметров, присущих склеенной поверхности (разности показа-

телей преломления по обе стороны прослойки и величины исходного радиуса кривизны), еще два параметра — разность радиусов поверхностей, ограничивающих прослойку, и величину воздушного промежутка вдоль оси.

Эти дополнительные параметры воздушной прослойки позволяют делать ее афокальной; при этом не исключается воздействие прослойки на aberrации. Кроме того, принимая разность показателей преломления по обе стороны прослойки равной нулю, также не исключаем ее aberrационные свойства.

Переход к воздушной прослойке мог быть осуществлен от пары склеенных поверхностей с близкими радиусами путем снижения

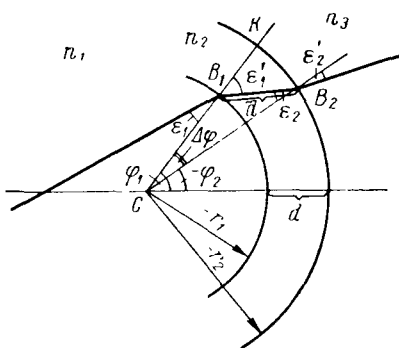


Рис. 18.9. Концентрическая воздушная прослойка

показателя преломления промежуточной среды до единицы. Однако определенным затруднением при подобном переходе явилось бы возрастание разностей показателей на обеих поверхностях, что поставило бы под сомнение применимость в этом случае формул для астигматизма склеенных поверхностей, полученных из условия малых разностей показателей.

Из-за этих причин возникает необходимость рассмотрения работы расклейки. Любую расклейку — систему из двух преломляющих

поверхностей с различными радиусами по величине, но с одинаковыми знаками, разделенных малым воздушным промежутком, — всегда можно представить состоящей из двух прослоек: концентрической и с разными радиусами, не концентричными друг другу.

При таком разделении можно отнести разность показателей преломления к случаю концентрической прослойки. Это позволяет рассматривать прослойку с разными радиусами как прослойку, разделяющую одинаковые среды, что приводит ее к случаю воздушной линзы с разными радиусами.

Подобное разделение позволяет свести влияние воздушного промежутка к действию концентрической прослойки, а работу прослойки с разными радиусами рассматривать лишь для какого-то определенного выбора толщин, в частности для случая равенства кривизны нулю.

Рассмотрим работу концентрической воздушной прослойки, представленной на рис. 18.9. Из треугольника B_1B_2K , образованного кривизной $\tilde{d}$, толщиной прослойки $d = r_1 - r_2$ и участком дуги KB_2 , равным произведению величины второго радиуса на угол $\Delta\varphi$ между нормальными CB_1 и CB_2 , следует

$$\tilde{d} = d / \cos \epsilon'_1. \quad (18.43)$$

Найдем угол

$$\Delta\varphi = \varepsilon'_1 - \varepsilon_2 = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{KB_2}{r_2} = -\frac{d}{r_2} \operatorname{tg} \varepsilon'_1, \quad (18.44)$$

откуда

$$\varepsilon_2 = \varepsilon'_1 + \frac{d}{r_2} \operatorname{tg} \varepsilon'_1. \quad (18.45)$$

Определим синус угла ε_2

$$\sin \varepsilon_2 = \sin \varepsilon'_1 \cos \left(\frac{d}{r_2} \operatorname{tg} \varepsilon'_1 \right) + \cos \varepsilon'_1 \sin \left(\frac{d}{r_2} \operatorname{tg} \varepsilon'_1 \right). \quad (18.46)$$

Полагая, что d мало и пренебрегая величинами высшего порядка малости, находим

$$\sin \varepsilon_2 = \sin \varepsilon'_1 + \frac{d}{r_2} \operatorname{tg} \varepsilon'_1 \cos \varepsilon'_1 = \left(1 + \frac{d}{r_2} \right) \sin \varepsilon'_1. \quad (18.47)$$

Если $n_1 = n_3 = n$ и $n_2 = 1$, можно определить синусы углов ε_1 и ε'_2 и по аналогии записать

$$\sin \varepsilon'_2 = \left(1 + \frac{d}{r_2} \right) \sin \varepsilon_1. \quad (18.48)$$

Возводя это выражение в квадрат, можно написать

$$\sin^2 \varepsilon'_2 = 1 - \cos^2 \varepsilon'_2 = \left(1 + \frac{d}{r_2} \right)^2 (1 - \cos^2 \varepsilon_1) \quad (18.49)$$

или

$$\cos^2 \varepsilon'_2 = \cos^2 \varepsilon_1 - \frac{2d}{r_2} \sin^2 \varepsilon_1, \quad (18.50)$$

и, извлекая квадратные корни,

$$\cos \varepsilon'_2 = \cos \varepsilon_1 \sqrt{1 - \frac{2d}{r_2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1} = \left(1 - \frac{d}{r_2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1 \right) \cos \varepsilon_1. \quad (18.51)$$

Возвращаясь к формуле (18.45), находим

$$\cos \varepsilon_2 = \cos \varepsilon'_1 \cos \left(\frac{d}{r_2} \operatorname{tg} \varepsilon'_1 \right) - \sin \varepsilon'_1 \sin \left(\frac{d}{r_2} \operatorname{tg} \varepsilon'_1 \right) \quad (18.52)$$

и, отбрасывая величины высшего порядка малости,

$$\cos \varepsilon_2 = \cos \varepsilon'_1 - \frac{d}{r_2} \frac{\sin^2 \varepsilon'_1}{\cos \varepsilon'_1} = \left(1 - \frac{d}{r_2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1 \right) \cos \varepsilon'_1. \quad (18.53)$$

Пользуясь дважды меридиональным инвариантом, получим, полагая отрезок t_1 равным бесконечности:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\cos^2 \varepsilon'_1}{t'_1} &= \frac{\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1}{r_1}; \\ \frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} - \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{t_2} &= \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_1 - d}. \end{aligned} \right\} \quad (18.54)$$

Складывая эти два выражения, находим

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} - \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{t_2} + \frac{\cos^2 \varepsilon'_1}{t'_1} = \frac{\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1}{r_1} + \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_1 - d}. \quad (18.55)$$

Преобразуем первую формулу (18.54), заменив в ней t'_1 на сумму $(t_2 + \tilde{d})$, а косую толщину $\tilde{d}$ выразив в соответствии с формулой (18.43),

$$\frac{\cos^2 \varepsilon'_1}{t'_1} = \frac{\cos^2 \varepsilon'_1}{t_2 + d/\cos \varepsilon'_1} = \frac{1}{t_2} \frac{\cos^2 \varepsilon'_1}{1 + d/(t_2 \cos \varepsilon'_1)} = \frac{\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1}{r_1}. \quad (18.56)$$

Аналогично преобразуется и вторая формула (18.54)

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} - \frac{\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1}{r_1} \left(1 + \frac{d}{t_2 \cos \varepsilon'_1} \right) \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{\cos^2 \varepsilon'_1} = \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_1 - d}. \quad (18.57)$$

Так как отрезок t_2 мало отличается от отрезка t'_1 , в формуле (18.57) он может быть заменен через отрезок t'_1 , и тогда

$$\begin{aligned} \frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} &= \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_1 - d} - \\ &- \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \left(1 - \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \frac{d}{\cos^3 \varepsilon'_1} \right) \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{\cos^2 \varepsilon'_1}. \end{aligned} \quad (18.58)$$

Согласно формуле (18.53), отношение $\cos^2 \varepsilon_2/\cos^2 \varepsilon'_1$ может быть выражено через $1 - 2 \frac{d}{r_2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1$. Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} &= \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_1 - d} - \\ &- \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \left(1 - 2 \frac{d}{r_2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1 - \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \frac{d}{\cos^3 \varepsilon'_1} \right). \end{aligned} \quad (18.59)$$

Вынесем за общую скобку множитель перед круглыми скобками

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \left(\frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1} \frac{r_1}{r_1 - d} - 1 + \right. \\ \left. + 2 \frac{d}{r_2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1 + \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \frac{d}{\cos^3 \varepsilon'_1} \right). \quad (18.60)$$

Пользуясь формулами (18.51) и (18.53), косинусы углов ε'_2 и ε_2 могут быть исключены

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \\ = \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \left[\frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1 - (n \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1 \cos \varepsilon_1 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1 \cos \varepsilon'_1) d/r_2}{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1} \frac{r_1}{r_2} - \right. \\ \left. - 1 + 2 \frac{d}{r_2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1 + \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \frac{d}{\cos^3 \varepsilon'_1} \right], \quad (18.61)$$

или

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \left(\frac{d}{r_2} - \frac{n \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1 \cos \varepsilon_1 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1 \cos \varepsilon'_1}{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1} \frac{d}{r_2} + \right. \\ \left. + 2 \frac{d}{r_2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1 + \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{r_1} \frac{d}{\cos^3 \varepsilon'_1} \right). \quad (18.62)$$

В скобках формулы (18.62) во все члены входит множителем малая величина d ; это позволяет вынести за скобки общий множитель d/r , так как различие в радиусах r_1 и r_2 будет выражаться при этом величинами высшего порядка малости.

Таким образом, получаем

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \\ = (n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1) \left[- \frac{n \cos \varepsilon_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1) - \cos \varepsilon'_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1)}{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1} + \right. \\ \left. + \frac{2}{\cos^2 \varepsilon'_1} + \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{\cos^3 \varepsilon'_1} \right] \frac{d}{r^2} \quad (18.63)$$

или

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = (n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1) \left(- \frac{n/\cos \varepsilon_1 - 1/\cos \varepsilon'_1}{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1} + \frac{2}{\cos^2 \varepsilon_1} + \right. \\ \left. + \frac{n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1}{\cos^3 \varepsilon'_1} \right) \frac{d}{r^2}, \quad (18.64)$$

откуда

$$\frac{n \cos^2 \epsilon'_2}{t'_2} = \left[-\frac{n}{\cos \epsilon_1} + \frac{1}{\cos \epsilon'_1} + \frac{2}{\cos^2 \epsilon'_1} (n \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1) + \frac{(n \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1)^2}{\cos^3 \epsilon'_1} \right] \frac{d}{r^2}. \quad (18.65)$$

Раскрывая круглые скобки и делая сокращения, получим

$$\frac{n \cos^2 \epsilon'_2}{t'_2} = \left(-\frac{n}{\cos \epsilon_1} + \frac{n^2 \cos^2 \epsilon_1}{\cos^2 \epsilon'_1} \right) \frac{d}{r^2}; \quad (18.66)$$

$$\frac{1}{t'_2} = \left(\frac{n}{\cos^3 \epsilon'_1} - \frac{1}{\cos^3 \epsilon_1} \right) \frac{\cos^2 \epsilon_1}{\cos^2 \epsilon'_1} \frac{d}{r^2}. \quad (18.67)$$

Так как углы ϵ'_2 и ϵ_1 мало отличаются друг от друга, то, отбрасывая величины высшего порядка малости, находим

$$\frac{1}{t'_2} = \left(\frac{n}{\cos^3 \epsilon'_1} - \frac{1}{\cos^3 \epsilon_1} \right) \frac{d}{r^2} \quad (18.68)$$

— выражение, определяющее величину меридионального фокального отрезка t'_2 ; величину меридионального фокусного расстояния можно получить, умножая этот отрезок на показатель преломления n .

Переходя к сагиттальной плоскости, можно написать

$$\frac{n}{s'_2} + \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_2} = \frac{n \cos \epsilon'_2 - \cos \epsilon_2}{r_2} - \frac{n \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1}{r_1}, \quad (18.69)$$

откуда, используя преобразования, сделанные при выводе формулы (18.61),

$$\begin{aligned} & \frac{n}{s'_2} - \frac{d}{s'_1 s_2 \cos \epsilon'_1} + \\ & + \frac{n \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1 - (n \operatorname{tg}^2 \epsilon_1 \cos \epsilon_1 - \operatorname{tg}^2 \epsilon'_1 \cos \epsilon'_1) d/r_2}{r_2} - \frac{n \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1}{r_1}. \end{aligned} \quad (18.70)$$

Заменяя отрезок s_2 через отрезок s'_1 в первом члене формулы (18.70) и учитывая формулу (18.69), находим

$$\begin{aligned} \frac{n}{s'_2} = & \left(\frac{n \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1}{r_1} \right)^2 \frac{d}{\cos \epsilon'_1} + (n \cos \epsilon_1 - \cos \epsilon'_1) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) - \\ & - (n \operatorname{tg}^2 \epsilon_1 \cos \epsilon_1 - \operatorname{tg}^2 \epsilon'_1 \cos \epsilon'_1) \frac{d}{r_2^2} \end{aligned} \quad (18.71)$$

или, вынося за скобку отношение d/r^2 ,

$$\frac{n}{s'_2} = \left(\frac{n^2 \cos^2 \epsilon_1}{\cos \epsilon'_1} - \frac{n}{\cos \epsilon_1} + \frac{1}{\cos \epsilon'_1} - \cos \epsilon'_1 \right) \frac{d}{r^2}. \quad (18.72)$$

Делаем некоторые преобразования:

$$\begin{aligned}\frac{n}{s'_2} &= \left(\frac{n^2 \cos^2 \varepsilon_1}{\cos \varepsilon'_1} - \frac{n}{\cos \varepsilon_1} + \frac{n^2 \sin^2 \varepsilon_1}{\cos \varepsilon'_1} \right) \frac{d}{r^2} = \\ &= \left(\frac{n^2}{\cos \varepsilon'_1} - \frac{n}{\cos \varepsilon_1} \right) \frac{d}{r^2}\end{aligned}\quad (18.73)$$

и окончательно

$$\frac{1}{s'_2} = \left(\frac{n}{\cos \varepsilon'_1} - \frac{1}{\cos \varepsilon_1} \right) \frac{d}{r^2}. \quad (18.74)$$

Равно как и в меридиональной плоскости, произведение из сагиттального фокального отрезка на показатель преломления дает величину фокусного расстояния в сагиттальной плоскости.

Таким образом, можно написать:

$$f'_t = n f'_F; \quad f'_s = n s'_F, \quad (18.75)$$

и тогда меридиональная и сагиттальная силы представятся в виде:

$$\left. \begin{aligned}\Phi_t - \frac{1}{f'_t} &= \left(\frac{n}{\cos^3 \varepsilon'_1} - \frac{1}{\cos^3 \varepsilon_1} \right) \frac{d}{nr^2}; \\ \Phi_s = \frac{1}{f'_s} &= \left(\frac{n}{\cos \varepsilon'_1} - \frac{1}{\cos \varepsilon_1} \right) \frac{d}{nr^2}.\end{aligned}\right\} \quad (18.76)$$

Формулы (18.76) при малых углах переходят в силу концентрической прослойки

$$\Phi_0 = \frac{n-1}{n} \frac{d}{r^2}, \quad (18.77)$$

что позволяет выразить силы в меридиональной и сагиттальной плоскостях через силу прослойки на оси:

$$\left. \begin{aligned}\Phi_t &= \frac{n/\cos^3 \varepsilon'_1 - 1/\cos^3 \varepsilon_1}{n-1} \Phi_0; \\ \Phi_s &= \frac{n/\cos \varepsilon'_1 - 1/\cos \varepsilon_1}{n-1} \Phi_0.\end{aligned}\right\} \quad (18.78)$$

Концентрическую прослойку рассматривали, полагая первую и последнюю среды одинаковыми; переход к разным показателям преломления нетрудно получить, добавляя (или вычитая) к концентрической прослойке концентрическую поверхность склейки при требуемой разности показателей.

Перейдем к рассмотрению воздушной линзы с различными радиусами, работающей на остром крае. Обращаясь к рис. 18.10, на котором представлена прослойка с острым краем и радиусами r_1 и $r_2 = r_1 + \Delta r$, можно написать при малом $\tilde{d}$

$$-r_1 = -r_2 + k \cos \varphi_1, \quad (18.79)$$

откуда

$$\Delta r = r_2 - r_1 = k \cos \varphi_1, \quad (18.80)$$

где k — расстояние между центрами обеих поверхностей, равное

$$k = r_2 - r_1 + d_0. \quad (18.81)$$

Тогда

$$d_0 = k - \Delta r = (1/\cos \varphi_1 - 1) \Delta r. \quad (18.82)$$

Величина угла $\Delta \varphi$ между нормальными на остром крае будет равна

$$\Delta \varphi = -\frac{k \sin \varphi_1}{r_2} = -\frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1. \quad (18.83)$$

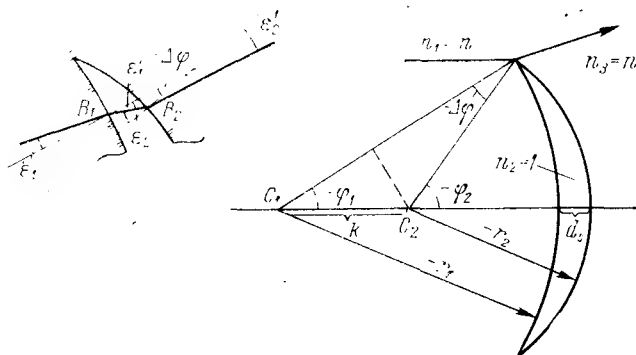


Рис. 18.10. Воздушная прослойка с острым краем

В результате равенства косо́й толщины $\tilde{d}$ нулю будем иметь

$$t_2 = t'_1. \quad (18.84)$$

Пользуясь дважды меридиональным инвариантом и полагая предметный отрезок t равным бесконечности, находим:

$$\frac{\cos^2 \varepsilon'_1}{t'_1} = \frac{\cos^2 \varepsilon'_1}{t_2} = \frac{\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1}{r_1}; \quad (18.85)$$

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{t_2} = \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_2}. \quad (18.86)$$

Исключая из формулы (18.86) стрезок t_2 с помощью формулы (18.85), получаем

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \frac{\cos^2 \varepsilon_2}{\cos^2 \varepsilon'_1} \frac{\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1}{r_1} + \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_2}. \quad (18.87)$$

Угол ε_2 можно выразить через углы $\Delta \varphi$ и ε'_1 , согласно рис. 18.10,

$$\varepsilon_2 = \varepsilon'_1 - \Delta \varphi = \varepsilon'_1 + \frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1. \quad (18.88)$$

Далее, имея в виду малость угла $\Delta\varphi$, найдем

$$\cos \varepsilon_2 = \cos \varepsilon'_1 - \frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1 \sin \varepsilon'_1, \quad (18.89)$$

откуда нетрудно получить отношение квадратов косинусов углов

$$\frac{\cos^2 \varepsilon_2}{\cos^2 \varepsilon'_1} = 1 - 2 \frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varepsilon'_1. \quad (18.90)$$

Формула (18.88) позволяет перейти к синусам

$$\sin \varepsilon_2 = \sin \varepsilon'_1 \cos \left(\frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1 \right) + \cos \varepsilon'_1 \sin \left(\frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1 \right) \quad (18.91)$$

или

$$\sin \varepsilon_2 = \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varepsilon'_1} \frac{\Delta r}{r_2} \right) \sin \varepsilon'_1, \quad (18.92)$$

и, деля на n ,

$$\frac{\sin \varepsilon_2}{n} = \sin \varepsilon'_2 = \left(1 + \frac{\Delta r}{r_2} \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varepsilon'_1} \right) \sin \varepsilon_1. \quad (18.93)$$

Возводя выражение (18.93) в квадрат, можно получить зависимость косинусов углов ε'_2 и ε_1

$$\cos^2 \varepsilon'_2 = \left(1 - 2 \frac{\Delta r}{r_2} \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon_1 \operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon'_1} \right) \cos^2 \varepsilon_1, \quad (18.94)$$

откуда

$$\cos \varepsilon'_2 = \left(1 - \frac{\Delta r}{r_2} \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon_1 \operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varepsilon'_1} \right) \cos \varepsilon_1. \quad (18.95)$$

Из формулы (18.95) следует

$$\begin{aligned} n \cos \varepsilon'_2 &= n \cos \varepsilon_1 - \frac{\Delta r}{r_2} \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varepsilon'_1} n \cos \varepsilon_1 \operatorname{tg}^2 \varepsilon_1 = \\ &= n \cos \varepsilon_1 - \frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1 \cos \varepsilon'_1 \operatorname{tg} \varepsilon_1, \end{aligned} \quad (18.96)$$

что позволяет составить разность между выражениями (18.96) и (18.89)

$$\begin{aligned} n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2 &= n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1 - \\ &- \frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1 (\cos \varepsilon'_1 \operatorname{tg} \varepsilon_1 - \sin \varepsilon'_1) \end{aligned} \quad (18.97)$$

или

$$n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2 = (n \cos \varepsilon_1 - \cos \varepsilon'_1) \left(1 + \frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varepsilon_1 \right). \quad (18.98)$$

Величину отношения $\Delta r/r_2$ можно представить в виде

$$\frac{\Delta r}{r_1 + \Delta r} = \frac{\Delta r}{r_1(1 + \Delta r/r)} = \frac{\Delta r}{r_1} \left(1 - \frac{\Delta r}{r_1}\right), \quad (18.99)$$

что позволяет преобразовать формулу (18.87), используя при этом также формулы (18.90) и (18.98), к виду

$$\begin{aligned} \frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} &= \frac{\Delta r}{r^2} [(\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1)(1 - 2 \operatorname{tg} \varepsilon'_1 \operatorname{tg} \varphi_1) - \\ &\quad - (\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1) \operatorname{tg} \varepsilon_1 \operatorname{tg} \varphi_1] \end{aligned} \quad (18.100)$$

и окончательно

$$\frac{n \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \frac{\Delta r}{r^2} (\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1) [1 - (2 \operatorname{tg} \varepsilon'_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_1) \operatorname{tg} \varphi_1]. \quad (18.101)$$

Обращаясь к сагиттальной плоскости, можно написать:

$$\frac{1}{s_2} = \frac{1}{s'_1} = \frac{\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1}{r_1}; \quad (18.102)$$

$$\frac{n}{\varepsilon'_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_2}, \quad (18.103)$$

откуда следует, учитывая формулу (18.97),

$$\begin{aligned} \frac{n}{s'_2} &= \frac{\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1}{r_1} + \frac{n \cos \varepsilon'_2 - \cos \varepsilon_2}{r_2} = \\ &= (\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1) \left[\frac{1}{r_1} - \left(1 + \frac{\Delta r}{r_2} \operatorname{tg} \varepsilon_1 \operatorname{tg} \varphi_1\right) \frac{1}{r_2} \right] \end{aligned} \quad (18.104)$$

и окончательно

$$\frac{n}{s'_2} = (\cos \varepsilon'_1 - n \cos \varepsilon_1) (1 - \operatorname{tg} \varepsilon_1 \operatorname{tg} \varphi_1) \frac{\Delta r}{r^2}. \quad (18.105)$$

Формулы (18.101) и (18.105) позволяют определять величину астигматизма, вносимого прослойкой с различными радиусами.

Глава 19

НЕКОТОРЫЕ ПРИЕМЫ ИСПРАВЛЕНИЯ АБЕРРАЦИЙ

§ 93. Исправление астигматизма

Ранее был рассмотрен ряд случаев, когда ставились задачи устранения астигматизма; при практической разработке оптических систем может, однако, встретиться необходимость введения в опти-

ческую систему элемента, создающего астигматизм определенной величины и знака, не нарушая при этом существенным образом других aberrаций системы.

Одним из подобных элементов может явиться тонкая линза, размещаемая вблизи материальной диафрагмы; однако введение такой линзы всегда будет связано с введением некоторой дополнительной оптической силы, что может повлиять и на другие aberrации системы.

Этого можно избежать, если, вводя тонкую линзу, мы одновременно введем concentрическую линзу той же оптической силы по абсолютной величине, но обратной по знаку, с центром, совпадающим с центром материальной диафрагмы. При помощи комбинации этих линз нетрудно вводить отрицательный астигматизм.

Система такого рода представлена на рис. 19.1. Она является системой телескопической, составленной из тонкой и concentрической линз, с увеличением $\Gamma = 1$.

В соответствии с этим силы обеих линз связываются формулой

$$\Phi_T + \Phi_K = 0 = (n_2 - 1)(1/r_1 - 1/r_2) + (1 - 1/n_4)(1/r_3 - 1/r_4). \quad (19.1)$$

Введение положительного астигматизма с помощью такого приема можно осуществить в том случае, когда представляется возможным в пространстве у материальной диафрагмы, заполненном в исходной системе стеклом, создать тонкую воздушную линзу в сочетании с concentрической воздушной прослойкой требуемой силы.

В качестве второго примера введения астигматизма можно воспользоваться случаем изменения астигматизма у половинки системы, обладающей в пространстве около материальной диафрагмы достаточно большой комой, которая для всей системы будет уравниваться комой ее половинки, расположенной по другую сторону от материальной диафрагмы.

Этот прием широко используется в симметричных или в пропорциональных системах. Он может быть распространен также на несимметричные системы.

В целях устранения влияния изменения астигматизма на другие aberrации системы, выгодно образовывать в пространстве у материальной диафрагмы параллельный ход апертурных лучей.

Такой параллельный ход может быть осуществлен и в случае заполнения пространства у материальной диафрагмы стеклом, когда двумя равными радиусами в этом пространстве создается воздушная линза с увеличением, равным единице. Наоборот, в случае наличия воздушного промежутка у диафрагмы, в котором

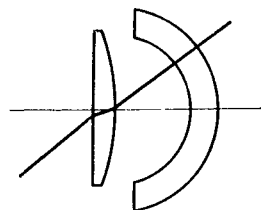


Рис. 19.1. Совокупность тонкой и concentрической линз

может быть размещена стеклянная линза с параллельным ходом апертурных лучей внутри ее, изменение толщины линзы будет заменять собой изменение воздушного промежутка между половинками системы. Для иллюстрации подобного приема приведем системы, представленные на рис. 19.2.

Совершенно очевидно, что для изменения астигматизма широко могут быть использованы прогибы одиночных линз в воздухе, не расположенных в плоскости у материальной диафрагмы, а отстоящих от нее на достаточно больших расстояниях. В таком случае

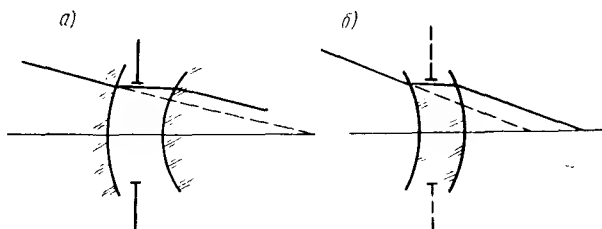


Рис. 19.2. Параллельный ход лучей в пространстве у материальной диафрагмы: а — в воздухе; б — в стекле

действие прогибов линз будет напоминать по своему характеру работу малых деформаций сферических поверхностей, рассмотренную в §§ 77—78.

Одним из малоизвестных средств получения положительного астигматизма у сферической поверхности, имеющей положительную оптическую силу, является случай, когда такая поверхность работает при расположении предмета вблизи ее центра и телецентрическом ходе главного луча.

Таким образом, полагаем, что предметные отрезки t и s , равные друг другу, будут равны по своей величине произведению радиуса этой поверхности на косинус угла падения главного луча с нормалью ϵ . В соответствии с этим можно написать, пользуясь меридиональным и сагиттальным инвариантами:

$$t = s = r \cos \epsilon; \quad (19.2)$$

$$\frac{n' \cos^2 \epsilon'}{t'} - \frac{n \cos^2 \epsilon}{r \cos \epsilon} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r} = \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s}, \quad (19.3)$$

откуда

$$\frac{n' \cos^2 \epsilon'}{t'} = \frac{n' \cos \epsilon'}{r} \quad (19.4)$$

или

$$t' = r \cos \epsilon'. \quad (19.5)$$

Для сагиттальной плоскости

$$\frac{n'}{s'} = \left(n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon + \frac{n}{\cos \epsilon} \right) \frac{1}{r}, \quad (19.6)$$

откуда

$$s' = \frac{r}{\cos \epsilon' - \frac{n}{n'} \cos \epsilon + \frac{n}{n' \cos \epsilon}} \quad (19.7)$$

или, пользуясь законом преломления,

$$s' = \frac{r}{(1 + \operatorname{tg} \epsilon \operatorname{tg} \epsilon') \cos \epsilon'}. \quad (19.8)$$

Формулу для меридионального отрезка t' можно представить в виде

$$t' = \frac{r}{(1 + \operatorname{tg}^2 \epsilon') \cos \epsilon'}. \quad (19.9)$$

Сопоставляя формулы (19.9) и (19.8) для случая, когда показатель преломления последующей среды больше показателя преломления предыдущей среды ($n' > n$ — преломление из воздуха в стекло), и, следовательно, угол ϵ' меньше, чем угол падения луча ϵ , найдем

$$\frac{t'}{s'} = \frac{1 + \operatorname{tg} \epsilon \operatorname{tg} \epsilon'}{1 + \operatorname{tg}^2 \epsilon'} > 1, \quad (19.10)$$

что приводит к получению положительного астигматизма.

Заметим, что такая положительная поверхность не будет вносить ни сферической аберрации, ни комы.

Нетрудно представить себе, что отрицательная сферическая поверхность, концентричная к точке изображения на оси, будет вносить отрицательный астигматизм.

В качестве средства воздействия на астигматизм могут быть использованы поверхности склеек, работа которых была рассмотрена в §§ 89—90.

Учитывая, что влияние склеенных поверхностей проявляется, главным образом, на изменении астигматизма высшего порядка (на изменении астигматизма на краю поля зрения), приведем в качестве примера воздействия склеенной поверхности на устранение положительного астигматизма в средней части поля объектив из двух положительных менисков, работающих при дальнем положении входного зрачка. Данные этого объектива следующие:

r	d	n_D
20,8	11,4	1,613
21,6		
—21,6	23,0	1
—20,8	11,4	1,613
$f' = 100,398; s_F' = 71,046$		

Значения астигматизма $z_t - z_s$ для этого объектива приведены в табл. 19.1.

Схема и графики aberrаций объектива представлены на рис. 19.3. Из рассмотрения графиков и данных табл. 19.1 видно, что приведенному объективу свойствен довольно значительный положительный астигматизм в средней части поля зрения при исправлении его на краю поля.

В соответствии с соображениями, высказанными в § 90, представляется возможным, создавая отрицательный астигматизм на краю поля зрения, устранить положительный астигматизм в средней части поля. Затем введением нормальной склейки можно создать на краю поля положительный астигматизм, мало изменяя при этом астигматизм в средней части поля.

В результате был получен объектив с двумя склеенными линзами, имеющий следующие данные:

r	d	n_D
14,205	7,0	1,5163
33,0	3,0	1,6128
15,26	14,49	1
—15,26	3,0	1,6128
—33,0	7,0	1,5163
—14,205		
$f' = 86,471; s_F' = 64,370$		

Схема и графики aberrаций этого объектива представлены на рис. 19.4; значения астигматизма приведены в табл. 19.2.

Рассматривая эту таблицу, видим, что для меридиональной кривизны поля z_t наблюдается три точки ее исчезновения — на краю поля, в средней части и более близко к оси.

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что формально склеенная поверхность в этом объективе имеет положительную силу и, казалось бы, должна создавать отрицательный астигматизм — эффект, свойственный работе аномальных склеек. Однако на самом деле непосредственное воздействие самой склеенной поверхности не слишком велико, что объясняется сравнительно пологим радиусом склейки.

Возникновение же положительного астигматизма в этом случае следует отнести за счет понижения показателя преломления перед последней преломляющей поверхностью — за счет работы «фиктивной» склейки со значительно более крутым радиусом.

С использованием склеенных поверхностей для коррекции

Таблица 19.1

ω	z_t	z_s	$z_t - z_s$
56°	-1,56	-1,44	-0,12
50	0,66	-1,33	1,99
40	2,05	-0,90	1,95
30	1,67	-0,52	2,19
20	0,84	-0,25	1,09

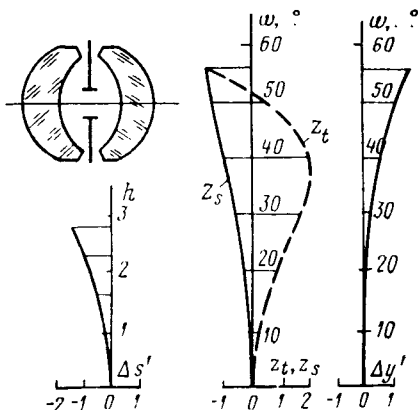


Рис. 19.3. Объектив из двух менисков с дальним положением зрачка

высших порядков астигматизма мы еще встретимся при рассмотрении конструкций двойных склеенных анастигматов и симметричных объективов типа плазмат, построенных на основе использования анастигматических менисков с ближним положением входного зрачка.

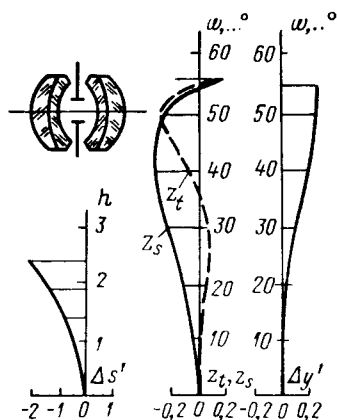


Рис. 19.4. Введение нормальной склейки в объективе из двух менисков

Таблица 19.2

ω	z_t	z_s	$z_t - z_s$
55°	0,04	0,12	-0,08
50	-0,25	-0,22	-0,03
40	-0,06	-0,30	0,24
30	0,07	-0,22	0,29
20	0,04	-0,12	0,16

§ 94. Приемы исправления кривизны поля. Сумма Петцваля

Занимаясь вопросом исправления кривизны поля, нельзя не остановиться на рассмотрении суммы Петцваля — четвертой суммы из числа коэффициентов Зейделя теории aberrаций третьего порядка.

Сумма Петцваля, определяющая собой кривизну поля при исправленном астигматизме, является единственной из числа коэффициентов aberrаций третьего порядка, справедливость которой сохраняется в очень многих случаях и для систем со значительными полями зрения, когда другие суммы уже утрачивают свое значение. Объяснением этому может быть отсутствие или малость высших порядков кривизны поля зрения для очень большого числа весьма разнообразных оптических систем.

Кроме того, можно доказать непосредственно, что сумма Петцваля будет справедливой и для больших полей зрения, если на всех поверхностях оптической системы углы падения и преломления главного луча будут невелики.

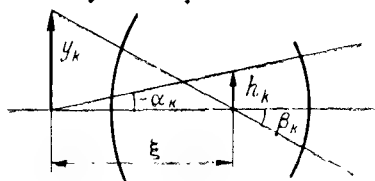


Рис. 19.5. К выводу зависимости между величинами y_k и h_k для параксиальных лучей

Обращаясь к общим формулам (14.120) из теории aberrаций третьего порядка, приведенным в § 76, напомним выражение для четвертой суммы

$$S_{IV}^* = - \sum \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^2 \left(\frac{y_k}{y_1} \right)^2 (Q_{xk} - Q_{sk})^2 \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n}. \quad [(19.11)]$$

Напомним, что при устранении астигматизма третьего порядка, когда сумма S_{III}^* становится равной нулю, четвертая сумма, согласно формулам (14.119), определит равенство меридиональной $\delta g'$ и сагиттальной $\delta G'$ составляющих поперечной aberrации при равных значениях координат на зрачке m и M .

Преобразуем сумму Петцваля. На рис. 19.5 представлен ход параксиальных лучей, составляющих с осью системы углы α_k и β_k , и величины предмета и изображения y_k и h_k . Можно показать, что произведение $y_k \alpha_k$ будет равно произведению $h_k \beta_k$, взятому с обратным знаком.

Умножая эти произведения на показатель преломления n_k , приходим к инварианту Лагранжа—Гельмгольца

$$n_k y_k \alpha_k = - n_k h_k \beta_k = I. \quad (19.12)$$

Составляя разность инвариантов Аббе $Q_{xk} - Q_{sk}$, можно написать

$$\begin{aligned} Q_{xk} - Q_{sk} &= n_k \left(\frac{1}{x_k} - \frac{1}{r_k} \right) - \\ &- n_k \left(\frac{1}{s_k} - \frac{1}{r_k} \right) = n_k \left(\frac{1}{x_k} - \frac{1}{s_k} \right). \end{aligned} \quad (19.13)$$

Умножая это выражение на произведение $h_k y_k$, находим

$$\begin{aligned} h_k y_k (Q_{xk} - Q_{sk}) &= n_k \left(\frac{y_k h_k}{x_k} - \frac{y_k h_k}{s_k} \right) = \\ &= n_k y_k \alpha_k - n_k h_k \beta_k = 2I. \end{aligned} \quad (19.14)$$

Таким образом, из выражения суммы Петцваля может быть вынесено за знак суммы отношение $(2I/h_{1y_1})^2$, и тогда эта сумма примет вид

$$S_{IV}^* = -\frac{4I^2}{h_{1y_1}^2} \sum \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n}. \quad (19.15)$$

Величина суммы Петцваля для одиночной линзы в воздухе

$$\sum_1^2 \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} = \Delta_k \frac{1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \quad (19.16)$$

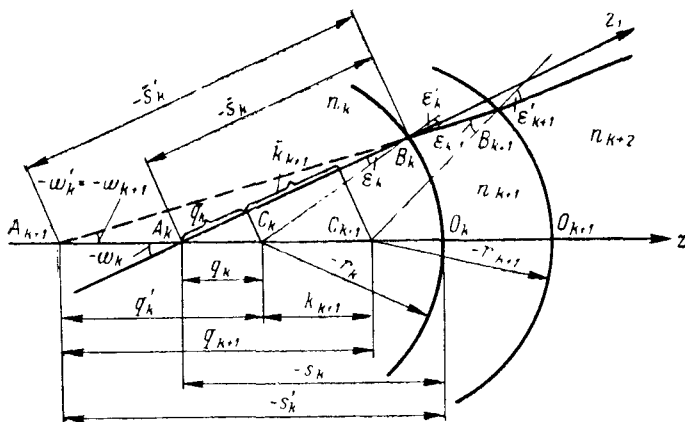


Рис. 19.6. Ход луча через близкие преломляющие поверхности при малых углах падения и преломления

для равенства ее нулю необходимо соблюсти условие

$$r_1 = r_2. \quad (19.17)$$

Разность обратных величин радиусов для тонких линз может быть выражена через силу тонкой линзы. Таким образом, для тонкой линзы в воздухе значение суммы Петцваля становится равным

$$\sum_1^2 \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} = \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \frac{\Phi_0}{n-1} = -\frac{\Phi_0}{n}, \quad (19.18)$$

что позволяет представить сумму Петцваля для системы из тонких линз в виде

$$\sum \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} = -\sum \frac{\Phi}{n}. \quad (19.19)$$

Покажем справедливость суммы Петцваля для системы с большим полем зрения при ходе главного луча, составляющего с нормальными к преломляющим поверхностям малые углы ϵ и ϵ' .

Обратимся к рис. 19.6, на котором представлен ход главного луча через две смежные преломляющие поверхности с номерами k

и $k + 1$, когда главный луч составляет с их нормальными малые углы ϵ_k , ϵ'_k и ϵ_{k+1} и ϵ'_{k+1} .

Так как угол главного луча с осью системы ω'_k после его преломления к k -й поверхности связан с углом ω_k формулой

$$\omega'_k = \omega_{k+1} = \omega_k + \epsilon'_k - \epsilon_k, \quad (19.20)$$

то при малости углов ϵ' и ϵ приходим к малым разностям полевых углов ω и ω' .

Пользуясь формулами (13.44), можно связать отрезки q , определяющие расстояния точек пересечения главного луча с осью системы до центров преломляющих поверхностей, зависимостями:

$$q \sin \omega = r \sin \epsilon; \quad q' \sin \omega' = r \sin \epsilon', \quad (19.21)$$

откуда следует, что при конечных значениях r и ω величины q и q' должны быть малыми.

Разность отрезков q'_k и q_{k+1} определяет собой расстояние между центрами поверхностей

$$k_{k+1} = q_{k+1} - q'_k, \quad (19.22)$$

которое также должно быть мало.

Малость углов ϵ и ϵ' позволяет заменять меридиональный и сагиттальный инварианты вдоль главного луча через инвариант Аббе. Таким образом, можно написать

$$\begin{aligned} \frac{n'_k \cos^2 \epsilon'_k}{t'_k} - \frac{n'_k \cos \epsilon'_k}{r_k} &\approx \frac{n'_k}{s'_k} - \frac{n'_k \cos \epsilon'_k}{r_k} \approx \frac{n'_k}{\bar{s}'_k} - \frac{n'_k}{r_k} = \\ &= n'_k \left(\frac{1}{\bar{s}'_k} - \frac{1}{r_k} \right) = n_k \left(\frac{1}{\bar{s}_k} - \frac{1}{r_k} \right), \end{aligned} \quad (19.23)$$

где символами $\bar{s}_k$ и $\bar{s}'_k$ обозначены отрезки вдоль главного луча в отличие от отрезков вдоль оси s_k и s'_k .

Переходя к новой оси A_{k+1} , составляющей угол ω_k с осью оптической системы, и проектируя на эту ось расстояние k_{k+1} между центрами поверхностей, получаем

$$\bar{k}_{k+1} = k_{k+1} \cos \omega. \quad (19.24)$$

Преобразуем инвариант Аббе, подставляя в него значения $s = r - q$ и $s' = q' - r$, согласно рис. 19.6,

$$\frac{n'q'}{r(r-q')} = \frac{nq}{r(r-q)}; \quad (19.25)$$

переходя к обратным величинам и деля их на r^2 , находим

$$\left(\frac{1}{q'} - \frac{1}{r} \right) \frac{1}{n'} = \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{r} \right) \frac{1}{n}, \quad (19.26)$$

откуда

$$\frac{1}{n'q'} - \frac{1}{nq} = \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n} \right) \frac{1}{r} = \frac{1}{r} \Delta \frac{1}{n}. \quad (19.27)$$

Заметим, что эта формула не предусматривает каких-либо ограничений для величин q и q' .

Напишем аналогичную формулу для отрезков $\bar{q}$ и $\bar{q}'$ (не малых), совпадающих с новой осью,

$$\frac{1}{n'\bar{q}'} - \frac{1}{n\bar{q}} = \frac{1}{r} \Delta \frac{1}{n}. \quad (19.28)$$

Рассмотрим переход от величин $\bar{q}_k$ к величинам $\bar{q}_{k+1}$. Согласно формулам (19.22) и (19.24), следует

$$\frac{1}{n_{k+1}(\bar{q}_{k+1} - \bar{k}_{k+1})} - \frac{1}{n_k \bar{q}_k} = \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n}. \quad (19.29)$$

Учитывая, что величина $\bar{k}_{k+1}$ мала, и отбрасывая величины высшего порядка малости, формулу (19.29) можно представить в виде

$$\frac{1}{n_{k+1}\bar{q}_{k+1}} - \frac{1}{n_k \bar{q}_k} = \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} - n_{k+1} \bar{k}_{k+1} \left(\frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} + \frac{1}{n_k \bar{q}_k} \right)^2. \quad (19.30)$$

Заменяя величину $\bar{k}_{k+1}$ через k_{k+1} , согласно формуле (19.24), и суммируя полученное выражение для $m-1$ поверхностей системы, находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_m \bar{q}_m} - \frac{1}{n_1 \bar{q}_1} &= \sum_1^{m-1} \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} - \\ &- \sum_1^{m-1} \left(\frac{1}{n_k \bar{q}_k} + \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} \right)^2 n_{k+1} k_{k+1} \cos \omega. \end{aligned} \quad (19.31)$$

Добавим к формуле (19.31) член

$$\frac{1}{n_{m+1} \bar{q}_m} = \frac{1}{n_m \bar{q}_m} + \frac{1}{r_m} \Delta_m \frac{1}{n} \quad (19.32)$$

и получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_{m+1} \bar{q}_m} &= \frac{1}{n_1 \bar{q}_1} + \sum_1^m \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} - \\ &- \sum_1^{m-1} \left(\frac{1}{n_k \bar{q}_k} + \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} \right)^2 n_{k+1} k_{k+1} \cos \omega. \end{aligned} \quad (19.33)$$

В случае, когда предмет расположен в бесконечности, отрезки $\bar{q}_1$ будут равны бесконечности, и тогда формула (19.33) упрощается:

$$\frac{1}{n_{m+1} \bar{q}_m} = \sum_1^m \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} - \sum_1^{m-1} \left(\frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} \right)^2 n_{k+1} k_{k+1} \cos \omega. \quad (19.34)$$

Переходя к отрезкам вдоль оси системы, находим

$$\frac{1}{n_{m+1} \bar{q}_m} = \sum_1^m \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} - \sum_1^{m-1} \left(\frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} \right)^2 n_{k+1} k_{k+1}. \quad (19.35)$$

Для получения плоского поля необходимо соблюсти условие

$$\bar{q}_m \cos \omega = q'_m, \quad (19.36)$$

поэтому, деля выражение (19.34) на $\cos \omega$ и составляя разность с выражением (19.35), получаем

$$\frac{1}{n_{m+1} \bar{q}_m \cos \omega} - \frac{1}{n_{m+1} q'_m} = 0 = \left(\frac{1}{\cos \omega} - 1 \right) \sum_1^m \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n}, \quad (19.37)$$

что может быть обеспечено лишь в случае равенства нулю суммы Петцваля

$$\sum_1^m \frac{1}{r_k} \Delta_k \frac{1}{n} = 0, \quad (19.38)$$

полученной нами в качестве множителя в правой части формулы (19.37).

В качестве примера для объектива «Гипергон», составленного из двух менисков при дальнем положении входного зрачка и обладающего полем зрения $2\omega = 130^\circ$, величина суммы Петцваля равна всего лишь 0,0005.

Данные объектива «Гипергон» следующие:

r	d	n_D
8,57	2,21	1,5105
8,63		
-8,63	13,78	1
-8,57	2,21	1,5105
$f' = 102,659; s'_p = 92,425$		

Одним из приемов исправления кривизны поля является использование тонкой линзы, расположенной в непосредственной близости к изображению и называемой линзой Смита.

В подобном случае свойства линзы Смита будет определять та из ее поверхностей, которая определяет и ее силу.

Полагая, что такой поверхностью является первая поверхность, можно написать

$$\frac{n' \cos^2 \epsilon'}{t'} - \frac{n \cos^2 \epsilon}{t} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r} = \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s}. \quad (19.39)$$

Если при этом предыдущая система свободна от астигматизма, то тогда отрезки t в меридиональной плоскости и s в сагиттальной плоскости должны быть равными друг другу.

Так как линза Смита располагается вблизи плоскости изображения, то это позволяет принять отрезки $t = s$ малыми величинами.

Исходя из формулы (19.39), можно определить отрезки:

$$t' = \frac{\frac{n' \cos^2 \epsilon'}{r}}{\frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r} + \frac{n \cos^2 \epsilon}{s}}; \quad s' = \frac{\frac{n'}{r}}{\frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r} + \frac{n}{s}}, \quad (19.40)$$

откуда, учитывая, что отрезок s мал, и пренебрегая величинами высшего порядка малости,

$$t' = \frac{n' \cos^2 \epsilon'}{n \cos^2 \epsilon} s; \quad s' = \frac{n'}{n} s. \quad (19.41)$$

Формулы (19.41) позволяют составить астигматическую разность

$$t' - s' = \frac{n'}{n} \left(\frac{\cos^2 \epsilon'}{\cos^2 \epsilon} - 1 \right) s = \frac{n'^2 - n^2}{nn'} s \operatorname{tg} \epsilon, \quad (19.42)$$

величина которой будет мала даже при значительных величинах углов ϵ и ϵ' .

Определим кривизну поля, вносимую линзой Смита. Эта величина в случае, если толщина линзы по оси равна нулю, выразится разностью отрезков s' и s . Поэтому, пользуясь формулами (19.41), находим

$$s' - s = (n'/n - 1) s. \quad (19.43)$$

Если вторая поверхность линзы Смита плоская, то тогда отрезок s' при устраненной кривизне поля должен стать равным стрелке преломляющей поверхности

$$s' = y^2/2r. \quad (19.44)$$

Полагая, что кривизна поля z , исправляемая линзой Смита,

$$z = y^2/2R \quad (19.45)$$

и приравнивая ее разности отрезков $s' - s$, получаем

$$z = s' - s = \frac{y^2}{2R} = \left(1 - \frac{n}{n'} \right) \frac{y^2}{2r}, \quad (19.46)$$

откуда находим обратную величину радиуса кривизны поля

$$\frac{1}{R} = \frac{n' - n}{n'r} = \frac{\Phi}{n}, \quad (19.47)$$

где Φ определяет собой силу линзы в воздухе, а не силу преломляющей поверхности.

Линза Смита, будучи расположенной вблизи изображения, не должна влиять на другие aberrации системы — кому, сферическую aberrацию, дисторсию.

Одним из недостатков линзы Смита является ограниченность величины изображения, для которого может быть устранена кривизна поля, что обусловлено

возможностью возникновения полного внутреннего отражения на ее последней поверхности для лучей наклонного пучка.

Своеобразным элементом, позволяющим корректировать кривизну поля, является линза, ограниченная двумя апланатическими поверхностями (рис. 19.7).

Если биапланатическая линза находится в воздухе,

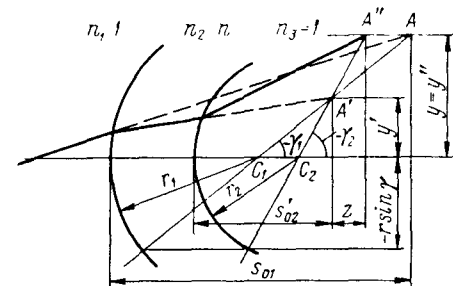


Рис. 19.7. Ход луча через две апланатические поверхности

то входной и выходной углы параксиального апертурного луча должны быть равны друг другу; следствием этого явится равенство линейного увеличения единице, влекущее равенство величин предмета и изображения, т. е. $y = y''$.

Это равенство строго соблюдается для предмета и изображения конечной величины при условии, что главный луч проходит через апланатические точки обеих поверхностей.

Причем в этом случае на главном луче не будут возникать ни кома, ни астигматизм, ни сферическая aberrация.

Радиусы обеих апланатических поверхностей не равны друг другу; их отношение будет равно отношению синусов углов γ_1 и γ_2 , образуемых прямыми, проходящими через вершины предмета и изображения и центры поверхностей, с осью системы. Таким образом, можно написать

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} \neq 1, \quad (19.48)$$

что приводит к несоблюдению условия Петцваля, и, как следствие, к внесению кривизны поля.

Кривизна поля, вносимая биапланатической линзой, может быть определена по точной формуле

$$z = r_2 \left(1 + \frac{n'}{n} \cos \gamma_2 \right) - s'_{02}, \quad (19.49)$$

где величина s'_{02} определяется из просчета нулевого луча для положения предмета, находящегося на расстоянии s_{01} от вершины первой поверхности, равно

$$s_{01} = r \left(1 + \frac{n'}{n} \cos \gamma_1 \right). \quad (19.50)$$

Нетрудно определить дисторсию, вносимую биапланатической линзой, пользуясь известными формулами,

$$\Delta y' = y' - y'_0 = y - V_0 y = (1 - V_0) y \quad (19.51)$$

и относительную дисторсию

$$\Delta = \Delta y' / y'_0 = 1/V_0 - 1, \quad (19.52)$$

где значение V_0 также определяется из расчета хода нулевого луча.

Для исправления кривизны поля довольно широко используются концентрические линзы. Обращаясь к формуле (19.16) и сопоставляя ее с формулой (12.16) для силы концентрической линзы, находим, что для концентрической линзы сумма Петцваля становится равной ее силе.

Условием использования концентрической линзы для исправления кривизны поля является совмещение общего центра ее поверхностей с центром зрачка выхода предшествовавшей системы. Такая картина представлена на рис. 19.8. Главные плоскости концентрических линз совпадают с общим центром их поверхностей; это позволяет рассматривать концентрическую линзу как расположенную непосредственно в центре выходного зрачка. Поэтому расстояния от центра зрачка до изображения от предшествующей системы по оси и вдоль главного луча можно рассматривать как предметные расстояния s_0 и s для концентрической линзы.

Эти предметные расстояния нетрудно связать друг с другом через величину z искривления изображения от предшествующей системы и полевой угол ω .

Пользуясь рис. 19.8, находим

$$s_0 + z = s \cos \omega. \quad (19.53)$$

Сила концентрической линзы как вдоль оси, так и вдоль главного луча сохраняется неизменной. Это позволяет написать, пользуясь формулой отрезков,

$$\Phi = \frac{1}{s'_0} - \frac{1}{s_0} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}. \quad (19.54)$$

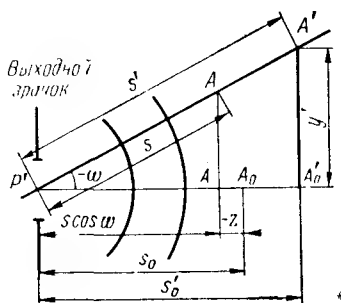


Рис. 19.8. К исправлению кривизны поля с помощью концентрической линзы

Условие исправления кривизны поля выразится равенством

$$s'_0 = s' \cos \omega \quad (19.55)$$

и тогда, деля правую часть формулы (19.54) на косинус угла ω и вычитая из левой части, находим

$$\begin{aligned} \Phi \left(1 - \frac{1}{\cos \omega} \right) &= \frac{1}{s'_0} - \frac{1}{s_0} - \frac{1}{s' \cos \omega} + \frac{1}{s \cos \omega} = \\ &= \frac{1}{s_0 + z} - \frac{1}{s_0}, \end{aligned} \quad (19.56)$$

откуда может быть определена необходимая для устранения кривизны поля сила концентрической линзы

$$\Phi = \frac{-z}{s_0 (s_0 + z) (1 - 1/\cos \omega)}. \quad (19.57)$$

В частном случае, когда поверхность изображения от предшествовавшей системы была концентричной к ее выходному зрачку, что определяется равенством

$$s = s_0, \quad (19.58)$$

формула (19.57) преобразуется

$$\Phi = \frac{(1 - \cos \omega) s_0}{s_0^2 \cos \omega (1 - 1/\cos \omega)} = -\frac{1}{s_0}. \quad (19.59)$$

Следовательно, заднее фокусное расстояние концентрической линзы становится равным предметному отрезку с обратным знаком, в силу чего произойдет совмещение переднего фокуса линзы с предметной точкой и перенос изображения после концентрической линзы в бесконечность.

Это обстоятельство ограничивает возможности исправления кривизны поля с помощью концентрических линз тем, что искривленная поверхность изображения перед концентрической линзой должна иметь меньшую кривизну, чем сфера, описанная из центра зрачка выхода.

При исправлении кривизны поля могут быть с успехом использованы анастигматические и, в особенности, телеанастигматические линзы.

В § 68 уже упоминалось о том, что в целях устранения комы в телеанастигматических линзах удобно пользоваться парами телеанастигматических линз, расположенных симметрично относительно материальной диафрагмы или зрачка входа (выхода) корригуемой оптической системы.

Переход к парам телеанастигматических линз позволяет также изменять кому такой пары в том или ином направлении, что может быть использовано для коррекции комы.

Установим связь между исправляемой величиной кривизны поля и масштабом пары телеанастигматических линз.

На рис. 19.9 представлены две симметрично расположенные относительно диафрагмы телеанастигматические линзы, из которых задняя линза по своим параметрам пропорциональна передней линзе с коэффициентом пропорциональности N_0 . Обозначим отрезок от вершины последней поверхности второй телеанастигматической линзы до точки H' пересечения главного луча с осью через $s'_{H TA}$ и фокальный отрезок той же телеанастигматической линзы через $s'_{0 TA}$.

Расстояние между точками H' и F'_0 можно рассматривать как расстояние от задней главной точки до точки изображения пары телеанастигматических линз, работающих с увеличением V , равным коэффициенту пропорциональности N_0 , взятому с обратным знаком.

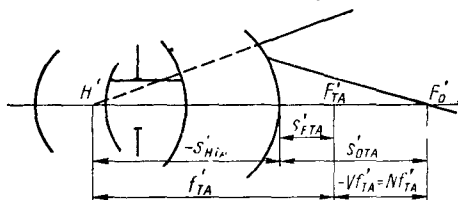


Рис. 19.9. Пара телеанастигматических линз

Пользуясь рис. 19.9, можно написать

$$s'_{0 TA} - s'_{H TA} = f'_{TA} - Vf'_{TA} = (1 + N_0)f'_{TA}, \quad (19.60)$$

откуда нетрудно получить фокусное расстояние пары телеанастигматических линз

$$f'_{TA} = \frac{s'_{0 TA} - s'_{H TA}}{1 + N_0}. \quad (19.61)$$

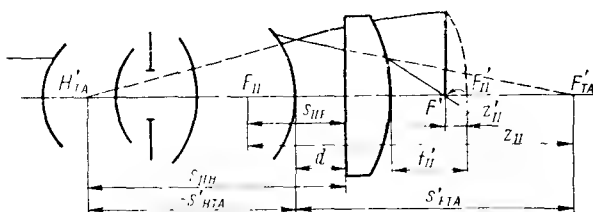


Рис. 19.10. К исправлению кривизны поля с помощью пары телеанастигматических линз

Вычитая из фокусного расстояния отрезок $s'_{H TA}$, найдем задний фокальный отрезок для пары телеанастигматических линз

$$s'_{F TA} = f'_{TA} + s'_{H TA} = \frac{s'_{0 TA} + N_0 s'_{H TA}}{1 + N_0}. \quad (19.62)$$

Зная величину заднего фокального отрезка пары телеанастигматических линз, определим величину коэффициента N , при котором эта пара (рис. 19.10) сможет устранить кривизну поля z'_{II} корригируемой системы.

Обозначим фокусное расстояние корригируемой системы через f_{II} , ее передний фокальный отрезок — $s_{11 F}$ и расстояние между

парой телеанастигматических линз и этой системой — d . Согласно формуле Ньютона, найдем

$$z_{II} = -f'_{II}/z'_{II}. \quad (19.63)$$

Установка телеанастигматических линз перед корригируемой системой не меняет положения точки изображения для полевого угла, для которого были рассчитаны телеанастигматические линзы. Поэтому для устранения кривизны поля необходимо, чтобы задний фокус телеанастигматических линз был расположен на расстоянии z_{II} от переднего фокуса F_{II} корригируемой системы.

Согласно рис. 19.10, для этого должно быть соблюдено равенство

$$z_{II} + d + s_{IIF} = Ns'_{FTA}, \quad (19.64)$$

откуда

$$N = \frac{z_{II} + d + s_{IIF}}{s'_{FTA}} \quad (19.65)$$

или, учитывая формулы (19.63) и (19.62),

$$N = \frac{s_{IIF} + d - f'^2_{II}/z'_{II}}{s'_{FTA} + N_0 s'_{HTA}} (1 + N_0). \quad (19.66)$$

В формулы (19.64)—(19.66) вошла величина d , которая должна определяться из условия согласования положения зрачков для телеанастигматической и корригируемой систем.

Полагая, что входной зрачок корригируемой системы находится от нее на расстоянии s_{IIN} , получим значение промежутка между системами в виде разности

$$d = Ns'_{HTA} - s_{IIN}. \quad (19.67)$$

Подставляя значение промежутка d в формулу (19.66), определяем

$$N = \frac{Ns'_{HTA} - f'^2_{II}/z'_{II}}{s'_{FTA} + N_0 s'_{HTA}} (1 + N_0). \quad (19.68)$$

Решим это выражение относительно N :

$$N = - \frac{f'^2_{II} (1 + N_0)}{(s'_{FTA} - s'_{HTA}) z'_{II}}. \quad (19.69)$$

Формула (19.69) позволяет находить нужную величину коэффициента пересчета N пары телеанастигматических линз еще до определения переходного промежутка, зная лишь расстояние $s'_{FTA} - s'_{HTA}$ для исходной задней телеанастигматической линзы и коэффициент пропорциональности между обеими линзами.

Особый интерес представляют воздушные телеанастигматические линзы и пары линз. Такие телеанастигматические линзы могут быть образованы внутри оптической системы, и в частности внутри плоскопараллельной пластинки, которая тоже является

телескопической системой, свободной от астигматизма и кривизны поля в параллельном ходе лучей.

Плоскопараллельная пластинка с воздушной телеанастигматической линзой обладает тем ценным свойством, что полевые углы при выходе из нее в воздух возрастают в соответствии с законом преломления; это позволяет иметь не очень большие углы падения и преломления главного луча с нормальными к сферическим поверхностям такой телеанастигматической линзы, что предопределяет отсутствие значительных остаточных зон астигматизма для меньших полевых углов.

Второй особенностью плоскопараллельной пластинки с воздушной телеанастигматической линзой является возможность использования разных показателей преломления, благодаря чему при соответственном подборе увеличения Γ возможно устранение сферической аберрации.

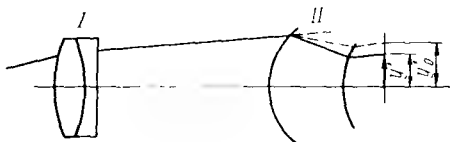


Рис. 19.11. К исправлению кривизны поля с помощью линзы с дисторсией

Совершенно очевидно, что такая телеанастигматическая система при пересчете по подобию, влияя на изменение кривизны поля корригируемой системы, не сможет влиять на изменение ее сферической аберрации.

Рассматривая сумму Петцваля, видим, что для большого числа оптических систем величина этой суммы хорошо согласуется с реальной кривизной поля даже и при значительных полях зрения. Это объяснялось отсутствием кривизны поля высшего порядка для подобных систем.

Однако такое положение все же не всегда имеет место; встречаются случаи, когда, не изменяя величины суммы Петцваля, представляется возможным влиять на величину кривизны поля. Одним из таких случаев является возможность преобразования астигматизма от предыдущей оптической системы в изменение кривизны поля после второй системы, обладающей значительной дисторсией.

На рис. 19.11 представлены две системы I и II, из которых система II имеет значительную отрицательную дисторсию, не обладая при этом собственным астигматизмом. В частном случае подобной системы может быть использована апланатическая поверхность.

Обращаясь к § 29 и используя формулы (6.22) и (6.23), можно получить выражения для сагиттального и меридионального линейных увеличений в зависимости от дисторсии:

$$V_s = \frac{dy'_s}{dy_s} = \frac{y'}{y'_0} V_0; \quad V_t = \frac{d(y')}{dy'_0} V_0, \quad (19.70)$$

где величина y' может быть связана с дисторсией

$$\Delta y' = y' - y'_0. \quad (19.71)$$

Величину y' выразим приближенно как функцию вида

$$y' = Ay_0'^3 + y_0', \quad (19.72)$$

тогда получим выражения для обоих увеличений:

$$V_s = (1 + Ay_0'^2) V_0; \quad V_t = (1 + 3Ay_0'^2) V_0. \quad (19.73)$$

В случае, если система находится в воздухе, ее продольные увеличения в точке — Q_s и Q_t — будут равными квадратам линейных увеличений:

$$Q_s = V_s^2 = (1 + Ay_0'^2)^2 V_0^2; \quad Q_t = V_t^2 = (1 + 3Ay_0'^2)^2 V_0^2. \quad (19.74)$$

Составим отношение продольных увеличений

$$\frac{Q_t}{Q_s} = \left(\frac{1 + 3Ay_0'^2}{1 + Ay_0'^2} \right)^2. \quad (19.75)$$

Задавая величину этого отношения равной одной трети, можно получить значения коэффициента

$$A = \frac{1 - \sqrt[3]{3}}{(3\sqrt[3]{3} - 1)y_0'^2}, \quad (19.76)$$

откуда

$$A = -0,174/y_0'^2. \quad (19.77)$$

Создавая в первой системе астигматизм и не меняя при этом величины суммы Петцваля, будем иметь вдвое более быстрый рост меридиональной кривизны изображения по отношению к росту сагиттальной кривизны; однако после второй системы прирост меридиональной кривизны окажется замедленным вдвое, благодаря чему он уравнивается с приростом сагиттальной кривизны, перейдя в общий прирост кривизны поля.

Таким образом, можно осуществлять изменение кривизны на краю поля зрения, не затрагивая ее в средней части.

Производя численные подсчеты по формуле (19.77), видим, что для достижения этой цели достаточно иметь сравнительно не очень большую отрицательную дисторсию — около 17%.

§ 95. Приемы исправления комы

В § 86 рассматривалась кома тонкой линзы при зрачке, совмещенном с самой линзой. Было установлено, что астигматизм тонкой линзы не зависит от ее формы и определяется лишь величиной поля зрения и силой линзы; форма же линзы активно влияет на изменение меридиональной и сагиттальной комы.

Для радиуса меридиональной комы была получена формула

$$\frac{R'_2}{\sin \omega} \left(\frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n-1} \right)^2 \frac{\Phi_0^2}{\cos^2 \omega} =$$

$$= 3 \left[\left(\frac{1}{r_2 \cos \omega} + \frac{1}{nr_1 \cos \omega'} \right) \cos \omega - \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n-1} \Phi_0 \right]. \quad (19.78)$$

В соответствии с формулой (17.48) радиус r_2 может быть выра-
жен через радиус r_1 и силу линзы Φ_0

$$r_2 = \frac{r_1 (n-1)}{n-1 - r_1 \Phi_0}. \quad (19.79)$$

Тогда формула (19.78) преобразуется к виду

$$\frac{R'_2}{\sin \omega} \left(\frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n-1} \right)^2 \frac{\Phi_0^2}{\cos^2 \omega} =$$

$$= 3 \left[\left(1 + \frac{\cos \omega}{n \cos \omega'} \right) \frac{1}{r_1} - \frac{n \cos \omega' - \cos \omega + 1}{n-1} \Phi_0 \right]. \quad (19.80)$$

Формула (19.80) показывает, что меридиональная кома для тонкой линзы, совпадающей со зрачком входа, является линейной функцией от кривизны ее первой поверхности и может переходить из области положительных значений в область значений отрицательных, принимая в том числе и нулевое значение.

Конструктивно внесение такого тонкого коррекционного элемента в оптическую систему может быть осуществлено путем отрезки тонкой линзы от какой-либо другой линзы оптической системы, близко расположенной у плоскости материальной диафрагмы. Принципиально возможны два случая отрезки тонкой линзы — или с положительной силой или с отрицательной (рис. 19.12).

И в том и в другом случае изменение комы отрезанной линзы связано с изменением ее первого радиуса. Поэтому, дифференцируя формулу (19.80) по радиусу r_1 , находим

$$\frac{dR'_2}{\sin \omega} \left(\frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{n-1} \right)^2 \frac{\Phi_0^2}{\cos^2 \omega} = -3 \left(1 + \frac{\cos \omega}{n \cos \omega'} \right) \frac{dr_1}{r_1^2}.$$

(19.81)

Изменение меридиональной комы у отрезанной линзы не зависит от знака ее оптической силы, так как величина силы входит

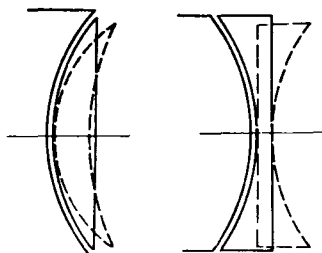


Рис. 19.12. К исправлению комы с помощью линзы, совмещенной со зрачком

в формулу (19.81) в квадрате; равным образом не будет влиять на характер изменения комы и знак радиуса ее первой поверхности.

Поэтому при прогибе положительной и отрицательной линз в одну и ту же сторону изменение комы будет происходить также в одном и том же направлении.

Следует однако заметить, что изменение сферической аберрации после прогиба той и другой отрезанных линз будет протекать несколько иначе. Действительно, если после обеих линз имел место параллельный ход апертурных лучей, то при прогибе положительной отрезанной линзы вправо она будет удаляться от формы с минимальной сферической аберрацией, которая будет возрастать в отрицательном направлении. При прогибе же отрицательной отрезанной линзы она вначале будет приближаться к форме линзы с минимальной положительной сферической аберрацией, после чего ее положительная сферическая аберрация снова начнет возрастать в положительном направлении.

Изменениями прогибов линз можно воспользоваться и в тех случаях, когда прогибаемые линзы не расположены в плоскости материальной диафрагмы. Так, при рассмотрении изменения астигматизма в зависимости от формы линзы видим, что по мере увеличения прогиба менискообразной линзы возрастает угол касательной к кривой меридиональной кривизны, который и определяет величину комы.

Заметим, что резкое изменение комы может быть достигнуто при переходе от одного положения анастигматического зрачка к другому.

Весьма своеобразным приемом воздействия на кому является использование двухлинзовых тонких афокальных компенсаторов, расположенных вблизи плоскости материальной диафрагмы. Афокальность такого компенсатора обеспечивается равенством сил положительной и отрицательной линз по абсолютной величине; если при этом обе линзы будут изготовлены из одного и того же сорта стекла, произойдет полная компенсация астигматизма, кривизны поля и хроматизма положения независимо от формы линз компенсатора.

Дисторсия и хроматизм увеличения такого тонкого афокального компенсатора при его совмещении с плоскостью зрачка устраняются автоматически.

Задавая одной из линз компенсатора определенную форму, например форму плоско-выпуклой линзы, и варьируя форму второй линзы, всегда можно добиться устранения сферической аберрации.

В частном случае плоско-выпуклой положительной линзы устранение сферической аберрации будет иметь место либо для плоско-вогнутой формы отрицательной линзы, когда такая линза в совокупности с положительной образует плоскопараллельную пластинку при одновременном устранении комы, либо для слу-

чая отрицательной линзы менiscoобразной формы, когда устранение сферической aberrации произойдет при наличии определенной комы.

Равным образом для плоско-вогнутой передней линзы можно подобрать менiscoобразную форму положительной линзы, устраняющей сферическую aberrацию, но также создающей определенную кому. Эти два случая афокального компенсатора представлены на рис. 19.13.

Совершенно очевидно, что при использовании такого афокального компенсатора, даже сохраняя форму первой линзы, но изменяя его в масштабе, можно варьировать кому, не затрагивая других aberrаций корригируемой системы.

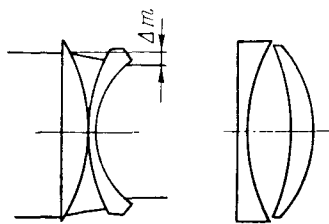


Рис. 19.13. Двухлинзовые компенсаторы комы

Небезынтересно отметить, что плоская волна, перпендикулярная оси компенсатора, будет по выходе из него оставаться плоской; но при этом идентичные точки волновой поверхности по мере удаления от оси компенсатора будут смещаться в самой плоскости волны, образуя своеобразную «поперечную волновую aberrацию». Это смещение также показано на рис. 19.13.

При анализе работы симметричной и пропорциональной систем в § 83 была установлена возможность изменения комы в пропорциональных системах за счет изменения пропорциональности между половинками системы при условии наличия значительной комы в этих половинках.

Этот прием может быть распространен и на другие оптические системы, далекие от симметрии, если только в пространстве у материальной диафрагмы половинки несимметричной системы будут обладать значительной комой при исправленном астигматизме.

§ 96. Исправление сферической aberrации в широких наклонных пучках

Сферическая aberrация в широких наклонных пучках, являясь одной из aberrаций высшего порядка, разделяется на несколько составляющих: меридиональную и сагиттальную сферические aberrации, наблюдаемые при ходе апертурных лучей в меридиональной и в сагиттальной плоскостях, и третью составляющую, которая проявляет себя лишь в плоскостях, расположенных между меридиональной и сагиттальной плоскостями.

Наиболее ощутимой из этих трех составляющих является меридиональная сферическая aberrация; это становится очевидным при изучении работы менiscoобразных линз с ближним расположением входного зрачка.

Борьба со сферической аберрацией в наклонных пучках наиболее успешно протекает в том случае, когда при компоновке оптической системы удастся избежать введения конструктивных элементов, обладающих быстрым ростом сферической аберрации по полю, и ограничиться созданием оптической системы из элементов, у которых сферическая аберрация сохраняется по полю постоянной. Такое положение, как это мы уже видели, имеет место для concentрических и апланатических поверхностей.

Однако устранение полевой сферической аберрации в ее зародыше не всегда оказывается возможным. Поэтому довольно

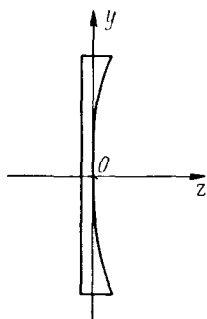


Рис. 19.14. Пластина Шмидта

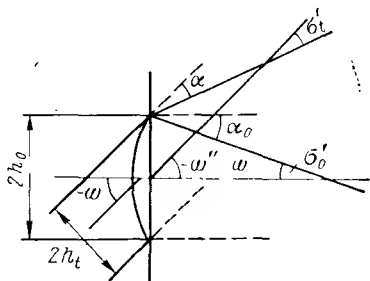


Рис. 19.15. Тонкая линза, совмещенная со зрачком

часто приходится идти на использование приемов взаимной компенсации полевой сферической аберрации при ее суммировании от различных элементов системы.

Основным источником возникновения полевой сферической аберрации можно назвать тонкие линзы, расположенные вблизи материальной диафрагмы, что в значительной степени объясняется сужением наклонного пучка лучей в меридиональной плоскости по отношению к осевому; это явление достаточно ярко проявляется даже в случае коррекционной пластинки Шмидта, представленной на рис. 19.14.

Совершенно очевидно, что компенсация полевой сферической аберрации другим каким-либо элементом, также расположенным вблизи материальной диафрагмы, практически исключается. Тогда компенсирующие элементы будем вынуждены размещать на некотором расстоянии от материальной диафрагмы, в том числе и при расположении между корректирующими элементами и диафрагмой других конструктивных элементов системы, которые могут обладать значительной дисторсией.

В § 41 уже указывалось на это обстоятельство, мешающее одновременной компенсации меридиональной и сагиттальной составляющих полевой сферической аберрации, следствием чего являлось возникновение сложных форм изображения точки в оптической системе.

На рис. 19.15 представлена тонкая линза, совмещенная со зрачком входа. Предположим, что на остром крае этой линзы крайний луч апертурного пучка, параллельного оси, претерпевает минимальный угол отклонения α_0 , равный апертурному углу σ'_0 . Примем, что для этого луча величина сферической аберрации вдоль оси равна $\Delta s'_0$.

Преломление луча на остром крае линзы можно рассматривать как случай отклонения луча, создаваемого клином с малым преломляющим углом ϑ , или как случай поворота второй плоскости плоскопараллельной пластинки на некоторый малый угол ϑ .

Можно связать угол отклонения луча α с углом ϑ клина. Для исходной плоскопараллельной пластинки:

$$\varepsilon_1 = \omega; \varepsilon'_1 = \omega' = \varepsilon_2; \varepsilon'_2 = \omega'' = \omega. \quad (19.82)$$

После поворота второй плоскости на угол ϑ угол ε_2 будет выражаться суммой

$$\varepsilon_2 = \varepsilon'_1 + \vartheta. \quad (19.83)$$

Дифференцируя формулу закона преломления, для второй плоскости можно написать

$$n \cos \varepsilon \, d\varepsilon = n' \cos \varepsilon' \, d\varepsilon', \quad (19.84)$$

и тогда угол $d\varepsilon'_2$ может быть выражен

$$d\varepsilon'_2 = d\varepsilon' = \frac{n \cos \varepsilon}{\cos \varepsilon'} d\varepsilon = \frac{n \cos \varepsilon'_1}{\cos \varepsilon_1} d\varepsilon_1 = \frac{n \cos \omega'}{\cos \omega} \vartheta. \quad (19.85)$$

Угол отклонения будет равен

$$\alpha = d\varepsilon'_2 - d\varepsilon_2 = \frac{n \cos \omega'}{\cos \omega} \vartheta - \vartheta = \left(\frac{n \cos \omega'}{\cos \omega} - 1 \right) \vartheta. \quad (19.86)$$

Для апертурного луча, параллельного оси, углы ω и ω' соответственно равны нулю, и тогда угол α примет значение

$$\alpha_0 = (n - 1) \vartheta. \quad (19.87)$$

Составляя отношение углов α/α_0 , находим

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n - 1) \cos \omega}. \quad (19.88)$$

Угол α может рассматриваться как апертурный угол σ'_t в меридиональной плоскости. Таким образом,

$$\alpha = \sigma'_t = \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n - 1) \cos \omega} \sigma'_0. \quad (19.89)$$

Ширина наклонного пучка лучей $2h_t$ (рис. 19.15) будет равна проекции ширины осевого пучка $2h_0$ на плоскость, перпендикулярную главному лучу, поэтому

$$h_t = h_0 \cos \omega. \quad (19.90)$$

Для тонкой линзы, совпадающей со зрачком входа, пользуясь дважды меридиональным инвариантом, можно написать:

$$\frac{n_2 \cos^2 \varepsilon'_1}{t'_1} = \frac{n_2 \cos \varepsilon'_1 - \cos \varepsilon_1}{r_1}; \quad \frac{n_3 \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2}{r_2}. \quad (19.91)$$

Складывая эти два выражения и учитывая, что при равенстве углов ε'_1 и ε_2 будут равны и отрезки t'_1 и t'_2 , находим после сокращения

$$\frac{n_3 \cos^2 \varepsilon'_2}{t'_2} = \frac{n_2 \cos \varepsilon'_1 - \cos \varepsilon_1}{r_1} + \frac{n_3 \cos \varepsilon'_2 - n_2 \cos \varepsilon_2}{r_2}. \quad (19.92)$$

Так как углы $\varepsilon_1 = \varepsilon'_2 = \omega$; $\varepsilon'_1 = \varepsilon_2 = \omega'$ и $n_1 = n_3 = 1$; $n_2 = n$, формула (19.91) может быть переписана

$$\frac{\cos^2 \omega}{t'_2} = (n \cos \omega' - \cos \omega) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\cos^2 \omega}{t'_F} \quad (19.93)$$

и для нулевых лучей, при $\omega = \omega' = 0$

$$\frac{1}{s'_{0F}} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (19.94)$$

что позволяет из формулы (19.93) исключить радиусы r_1 и r_2 . Таким образом,

$$t'_F = \frac{(n - 1) \cos^2 \omega}{n \cos \omega' - \cos \omega} s'_{0F}. \quad (19.95)$$

Сферическую aberrацию на оси можно определить как разность отрезков

$$\Delta s'_0 = s'_0 - s'_{0F}, \quad (19.96)$$

где отрезок s'_0 равен отношению высоты h_0 к апертурному углу σ'_0 . Тогда

$$\Delta s'_0 = h_0 / \sigma'_0 - s'_{0F}. \quad (19.97)$$

Для меридионального апертурного луча меридиональная, сферическая aberrация может быть также определена как разность соответствующих отрезков

$$\Delta s'_t = t'_A - t'_F = \frac{h_t}{\sigma'_t} - \frac{(n - 1) \cos^2 \omega}{n \cos \omega' - \cos \omega} s'_{0F} \quad (19.98)$$

и, согласно формулам (19.89) и (19.90),

$$\Delta s'_t = \frac{(n - 1) \cos^2 \omega}{n \cos \omega' - \cos \omega s'_0} - \frac{(n - 1) \cos^2 \omega}{n \cos \omega' - \cos \omega} s'_{0F} \quad (19.99)$$

или

$$\Delta s'_t = \frac{(n - 1) \cos^2 \omega}{n \cos \omega' - \cos \omega} (s'_0 - s'_{0F}). \quad (19.100)$$

Пользуясь формулой (19.96), получим

$$\Delta s'_t = \frac{(n-1) \cos^2 \omega}{n \cos \omega' - \cos \omega} \Delta s'_0, \quad (19.101)$$

из которой вытекает, что меридиональная продольная сферическая аберрация будет уменьшаться по отношению к осевой продольной сферической аберрации приблизительно по квадрату косинуса полевого угла ω .

От продольных сферических аберраций можно перейти к поперечным аберрациям, перпендикулярным главному лучу. Находим

$$\delta g' = \Delta s'_t \sigma'_t = \frac{(n-1) \cos^2 \omega}{n \cos \omega' - \cos \omega} \Delta s'_0 \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n-1) \cos \omega} \sigma'_0 = \delta g'_0 \cos \omega. \quad (19.102)$$

Обратим внимание на то обстоятельство, что отрезок t'_F , который можно рассматривать как меридиональное фокусное расстояние вдоль главного луча, значительно меньше отрезка s'_{0F} .

При устранении меридиональной кривизны отрезок t'_F должен возрасти до величины $t'_F = s'_{0F} / \cos \omega$, и тогда должно возникнуть меридиональное линейное увеличение V_t , равное отношению этих отрезков,

$$V_t = \frac{t''_F}{t'_F} = \frac{s'_{0F}}{\cos \omega} \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n-1) \cos^2 \omega s'_{0F}} = \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n-1) \cos^3 \omega} \quad (19.103)$$

Поперечная меридиональная сферическая аберрация для выпрявленного изображения получится равной

$$\delta g'' = V_t \delta g' = \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n-1) \cos^3 \omega} \delta g'_0. \quad (19.104)$$

и уже возрастающей при росте изображения обратно пропорционально квадрату косинуса полевого угла ω .

Величины $\delta g'$ и $\delta g''$ рассматривались в плоскостях, перпендикулярных главному лучу; поэтому, переходя к поперечным аберрациям в плоскостях, перпендикулярных оси системы, следует разделить величины $\delta g'$ и $\delta g''$ на косинус полевого угла ω . Таким образом,

$$\delta g'' = V_t \delta g' = \frac{n \cos \omega' - \cos \omega}{(n-1) \cos^3 \omega} \delta g'_0, \quad (19.105)$$

откуда следует, что величина $\delta g''$ будет возрастать обратно пропорционально кубу косинуса полевого угла ω .

Не делая специального вывода, ограничимся замечанием, что и в сагиттальной плоскости тоже будет происходить рост сагиттальной сферической аберрации, но уже приблизительно обратно пропорционально первой степени полевого угла.

§ 97. Некоторые приемы исправления дисторсии

При работе концентрической линзы и тонкой линзы, совпадающей с плоскостью зрачка, а также симметричных или пропорциональных систем имеет место отсутствие дисторсии в подобных оптических системах. Однако в некоторых случаях исходная оптическая система может оказаться и не свободной от дисторсии. При этом возникновение дисторсии в оптической системе будет обусловлено несоблюдением условия симметричности или пропорциональности при достаточном удалении ее элементов от плоскости материальной диафрагмы.

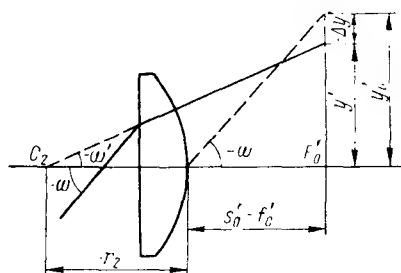


Рис. 19.16. Дисторсия плоско-выпуклой линзы

Это позволяет начать рассмотрение дисторсии с частного случая тонкой линзы, не совпадающей с плоскостью входного зрачка — с плоскостью материальной диафрагмы.

Проводя исследование анастигматических линз, мы видели, что в тех случаях, когда наблюдалось исправление астигматизма, существовало два положения входного зрачка — дальнее и ближнее. При этом ближнее положение зрачка приводило к случаю естественного уменьшения дисторсии, наблюдаемого также для тонких линз, совмещенных со зрачком входа.

В случае плоско-выпуклой линзы с исправленным астигматизмом главный луч выходил по нормали ко второй преломляющей поверхности, а на первой плоской поверхности углы падения и преломления главного луча становились равными полевому углом ω и ω' .

На рис. 19.16 представлена такая плоско-выпуклая линза. Величина изображения y' для реального главного луча получится равной произведению

$$y' = -(f'_0 - r_2) \operatorname{tg} \omega' \quad (19.106)$$

или, учитывая, что для подобной линзы радиус r_2 равен произведению фокусного расстояния на разность между показателем преломления и единицей,

$$y' = -nf'_0 \operatorname{tg} \omega'. \quad (19.107)$$

Величина же неискаженного изображения может быть выражена формулой

$$y'_0 = -f'_0 \operatorname{tg} \omega. \quad (19.108)$$

Тогда величина дисторсии получается равной

$$\Delta y' = y' - y'_0 = -(n \operatorname{tg} \omega' - \operatorname{tg} \omega) f'_0 = \left(1 - \frac{\cos \omega}{\cos \omega'}\right) f'_0 \operatorname{tg} \omega, \quad (19.109)$$

и, переходя к относительной дисторсии,

$$\Delta = \frac{\Delta y'}{y'_0} = \frac{\cos \omega}{\cos \omega'} - 1. \quad (19.110)$$

Так как угол ω при преломлении из воздуха в стекло больше угла ω' по абсолютной величине, величина относительной дисторсии будет получаться отрицательной.

Отступая от плоско-выпуклой линзы, будем получать две ветви кривой положений входных зрачков, обеспечивающих исправление астигматизма, причем ветвь, соответствующая дальним положениям входного зрачка, должна давать вначале относительную дисторсию, превосходящую дисторсию плоско-выпуклой линзы.

Фиксируя положение входного зрачка и не задаваясь устранением астигматизма, можно проследить изменение дисторсии в зависимости от изменения формы — прогиба линзы.

Если рассматриваемые линзы тонкие, т. е. их главные плоскости совпадают с самими линзами, то постоянное удаление входного зрачка от линзы будет соответствовать постоянному положению зрачка относительно переднего фокуса, что равносильно постоянству увеличения в зрачках как линейного, так и углового.

Таким образом, для всех форм рассматриваемых линз должны сохраняться углы идеального главного луча $\omega_0 = \omega$ и ω'_0 , определяющие и положение выходного зрачка, и величину неискаженного изображения.

В силу этого роль прогиба рассматриваемой линзы сведется к изменению хода реального главного луча и величины угла ω' , составляемого этим лучом с осью линзы — к изменению угла отклонения главного луча, проходящего через острый край линзы.

Ранее уже видели, что при уравнивании углов ε'_1 и ε_2 на обеих поверхностях линзы будет иметь место минимум угла отклонения главного луча, который будет соответствовать (при малой величине аберрации в зрачках) и минимуму дисторсии. Величина этого минимума будет зависеть от увеличения в зрачках и по мере приближения увеличения к единице будет приближаться к нулевому значению. Совершенно очевидно, что величина минимума дисторсии будет также зависеть и от величины угла поля зрения.

Одна тонкая линза может быть разделена на две близко расположенные тонкие линзы с таким расчетом, чтобы произведение увеличений обеих линз было бы равно увеличению исходной линзы. При этом возможны два характерных случая, когда и то и другое увеличения не превосходят исходного и когда одно из них больше, а другое меньше этого исходного увеличения.

Эти два случая представлены на рис. 19.17. Первый из этих двух случаев приводит к двум линзам с одинаковыми оптическими силами по знаку; второй случай приводит к линзам с разными знаками их оптических сил.

Если в первом случае обе линзы будут работать с минимальной дисторсией, то суммарная дисторсия их окажется меньше по абсо-

лутной величине, чем минимальная дисторсия исходной линзы, но с тем же самым знаком; во втором случае встретимся с более сложной зависимостью.

Назовем линзу, которая сохранила знак силы исходной линзы и стала обладать большей силой по абсолютной величине, чем исходная линза, основной, а вторую линзу — коррекционной. Тогда

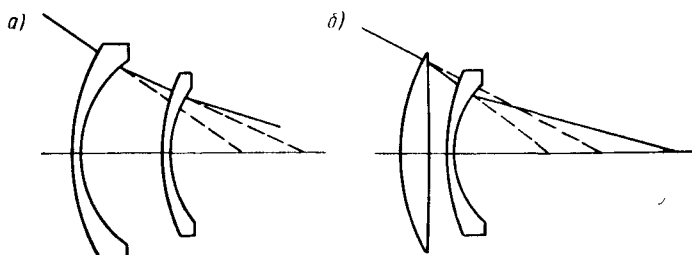


Рис. 19.17. Двухлинзовые блоки: *а* — линзы с силами одного знака; *б* — линзы с силами разных знаков

дисторсия основной и коррекционной линз будет иметь разные знаки.

Поэтому, если основная линза будет работать с минимальной дисторсией, то перемещая корригирующую линзу в ту или иную сторону от формы с минимальной дисторсией на необходимую величину, можем уравнивать по абсолютной величине дисторсию основной и корригирующей линз и тем самым добиться взаимной компенсации дисторсии при увеличении в зрачках, отличном от единицы, и при расположении обеих линз по одну и ту же сторону от материальной диафрагмы.

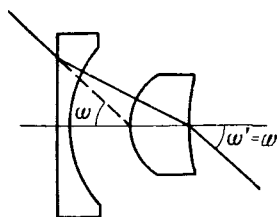


Рис. 19.18. Двухлинзовый блок с полным исправлением дисторсии

Устранение дисторсии при увеличении в зрачках, существенно отличном от единицы, при больших полях зрения представляет большие трудности. Поэтому в подобных случаях выгодно прибегать к использованию несферических поверхностей, с помощью которых такая задача решается сравнительно легко.

Заметим, что компенсация дисторсии в оптических системах, расположенных по одну сторону от материальной диафрагмы, может быть выполнена с очень высокой степенью точности; в частном случае оптической системы, построенной из плоско-вогнутой отрицательной линзы и второй линзы, первая поверхность которой концентрична со второй поверхностью первой линзы, а вторая поверхность второй линзы проходит через центр ее первой поверхности, при одинаковых показателях преломления обеспечивается строгое устранение дисторсии по полю зрения значительной величины. Схема подобной системы представлена на рис. 19.18.

Глава 20

КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОСТЕЙШИХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ 98. Классификация базовых линз

Возможны различные виды классификации оптических систем — основанные на самых разнообразных принципах классифицирования: по числу линз, их взаимному расположению и т. п.

Выбор принципов, положенных в основу той или иной системы классификации, в какой-то степени обусловлен целями, преследуемыми классификацией, ее назначением.

В нашем случае ставится задача построения такой классификации, которая могла бы лечь в основу и служить фундаментом при разработке оптических систем различного назначения и, в частности, при разработке фотографических объективов.

Будем полагать, что основой создания фотографического объектива является развитие значительного поля зрения при заданной оптической силе объектива, требующее устранения главнейших полевых аберраций — астигматизма, комы, кривизны поля зрения.

Естественным будет такое построение классификации, которое позволит проследить процесс развития оптической системы, начиная от ее основных элементов, создающих оптическую силу.

Элементы оптической системы, создающие ее оптическую силу, условимся называть силовыми, или базовыми элементами. Простейшими базовыми элементами являются одиночные линзы в воздухе — базовые, или силовые линзы, ограниченные двумя преломляющими поверхностями.

Рассматривая работу базовых линз, можно поставить условие наиболее полного использования их коррекционных возможностей для устранения главнейших полевых аберраций — астигматизма, комы, кривизны поверхности изображения. Так, при использовании в базовых линзах только сферических поверхностей они в известных случаях могут оказаться свободными от астигматизма, комы, сферической аберрации.

Совершенно очевидно, что, строя оптическую систему из таких элементов, которые не будут обладать аберрациями того или иного вида, получим всю систему также свободной от этих же аберраций.

Изучение свойств сферической преломляющей поверхности показало, что такая поверхность получается свободной от астигматизма и комы в тех случаях, когда главный луч проходит через центр сферической поверхности или через ее апланатические точки. Равным образом не будут обладать астигматизмом и комой сферические поверхности, совмещенные с изображением, и плоские поверхности в параллельном ходе лучей. Поэтому представляется возможным при создании базовых линз поставить условие устранения у них двух полевых аберраций — астигматизма и комы.

При создании базовых линз мы будем располагать четыремь видами сферических поверхностей, которые условимся обозначать буквами русского алфавита: а — апланатические поверхности; б — поверхности, расположенные вблизи изображения или близфокальные; к — поверхности, концентричные зрачку; о — плоские поверхности. Условимся также обозначать большой буквой Б силовые линзы; тогда, записывая в скобках после символа базовой линзы виды ее поверхностей, получаем возможность зашифровки базовых линз любого вида.

Располагая четыремь видами поверхностей и сочетая их попарно друг с другом, получим 16 формальных сочетаний:

Б (кк)	Б (ка)	Б (кб)	Б (ко)
Б (ак)	Б (аа)	Б (аб)	Б (ао)
Б (бк)	Б (ба)	Б (бб)	Б (бо)
Б (ок)	Б (оа)	Б (об)	Б (оо)

Некоторые из этих попарных сочетаний оказываются неспособными обеспечить требуемую оптическую силу, например все линзы, близко расположенные к изображению (третья строка).

Апланатические поверхности для предмета, расположенного в бесконечности, вырождаются в плоские поверхности. Поэтому и вторая строка не будет создавать базовых линз; также и в четвертой строке лишь одно первое сочетание приведет к реальной базовой линзе.

В результате получим только шесть различных форм базовых линз, свободных от астигматизма и комы, из которых две формы будут зашифрованы одинаково — «тонкие» линзы Б (ка) и «толстые» линзы тоже Б (ка), но с равными радиусами своих обеих поверхностей.

Все шесть форм базовых линз, свободных от астигматизма и комы, представлены на рис. 20.1. На этом рисунке приведены также конструктивные элементы базовых линз (значения радиусов, толщин и показателей преломления) и графики их аберраций: слева — сферической аберрации $\Delta s'$ при относительном отверстии 1: 5 и справа — астигматизма (z_i — штриховая кривая, z_s — сплошная). Здесь и далее фокусное расстояние f' отдельных линз и систем принято равным 100 мм, за исключением некоторых рисунков, на которых эти значения будут указаны.

В базовых линзах Б (ка) и Б (кб) может быть удовлетворено условие Петцваля за счет равенства радиусов первой и второй

поверхностей; в результате линзы Б (ка) и Б (кб) будут обладать, кроме отсутствия астигматизма и комы, отсутствием и кривизны поля.

Плоско-выпуклая линза Б (ок) является единственной базовой линзой с вынесенным вперед зрачком входа,

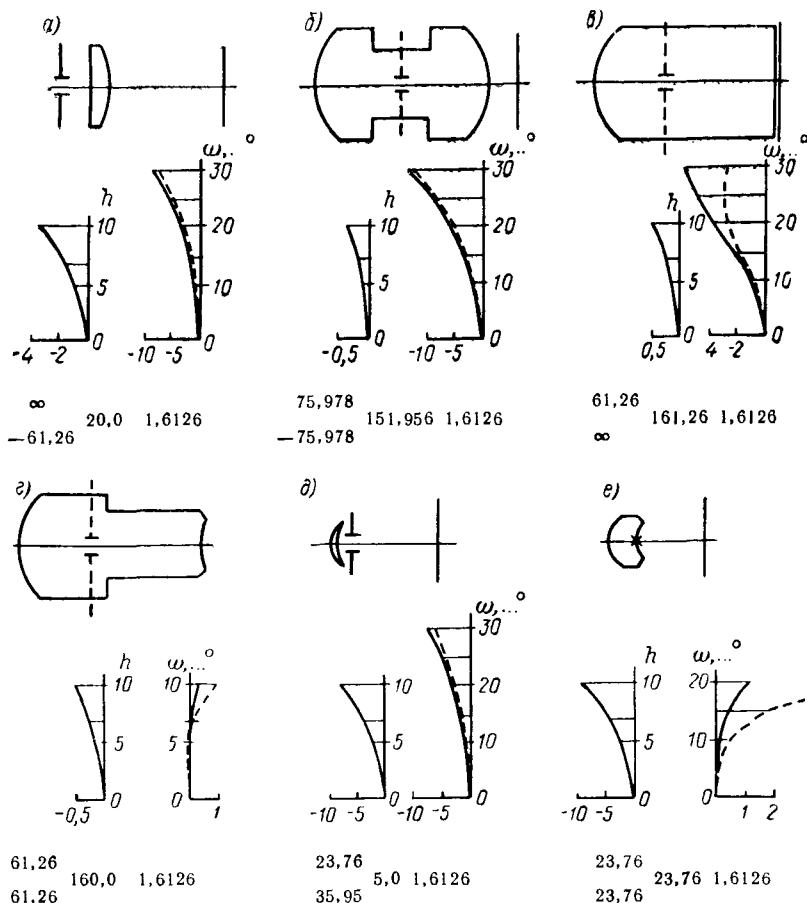


Рис. 20.1. Простейшие базовые линзы, исправленные на кому и астигматизм:
а — Б (ок); б — Б (кк); в — Б (ко); г — Б (кб); д — Б (ка); е — Б (ка)

Во всех шести формах базовых линз сферическая aberrация отрицательная и наименьшая по величине для второй концентрической линзы Б (кк); линзы Б (ко) и Б (кб) обладают несколько большей сферической aberrацией; первая линза Б (ок) имеет еще большую сферическую aberrацию, и, наконец, самой большой сферической aberrацией, одинаковой по величине, обладают линзы Б (ка) как «тонкие», так и «толстые».

Заметим, что формы линз Б (кк), Б (ко) и Б (кб) свободны от дисторсии; линза Б (ко) имеет отрицательную, а линзы Б (ка) положительную дисторсию.

Из рис. 20.1 следует, что четыре формы базовых линз обладают неисправленной кривизной поля зрения, отрицательной по знаку. Поэтому их использование потребует введения коррекционных элементов, способных своей положительной кривизной обеспечить устранение общей кривизны поля.

Очевидно, эти коррекционные элементы не должны вносить ни астигматизма, ни комы. Тогда, используя те же самые четыре вида поверхностей, свободных от астигматизма и комы (изопланатические поверхности), можно получить сочетания из 16 коррекционных изопланатических линз, обозначаемых буквой К перед скобками:

К (кк)	К (ка)	К (ко)	К (кб)
К (ак)	К (аа)	К (ао)	К (аб)
К (ок)	К (оа)	К (оо)	К (об)
К (бк)	К (ба)	К (бо)	К (бб)

В четвертой строке два первых сочетания практически неосуществимы; два последних сочетания этой строки и последнее сочетание третьей строки приводятся к так называемым линзам Смита, или близфокальным линзам. Третье сочетание третьей строки выражает собой плоскопараллельную пластинку, а второе сочетание второй строки — биопланатическую линзу; остальные сочетания второй строки представляют из себя не коррекционные, а силовые элементы. Все сочетания первой строки дают реальные коррекционные элементы.

Таким образом, из 16 сочетаний в нашем распоряжении остаются в качестве коррекционных элементов следующие:

1) близфокальные линзы, или линзы Смита К (бо), К (бб) и К (об);

2) биопланатическая линза К (аа);

3) concentрическая линза — мениск К (кк);

4) плоско-вогнутые линзы К (ок) и К (ко);

5) линзы К (ка) и К (кб).

Перейдем к сочетанию коррекционных элементов с элементами базовыми. Эти сочетания в ряде случаев будут ограничены. Так, при использовании в качестве коррекционного элемента линзы Смита этот элемент необходимо сочетать лишь с тремя базовыми элементами Б (ок), Б (кк) и Б (ка), так как у базового элемента Б (ко) нет места для расположения линзы Смита, а в базовом элементе Б (кб) его последняя поверхность уже играет роль близфокальной линзы.

Таким образом, получаем три системы из линз, корригированных на кому, астигматизм и кривизну изображения, которые можно зашифровать в виде следующих сумм:

Б (ок) + К (бо); Б (кк) + К (бо); Б (ка) + К (бо).

Эти три системы представлены на рис. 20.2.

Можно использовать в качестве коррекционного элемента для исправления кривизны поля биапланатическую линзу К (аа). Однако этот коррекционный элемент требует для своего размещения некоторого расстояния между последней поверхностью базового элемента и плоскостью изображения. Такое расстояние имеется

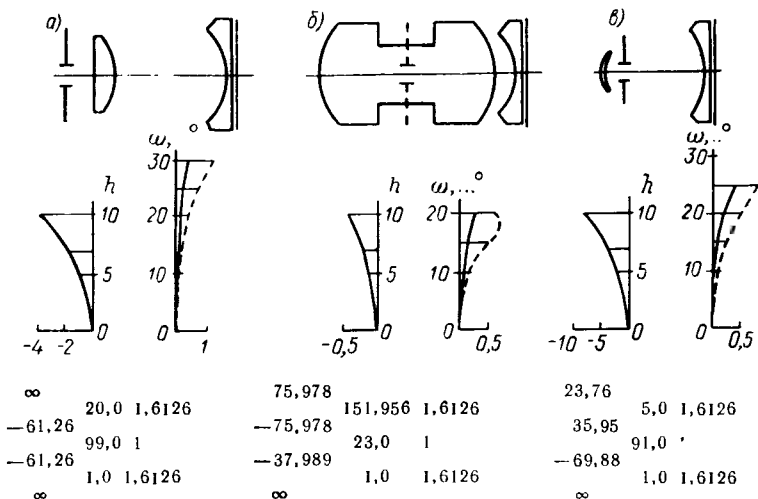


Рис. 20.2. Двухлинзовые системы с исправлением кривизны поля с помощью близфокальной линзы: а — Б (ок) + К (бо); б — Б (кк) + К (бо); в — Б (ка) + К (бо)

лишь у базовых линз Б (ок) и Б (кк), в сочетании с которыми получаются две системы вида

Б (ск) + К (аа) и Б (кк) + К (аа),

представленные на рис. 20.3.

Заметим, что система Б (ок) + К (аа) обладает вынесенным вперед зрачком входа и может быть исправлена на дисторсию.

Других сочетаний базовых элементов с биапланатической линзой не получается потому, что у базовых линз Б (ко) нет места для размещения биапланатической линзы; для линзы Б (кб) нет необходимости введения такого коррекционного элемента; для «тонких» линз Б (ка) применение биапланатической линзы превращает их в «толстые» базовые линзы того же типа Б (ка) с последним радиусом, равным ее первому радиусу.

Коррекционным элементом для исправления кривизны поля может служить и концентрическая линза, за исключением тех случаев, когда поверхность изображения от предшествующей системы будет концентрична центру выходного зрачка, как это имеет место у базовых линз Б (ок) и Б (кк). В линзах Б (ко) и Б (кб) для размещения концентрической линзы нет места или необходи-

мости в ней. Поэтому непосредственное использование концентрической линзы возможно лишь в совокупности с базовой линзой Б (ка), образуя систему вида

$$Б (ка) + К (кк),$$

представленную на рис. 20.4.

В базовой линзе Б (ок) можно размещать коррекционную линзу К (кк) впереди; однако в этом случае первая поверхность у базовой линзы не сможет быть поверхностью плоской и должна быть заменена на поверхность апланатическую. Из-за этого базовая линза Б (ок) станет линзой Б (ак) и в сочетании с коррекционным элементом образует систему вида

$$К (кк) + Б (ак),$$

представленную на рис. 20.5.

Используя в качестве коррекционного элемента для исправления кривизны поля концентрическую линзу, мы должны придать ей определенную оптическую силу; поэтому, варьируя величину одного

из ее радиусов и соответственно изменяя для сохранения силы ее второй радиус, мы сможем влиять на величину сферической aberrации концентрической линзы и тем самым добиваться ее исправления у систем вида Б (ка) + К (кк) и К (кк) + Б (ак), не затрагивая величины астигматизма, комы и кривизны поля, т. е. будем достигать одновременного исправления четырех aberrаций.

Вторая из этих систем обладает отрицательной дисторсией; поэтому, используя ее после плоской поверхности, отделяющей жидкую среду от воздушной и обладающей вследствие этого положительной дисторсией, добиваемся взаимного исправления и дисторсии. Подобная система из двух линз, полученная на основе классификации, была реализована в виде объектива, предназначенного для проведения исследований в области ядерной физики. Схема этого объектива с конструктивными элементами и графиками aberrаций приведена на рис. 20.6.

Заменяя у концентрического коррекционного элемента его первую поверхность на плоскость, превращаем его в плоско-

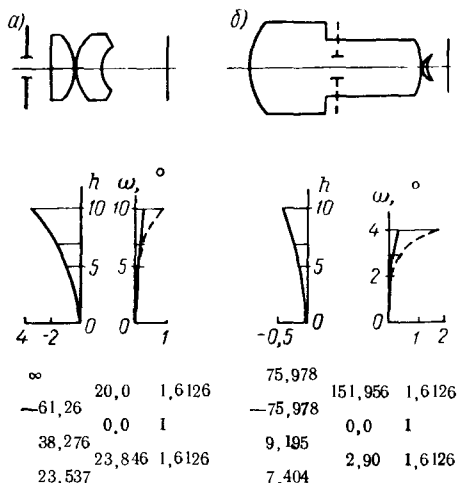
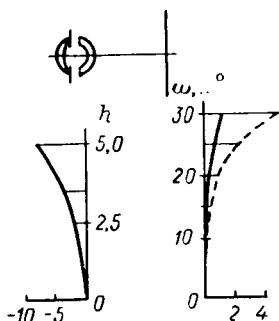


Рис. 20.3. Двухлинзовые системы с коррекцией кривизны поля с помощью биапланатической линзы: а — Б (ок) + К (аа); б — Б (кк) + К (аа)

вогнутую отрицательную линзу — коррекционный элемент К (ок), который может быть поставлен на место концентрического элемента К (кк) перед базовой линзой Б (ак), создавая тем самым систему вида

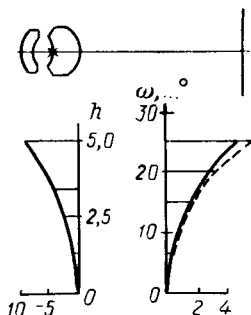
$$К(ок) + Б(ак),$$

представленную на рис. 20.7 и обладающую увеличенным полем зрения по отношению к системе К (кк) + Б (ак) (рис. 20.5).



13,64	2,87	1,6126
20,66	20,12	1
-13,64	7,02	1,6126
-20,66		

Рис. 20.4. Система с исправлением кривизны поля с помощью задней концентрической линзы



24,38	9,68	1,6126
14,70	14,70	1
-37,32	23,08	1,6126
-23,08		

Рис. 20.5. Система с исправлением кривизны поля с помощью передней концентрической линзы

Равным образом и в системах Б (ка) + К (кк) можно последнюю поверхность концентрической линзы приблизить к плоскости изображения и после этого придать ей любую форму — плоскую или сферическую. Таким образом, приходим к системам вида

$$Б(ка) + К(ко) \text{ и } Б(ка) + К(кб),$$

представленным на рис. 20.8.

Заметим, что при отходе от концентричности мы лишаемся возможности свободно варьировать сферическую aberrацию, и ее исправление в этих системах осуществляется лишь случайно, за счет подбора соответственных показателей преломления.

Не выходя из рамок двухлинзовых систем, можно для всех базовых элементов решить задачу исправления сферической aberrации посредством введения в них нормальной концентрической поверхности склейки, обладающей, как известно, положительной сферической aberrацией. Обозначая такую поверхность склейки символом снк — склеенная нормальная концентрическая

поверхность — и заключая его в скобки, принадлежащие базовому элементу, получим шесть склеенных линз вида

Б (о, снк, к) Б (к, снк, к) Б (к, снк, а)

Б (к, снк, б) Б (к, снк, б) Б (к, снк, о)

с исправленными астигматизмом, комой и сферической aberrацией. Первые пять систем представлены на рис. 20.9; последняя система легко может быть получена из системы Б (к, снк, б) при замене последней поверхности на плоскость и на рисунке не показана.

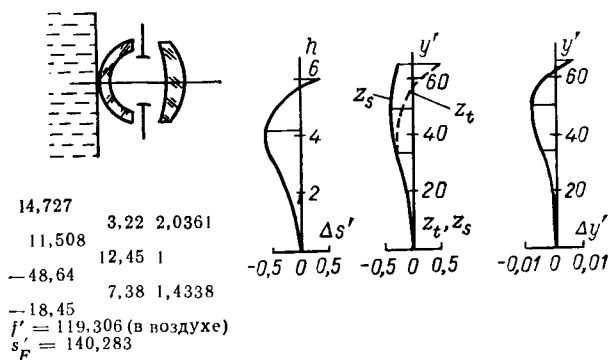


Рис. 20.6. Объектив для исследований по ядерной физике

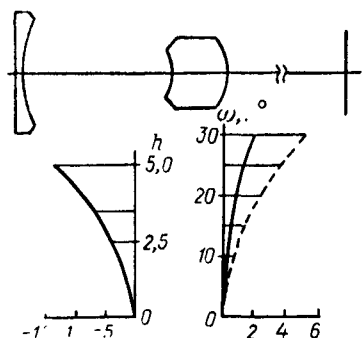
Система Б (к, снк, а) и обе системы Б (к, снк, б) исправлены также на кривизну поля; при этом последние системы исправлены и на дисторсию. Кроме того системы Б (к, снк, б) уже по своей схеме должны быть свободными от хроматизма увеличения, а хроматизм положения в них может быть устранен путем подбора соответствующих дисперсий материала обеих линз.

Поверхность склейки в системах Б (к, снк, б) может быть обращена либо своей выпуклостью к поверхности изображения, либо своей вогнутостью (в обоих случаях ориентировка склеенной поверхности по отношению к зрачку будет прямой), и, таким образом, получаются две конструктивные формы системы типа Б (к, снк, б). Расчеты этих систем показывают, что они могут обладать большим относительным отверстием, достигающим до 1 : 1,8, при довольно значительном поле зрения (около 24°) и фокусном расстоянии, равном 50 мм.

Схемы таких двухлинзовых объективов, полученные на основе настоящей классификации, представлены на рис. 20.9 (г, д). Из графиков aberrаций можно заключить, что эти объективы по своим характеристикам не уступают обычным фотографическим объективам. Величина относительного отверстия в них могла бы быть еще несколько повышена за счет введения concentрической

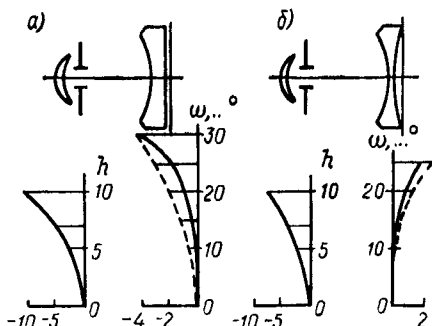
воздушной прослойки, позволяющей осуществлять двойную коррекцию сферической аберрации.

Использование concentрической линзы как коррекционной после систем, у которых поверхность изображения concentрична центру выходного зрачка, приводит к отнесению выпрямленного изображения в бесконечность, что равносильно преобразованию корригируемой системы в систему афокальную, или телескопическую. Обозначим телескопические системы большой буквой Т.



∞	5,0	1,6126
122,52		
122,52	1	
-76,55		
47,34	1,6126	
-47,34		

Рис. 20.7. Система с исправлением кривизны поля с помощью передней плоско-вогнутой линзы



23,74	5,0	1,6126	23,74	5,0	1,6126
35,95			35,95		
80,0	1		80,0	1	
-69,88			-79,88		
12,0	1,6126		2,0	1,6126	
∞			555,56		

Рис. 20.8. Двухлинзовые системы с исправлением кривизны поля с помощью concentрической поверхности позади базовой линзы: а — Б (ка) + К (ко); б — Б (ка) + К (кб)

Такое преобразование будет иметь место для базовых линз Б (ок) и Б (кк); при этом показатель преломления коррекционной линзы должен быть выше, чем показатель преломления линзы базовой.

В первом случае, когда базовой линзой является плоско-выпуклая линза Б (ок), образуется телескопическая система вида

$$T(o, \text{снк}, k) = B(oк) + K(kк),$$

представленная на рис. 20.10. Эта система обладает увеличением Г, равным обратной величине показателя преломления базовой линзы $n_2 = 1,5163$.

Совокупность и базовой и коррекционной concentрических линз приводит к телескопической системе вида

$$B(kк) + K(kк),$$

имеющей увеличение Г, равное единице.

Так как в системе Б (ок) + К (кк) при контакте обеих линз образуется поверхность нормальной склейки, создающая положительную сферическую aberrацию, представляется возможным скорректировать и всю полученную телескопическую систему на сферическую aberrацию. Более того, оставляя между обеими

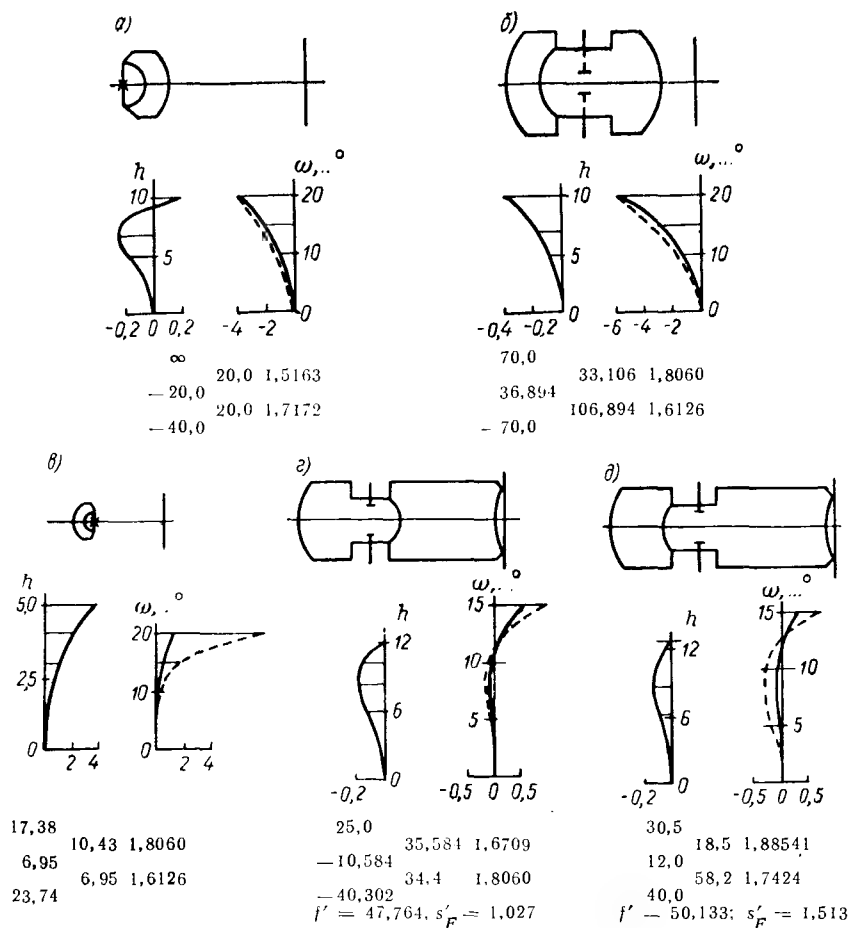


Рис. 20.9. Двухлинзовые системы с концентрической поверхностью склейки для исправления сферической aberrации: а — Б (о, снк, к); б — Б (к, снк, к); в — Б (к, снк, а); г, д — Б (к, снк, б)

линзами соответственной величины воздушный концентрический промежуток, можем обеспечивать двойную коррекцию сферической aberrации. Подобного рода телеконцентрическая система может быть с успехом применена для перехода из жидкой среды в воздушную с размещением материальной диафрагмы — входного зрачка — на поверхности раздела жидкой и воздушной сред.

Особый интерес представляет телеконцентрическая система Б (кк) + К (ко), представленная на рис. 20.11. Эта система в случае равенства показателя преломления n_3 второй (отрицательной) линзы квадрату показателя преломления n_2 первой (концентрической) линзы будет строго свободна от астигматизма, комы, кривизны поля и сферической aberrации для произвольно большого угла поля зрения и произвольно большого отверстия; в случае же равенства показателей преломления последней среды

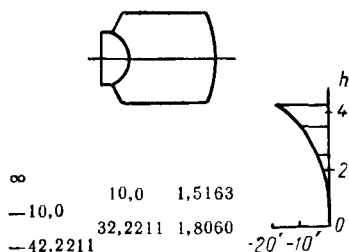


Рис. 20.10. Телеконцентрическая система

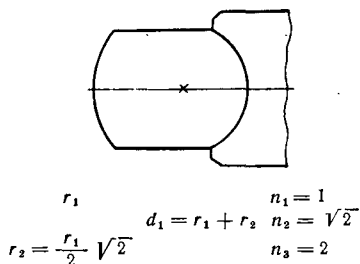


Рис. 20.11. Безабберационная система Ланге

и второй линзы она становится строго безабберационной для всех монохроматических aberrаций, включая и дисторсию, при любых положениях предмета и изображения. Такая телеконцентрическая система известна под названием системы Ланге.

Завершая рассмотрение двухлинзовых систем, следует остановиться на компенсационных системах, составленных из двух тонких линз, расположенных на некотором конечном расстоянии друг от друга.

Не накладывая на эти линзы никаких условий самостоятельного устранения у них тех или иных aberrаций, можем добиться устранения некоторых aberrаций у их совокупности. Так, опираясь на условие Петцваля и полагая показатели преломления обеих линз равными друг другу, получаем

$$\Phi_I/n + \Phi_{II}/n = 0, \quad (20.1)$$

откуда приходим к равенству

$$\Phi_I = -\Phi_{II}, \quad (20.2)$$

т. е. к условию использования положительной и отрицательной линз с равными оптическими силами по абсолютной величине.

Суммарная сила системы в этом случае будет равна

$$\Phi = \Phi_I + \Phi_{II} - \Phi_I \Phi_{II} d = \Phi_I^2 d \quad (20.3)$$

независимо от того, будет ли впереди расположена положительная или отрицательная линза.

Вследствие этого приходим сразу же к существованию двух видов компенсационных систем — систем типа телеобъективов с положительной линзой впереди и объективов с увеличенным последним отрезком и отрицательной линзой впереди.

Условимся для удобства записи положительные линзы компенсационных систем обозначать буквой Б перед скобками и отрицательные линзы — буквой К, считая первые линзы силовыми, или базовыми, а вторые — коррекционными. В знак того, что эти линзы являются тонкими, в скобках будем писать букву т.

В этих системах представляется возможным любую из линз полагать совмещенной с плоскостью материальной диафрагмы — зрачком входа или выхода. Линзы, играющие роль зрачка, условимся обозначать буквой з перед скобками.

Ранее было установлено, что астигматизм тонких линз, совмещенных с плоскостью материальной диафрагмы, не должен зависеть от формы линз (их прогиба) и будет оставаться постоянным, что позволяет воспользоваться прогибом таких линз для устранения комы всей системы.

Вместе с тем прогиб тонкой линзы, не совпадающей с плоскостью зрачка, влияет на изменение ее астигматизма; этим можно воспользоваться для исправления астигматизма всей системы в целом.

Известно, что исправление астигматизма у тонких линз наблюдается при двух различных прогибах; поэтому должны существовать и две различные двухлинзовые системы с исправленным астигматизмом.

Таким образом, используя прогибы первой и второй линз, возможно осуществить в компенсационных системах одновременное исправление астигматизма и комы при исправленной кривизне поля, т. е. решить задачу одновременного исправления трех aberrаций, как это делалось для систем, построенных из концентрических и апланатических поверхностей.

Вводя в скобки дополнительно обозначение исправляемых тонким компонентом aberrаций (комы — буквами км; астигматизм — буквами ан), можно зашифровать все возможные двухлинзовые компенсационные системы следующим образом:

$$\begin{array}{ll} \text{Бз (т, км)} + \text{К (т, ан I)} & \text{Бз (т, км)} + \text{К (т, ан II)} \\ \text{Б (т, ан I)} + \text{Кз (т, км)} & \text{Б (т, ан II)} + \text{Кз (т, км)} \\ \text{Кз (т, км)} + \text{Б (т, ан I)} & \text{Кз (т, км)} + \text{Б (т, ан II)} \\ \text{К (т, ан I)} + \text{Бз (т, км)} & \text{К (т, ан II)} + \text{Бз (т, км)} \end{array}$$

Шесть из этих систем представлены на рис. 20.12; в двух случаях при компенсации всех aberrаций получаются нереальные системы.

Принципиально материальная диафрагма может не совпадать ни с той, ни с другой линзой. Например, она может быть расположена между обеими линзами. Это позволяет осуществлять переходы от одной компенсационной системы к другой; поэтому

ограничимся рассмотрением четырех случаев расположения силовой линзы в плоскости материальной диафрагмы. Данные этих четырех компенсационных систем и графики их аберрации приведены на рис. 20.12, а, б, д, е.

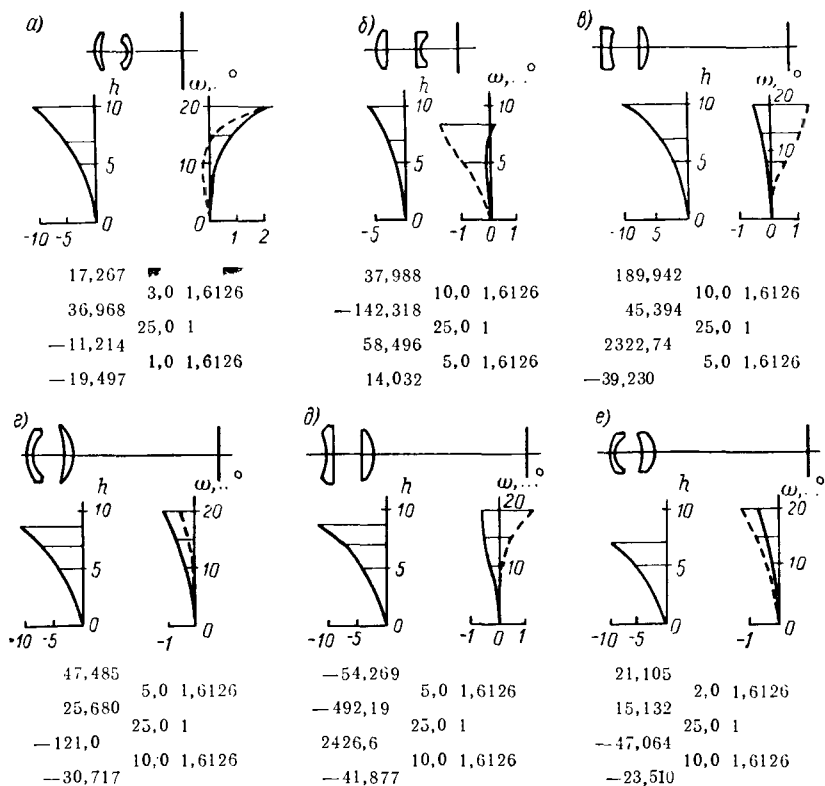


Рис. 20.12. Двухлинзовые компенсационные системы: а, б — Бз (т, км) + К (т, ан); в, г — Кз (т, км) + Б (т, ан); д, е — К (т, ан) + Бз (т, км)

Сопоставляя эти графики с графиками аберраций двухлинзовых систем, построенных из концентрических и апланатических поверхностей, видим, что компенсационные системы обладают значительно большими аберрациями высших порядков, чем системы изопланатические.

§ 99. Системы с двумя базовыми линзами

Рассматривая базовые линзы предыдущего параграфа, следует обратить внимание на то обстоятельство, что во всех этих линзах, кроме линзы Б (кк), оптическая сила создается за счет работы одной преломляющей поверхности. Совершенно очевидно, что сосредоточение силы на одной поверхности приводит к уменьшению ее радиуса, со всеми вытекающими отсюда последствиями.

Вполне естественно попытаться разложить оптическую силу системы на две или большее число силовых линз. При этом можно сохранить те же самые требования, которые предъявлялись при исправлении аберраций к одиночным базовым линзам, т. е. обеспечение устранения астигматизма и комы.

Такое составление систем из двух базовых линз должно свестись к суммированию одиночных силовых линз Б (ок), Б (кк) и Б (ка) с силовыми элементами Б (ак), Б (ао), Б (аб), Б (ка), Б (ко) и Б (кб); участие в суммировании других базовых элементов невозможно, так как это приводит к нереальным системам.

Таким образом, получим следующие базовые системы:

$$\begin{array}{lll} \text{Б (ок)} + \text{Б (ак)} & \text{Б (ок)} + \text{Б (ао)} & \text{Б (ок)} + \text{Б (аб)} \\ \text{Б (кк)} + \text{Б (ак)} & \text{Б (кк)} + \text{Б (ао)} & \text{Б (кк)} + \text{Б (аб)} \\ \text{Б (ка)} + \text{Б (ак)} & \text{Б (ка)} + \text{Б (ао)} & \text{Б (ка)} + \text{Б (аб)} \end{array}$$

и

$$\begin{array}{l} \text{Б (ка)} + \text{Б (ка)}; \quad \text{Б (ка)} + \text{Б (ко)}; \quad \text{Б (ка)} + \text{Б (кб)}; \\ \text{Б (ка)} + \text{Б (кк)}. \end{array}$$

Системы второй строки, построенные на сочетании концентрической базовой линзы Б (кк) с линзами, расположенными после нее, приводят к конструкциям с несоразмерными передней и задней линзами и с весьма ограниченными полями зрения; из-за этого такие системы не будут представлять практического интереса.

Системы третьей строки можно получить из одиночных базовых линз введением в них воздушной биапланатической линзы, устраняющей в этих линзах большую массу стекла.

Поэтому эти три системы можно зашифровать в виде

$$\text{Б (к, —аа, к)}, \quad \text{Б (к, —аа, о)} \text{ и } \text{Б (к, —аа, б)}.$$

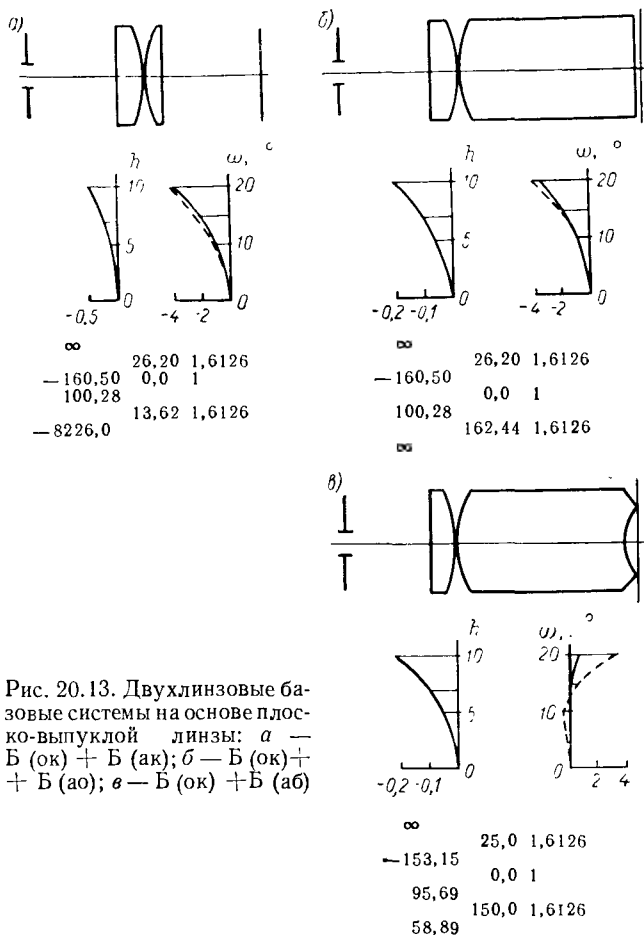
Двухлинзовые базовые системы четвертой строки представляют самостоятельный интерес, так как в этих системах, подобно системам первой строки, существенно увеличивается относительное отверстие и уменьшается исходная сферическая аберрация.

Таким образом, получим 13 двухлинзовых базовых систем. Пять из них, которые завершаются близфокальными и апланатическими поверхностями (б; а), могут быть исправлены на кризису поля.

Все вышеперечисленные системы вместе с графиками аберраций и конструктивными элементами представлены на рисунках: системы первой строки — рис. 20.13; системы второй строки — рис. 20.14; системы третьей строки — рис. 20.15; системы четвертой строки — рис. 20.16.

При переходе к двухлинзовым базовым системам можно отказаться от одновременного исправления в обеих базовых линзах астигматизма и комы, ограничиваясь, например, одним исправлением астигматизма, т. е. используя в качестве базовых линз анастигматические.

В этом случае, очевидно, потребуется взаимная компенсация комы для совокупности обеих анастигматических линз, что осуществляется симметричным расположением анастигматических линз по обе стороны относительно материальной диафрагмы. Для лучшего исправления комы всегда возможно прибегнуть к введению некоторого коэффициента пропорциональности между обеими анастигматическими линзами.



Учитывая, что анастигматические линзы могут быть либо первого, либо второго рода, двухлинзовые базовые системы можно защищать в виде

$$2Б (ан I) \text{ и } 2Б (ан II),$$

где цифрой 2 обозначена симметричная система, буквами ан — анастигматичность и цифрами I и II — принадлежность линзы

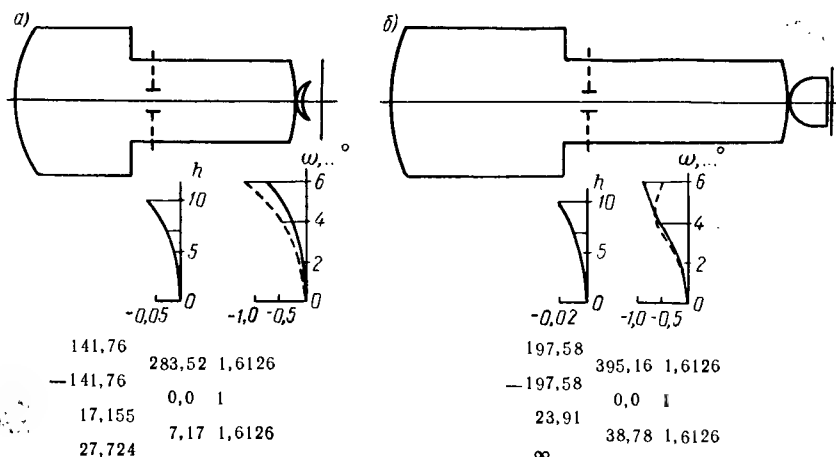


Рис. 20.14. Двухлинзовые базовые системы на основе концентрической линзы: а — Б (кк) + Б (аа); б — Б (кк) + Б (ао); в — Б (кк) + Б (аб)

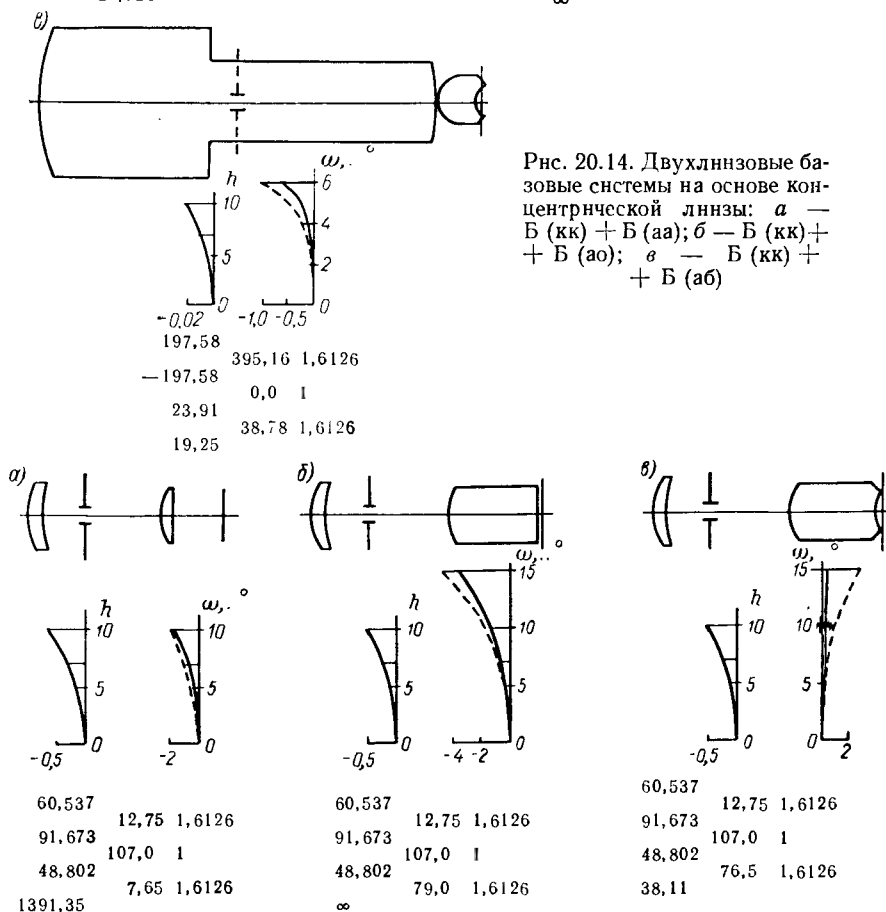


Рис. 20.15. Двухлинзовые базовые системы с воздушной бипланатической линзой: а — Б (ка) + Б (ак); б — Б (ка) + Б (ао); в — Б (ка) + Б (аб)

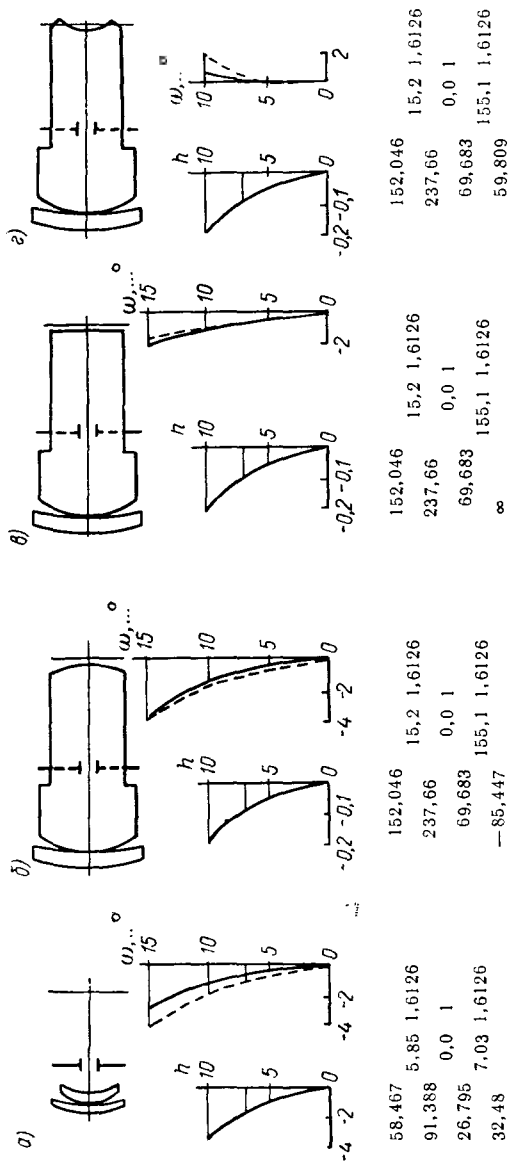


Рис. 20.16. Двухлинзовые системы на основе сочетания переднего апланатического мениска с одиночной линзой: а — Б (ка) + Б (ка); б — Б (ка) + Б (ка); в — Б (ка) + Б (ка); г — Б (ка) + Б (ка)

к первому или ко второму роду, характеризующемуся одинаковыми или различными знаками углов падения и преломления главного луча на обеих поверхностях анастигматических линз.

Эти две базовые системы с графиками aberrаций представлены на рис. 20.17, а, б в виде схем объективов «Гипергон» и типа перископ

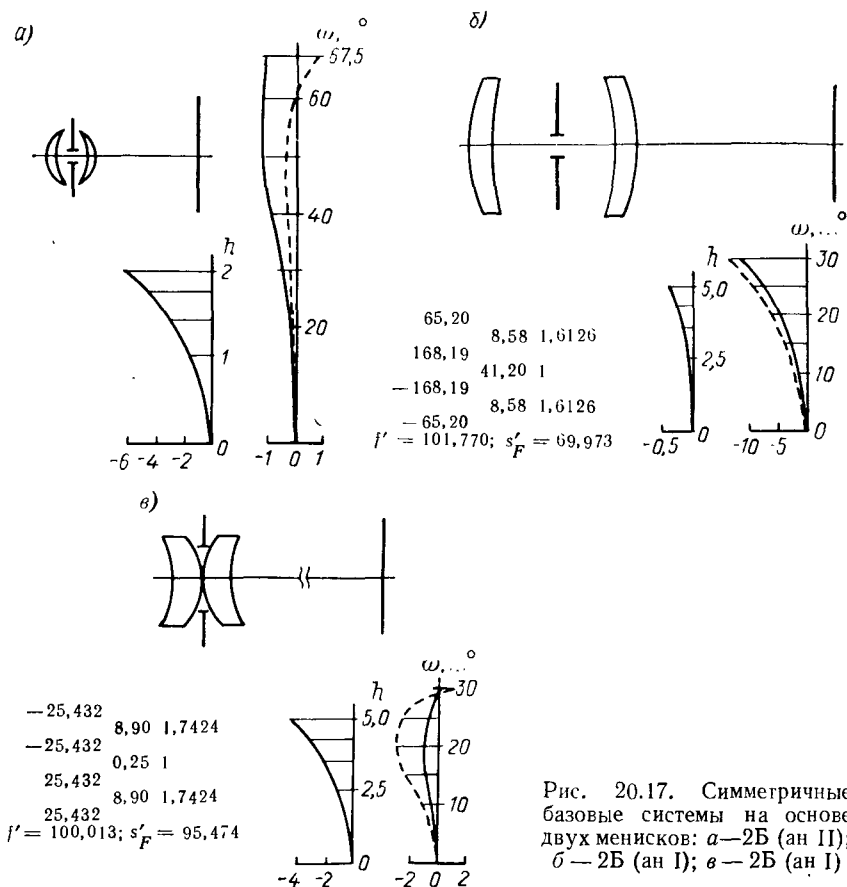


Рис. 20.17. Симметричные базовые системы на основе двух менисков: а—2Б (ан II); б—2Б (ан I); в—2Б (ан I)

рископ; первый объектив, как уже отмечалось ранее, обладает весьма большим полем зрения, достигающим до величины $2\omega = 130^\circ$.

Сопоставляя графики aberrаций этих объективов, видим, что у объектива «Гипергон» устранена кривизна поверхности изображения за счет удовлетворения условия Петцваля уравниванием радиусов у обеих анастигматических линз второго рода, тогда как у объектива типа перископ кривизна поля остается недоисправленной.

Принципиально представляется возможным, переходя к ближайшему положению входного зрачка у менискообразных линз объек-

тива «Гипергон», превратить эти анастигматические линзы в линзы первого рода с равными радиусами кривизны и тем самым обеспечить исправление кривизны поля в объективе типа перископ.

Однако ближнее положение анастигматического зрачка у мениска с равными радиусами кривизны оказывается в глубине линзы, делая невозможным размещение материальной диафрагмы и создание симметричной системы.

Вместе с тем углубление зрачка внутрь линзы может привести к его выходу из линзы с другой стороны. Тогда приходим к весьма своеобразной конструкции симметричного объектива из двух менисков с равными радиусами, обращенных выпуклыми сторонами друг к другу, скорректированных на астигматизм, кому и кривизну поверхности изображения. Схема такого объектива и графики aberrаций приведены на рис. 20.17, в; она получена также на основе рассматриваемой классификации.

К числу двухлинзовых базовых систем, скорректированных на астигматизм и кому, можно было бы условно присоединить и системы одиночных базовых линз в сочетании с коррекционными элементами, не обеспечивавшими полного исправления кривизны поля. К таким системам могут быть отнесены системы, построенные из четырех одиночных базовых элементов с концентрической наружной поверхностью с добавлением плоско-вогнутой коррекционной линзы К (ок) впереди.

Таким образом, получаем еще пять базовых систем следующего вида:

$$\begin{aligned} & \text{К (ок)} + \text{Б (кк)}; \text{К (ок)} + \text{Б (ко)}; \text{К (ок)} + \text{Б (кб)}; \\ & \text{К (ок)} + \text{Б (ка)}; \text{К (ок)} + \text{Б (ак)}, \end{aligned}$$

которые представлены на рис. 20.18. Две из этих систем — К (ок) + Б (кб) и К (ок) + Б (ка) — могут быть исправлены на кривизну поля, поэтому их следует отнести в группу систем с одиночным базовым элементом, исправленных на астигматизм, кому и кривизну поля.

Размещая коррекционные элементы К (ко) позади одиночных базовых линз, получаем системы следующего вида:

$$\begin{aligned} & \text{Б (ок)} + \text{К (ко)}, \\ & \text{Б (кк)} + \text{К (ко)} \text{ и } \text{Б (ка)} + \text{К (ко)}, \end{aligned}$$

не скорректированные на кривизну поля. Эти три системы представлены на рис. 20.19.

Добавление элемента К (кб) приводит к трем системам с исправленной кривизной поля, которые тоже можно отнести к группе систем с одиночным базовым элементом, скорректированных на астигматизм, кому и кривизну поля.

Таким образом, общее число систем, составленных из двух линз и позволяющих обеспечивать исправление трех aberrаций (астигматизма, комы и кривизны поверхности изображения),

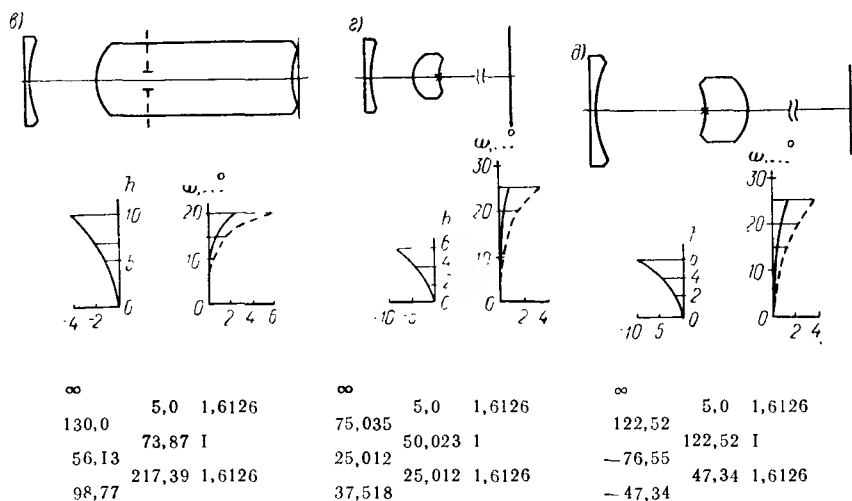
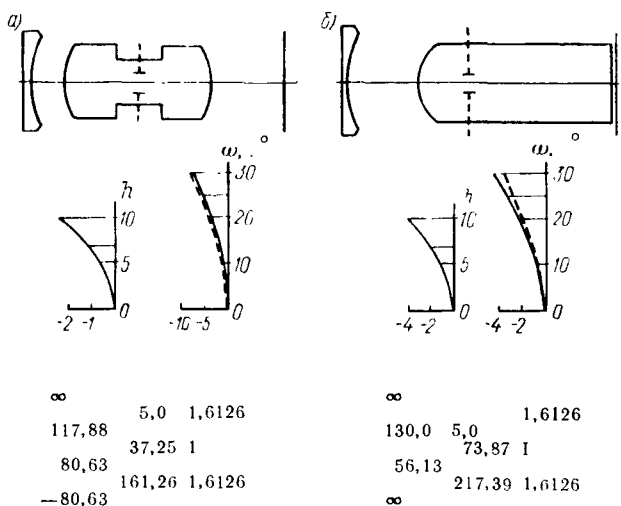


Рис. 20.18. Двухлинзовые системы с передней плоско-вогнутой линзой: а — К (ок) + Б (кк); б — К (ок) + Б (ко); в — К (ок) + Б (кб); г — К (ок) + Б (ка); д — К (ок) + Б (ак)

возрастает, с учетом компенсационных схем, до 30. Эти системы могут быть представлены в виде классификационных таблиц.

В табл. 20.1 приведены почти все двухлинзовые системы, построенные из concentрических и апланатических поверхностей.

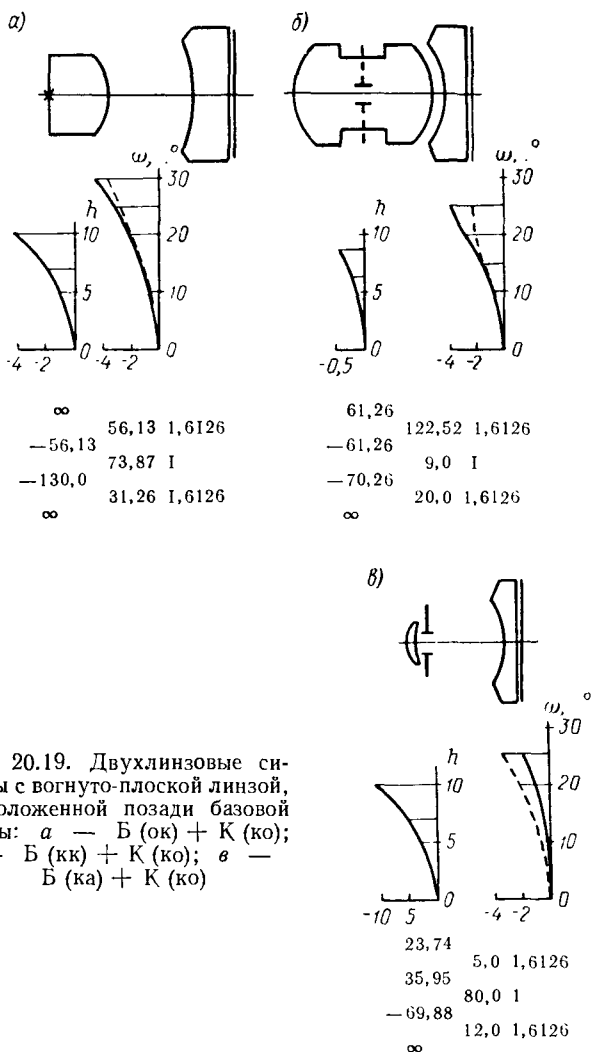
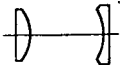
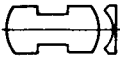
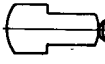
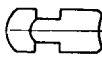
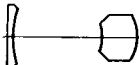
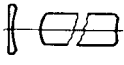
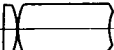
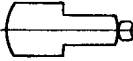
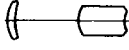
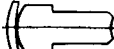


Рис. 20.19. Двухлинзовые системы с вогнуто-плоской линзой, расположенной позади базовой линзы: а — Б (ок) + К (ко); б — Б (кк) + К (ко); в — Б (ка) + К (ко)

Четыре вертикальных столбца этой таблицы соответствуют четырем простейшим базовым линзам, а горизонтальные строки — простейшим коррекционным элементам. На пересечении вертикальных столбцов с горизонтальными строками размещаются двухлинзовые системы, шифр которых складывается из шифров базовой и коррекционной линз. При этом в системах двух последних

Шифр коррек- ционных элементов	Двухлинзовые системы на основе простейших базовых линз			
	Б (ок)	Б (кк)	Б (кб)	Б (ка)
К (со)	 Б (ок) + К (бо)	 Б (кк) + К (бо)		 Б (ка) + К (бо)
К (аа)	 Б (ок) + К (аа)	 Б (кк) + К (аа)		
К (кк)	 К (кк) + Б (ак)		 Б (к, сик, б)	 Б (ка) + К (кк)
К (ок)	 К (ок) + Б (ак)		 К (ок) + Б (кб)	 К (ок) + Б (ка)
К (кб)				 Б (ка) + К (кб)
Б (аб)	 Б (ск) + Б (аб)	 Б (кк) + Б (аб)		 Б (ка) + Б (аб)
Б (ка)			 Б (ка) + Б (кб)	 Б (кк) + Б (ка)

строк роль коррекционных элементов играют базовые линзы Б (аб) и Б (ка); незаполненные клетки таблицы объясняются нереальностью некоторых систем.

Симметричные и компенсационные двухлинзовые системы, исправленные на астигматизм, кому и кривизну поля, приведены в табл. 20.2.

Т а б л и ц а 20.2

Признак		Двухлинзовые системы			
Симметричные		 2Б (ан II)	 2Б (ан I)	 2Б (ан I)	
Компенсационные	Первая линза в зрачке	 Бз (т, км) + + К (т, ан)	 Бз (т, км) + + К (т, ан)	 Кз (т, км) + + Б (т, ан)	 Кз (т, км) + + Б (т, ан)
	Вторая линза в зрачке			 К (т, ан) + + Бз (т, км)	 К (т, ан) + + Бз (т, км)

§ 100. Исправление кривизны поля для двухлинзовых базовых систем

Рассмотрим оптические системы с двумя силовыми линзами, используя результаты, полученные в предыдущем параграфе, в котором установлено 13 двухлинзовых систем, у которых обеспечивается одновременно устранение астигматизма и комы. Будем вводить в эти системы различные коррекционные элементы для исправления кривизны поля.

Однако в четырех двухлинзовых системах, у которых последняя поверхность является близфокальной, имеется возможность исправления кривизны поля при помощи этой близфокальной поверхности, что позволяет исключить их из рассмотрения. Тогда мы будем располагать лишь девятью двухлинзовыми базовыми системами:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Б (ок)} + \text{Б (ак)} & \text{Б (ок)} + \text{Б (ао)} \\
 \text{Б (кк)} + \text{Б (ак)} & \text{Б (кк)} + \text{Б (ао)} \\
 \text{Б (ка)} + \text{Б (ак)} & \text{Б (ка)} + \text{Б (ао)} \\
 \text{Б (ка)} + \text{Б (ка)} & \text{Б (ка)} + \text{Б (ко)} \\
 \text{Б (ка)} + \text{Б (кк)} &
 \end{array}$$

В системах с последней плоской близфокальной поверхностью добавление в качестве коррекционного элемента линзы Смита

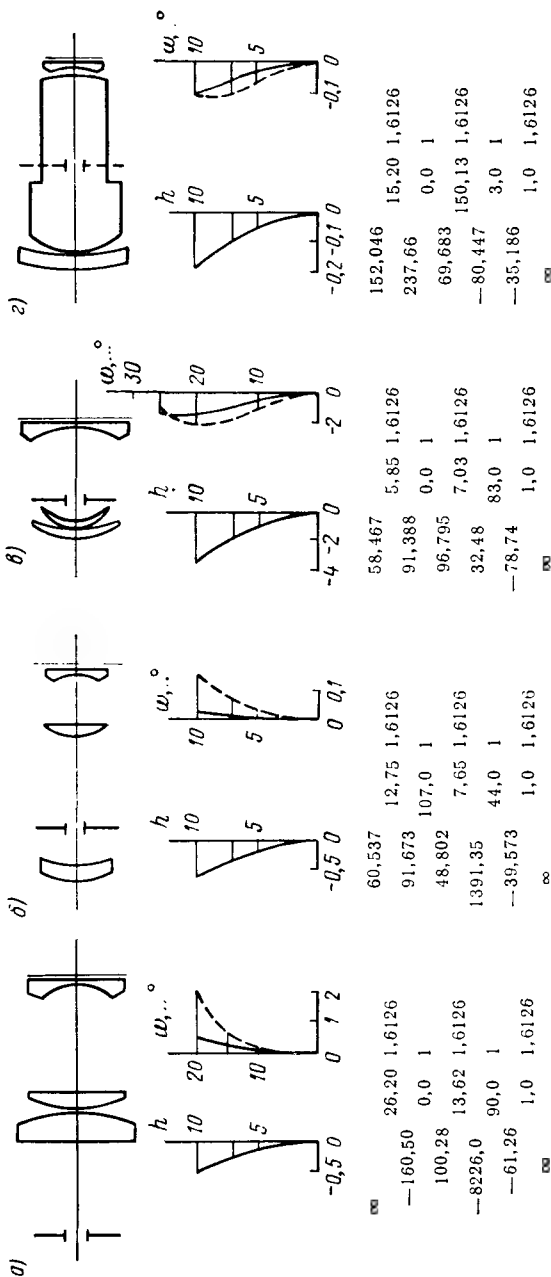


Рис. 20.20. Трехлинзовые системы с близфокальной линзой: а — Б (ок) + Б (ак) + К (бо); б — Б (ка) + Б (ак) + К (бо); в — Б (ка) + Б (ка) + К (бо); г — Б (ка) + Б (ка) + К (бо)

невозможно, а использование самой поверхности приводит системы правого столбца к системам с исправленной кривизной поля, которые отнесены к двухлинзовым системам.

Таким образом, добавление линзы Смита дает нам пять систем из трех линз

$$\begin{aligned} & \text{Б (ок)} + \text{Б (ак)} + \text{К (бо)}; \quad \text{Б (кк)} + \text{Б (ак)} + \text{К (бо)}; \\ & \text{Б (ка)} + \text{Б (ак)} + \text{К (бо)}; \quad \text{Б (ка)} + \text{Б (ка)} + \text{К (бо)}; \\ & \text{Б (ка)} + \text{Б (кк)} + \text{К (бо)}. \end{aligned}$$

Эти системы, за исключением второй, представлены на рис. 20.20; вторую систему не удастся осуществить из-за очень крутого радиуса у близфокальной линзы Смита.

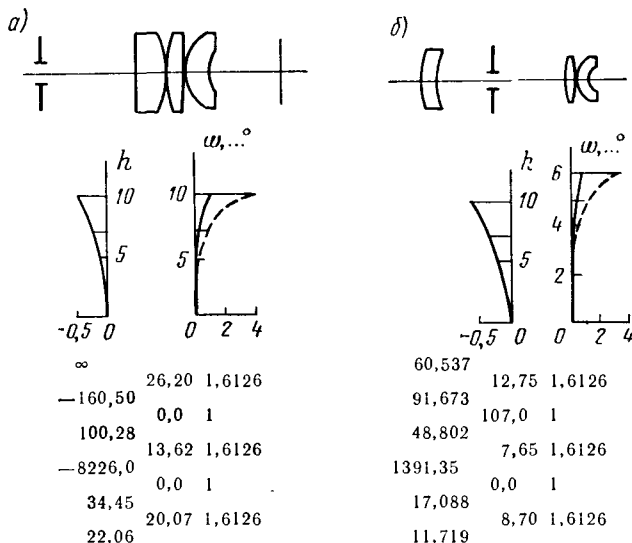


Рис. 20.21. Трехлинзовые системы с бианатической линзой: а — Б (ок) + Б (ак) + К (аа); б — Б (ка) + Б (ак) + К (аа)

Добавление бианатической линзы также возможно в этих пяти системах; однако в той из них, которая завершается апланатической поверхностью, исправление кривизны поля может быть достигнуто за счет использования толщины линзы, что переведет такую систему в группу двухлинзовых систем.

Таким образом, получаем четыре системы:

$$\begin{aligned} & \text{Б (ок)} + \text{Б (ак)} + \text{К (аа)} \quad \text{Б (ка)} + \text{Б (ак)} + \text{К (аа)} \\ & \text{Б (ка)} + \text{Б (кк)} + \text{К (аа)} \quad \text{Б (кк)} + \text{Б (ак)} + \text{К (аа)} \end{aligned}$$

Системы нижней строки приводят к чрезмерно малым габаритам последней линзы, что делает их практически не осуществимыми; оставшиеся две системы — Б (ок) + Б (ак) + К (аа) и Б (ка) + Б (ак) + К (аа) — могут иметь практическое применение; их схемы представлены на рис. 20.21.

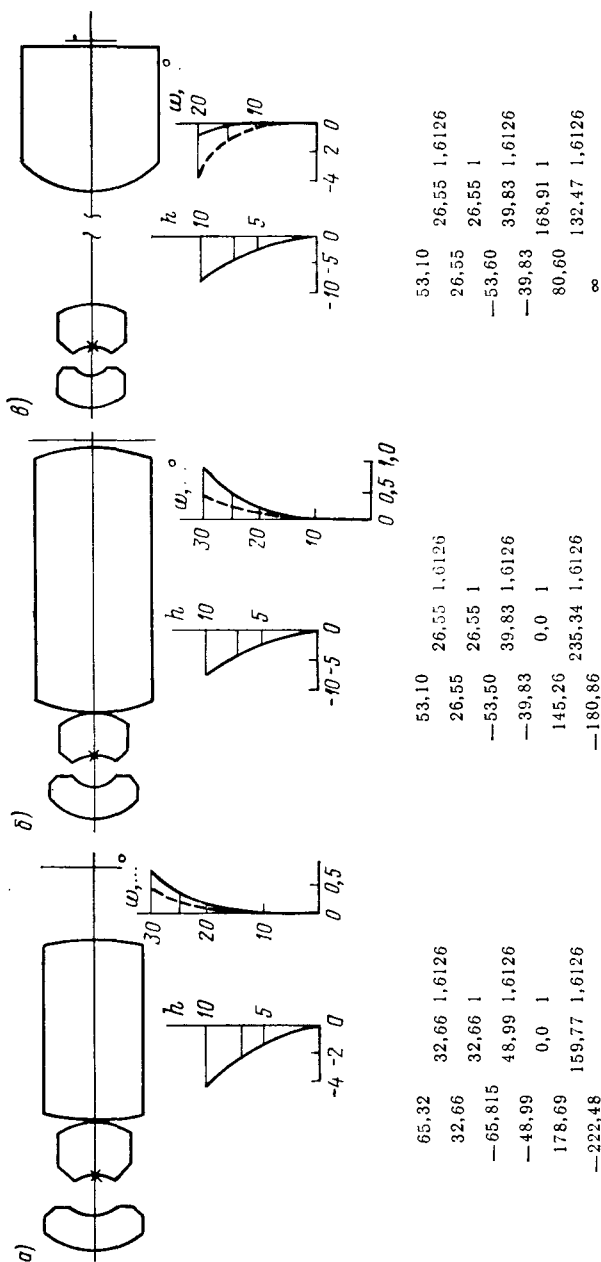


Рис. 20.22. Трехлиновые системы с передней концентрической линзой: а — К (кк) + Б (ак) + Б (ак); б — К (кк) + Б (ак) + Б (ак); в — К (кк) + Б (ак) + Б (ак)

Добавление концентрической линзы возможно для шести систем, причем для трех из них с перестройкой первой плоской поверхности на апланатическую и размещением концентрической коррекционной линзы впереди, т. е. получаем системы вида К (кк) + Б (ак) + Б (ак); К (кк) + Б (ак) + Б (аб); К (кк) + Б (ак) + Б (ао), которые представлены на рис. 20.22.

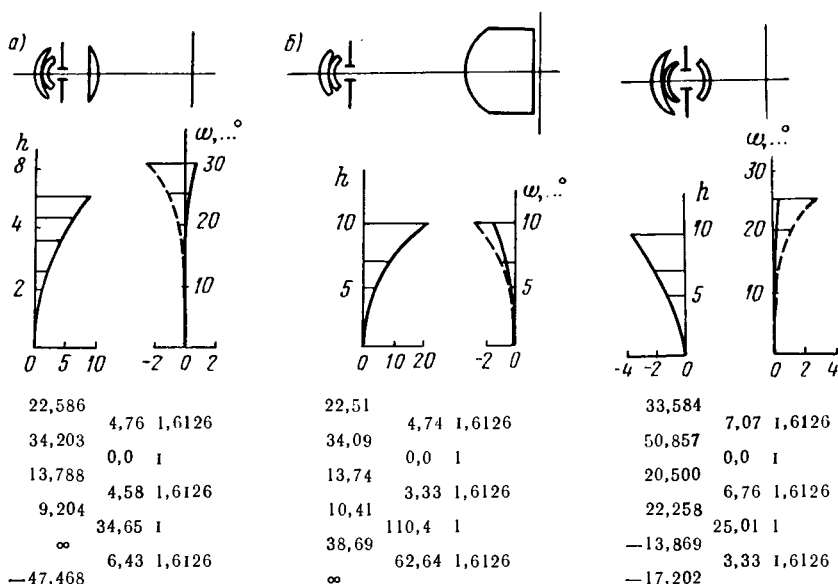


Рис. 20.23. Трехлинзовые системы с внутренней концентрической линзой: а — Б (ка) + К (кк) + Б (ак); б — Б (ка) + К (кк) + Б (ао)

Рис. 20.24. Система с задней концентрической линзой

Для двух других систем размещение концентрической коррекционной линзы возможно внутри системы. Они имеют следующий шифр:

$$\text{Б (ка) + К (кк) + Б (ак); Б (ка) + К (кк) + Б (ао)}$$

и изображены на рис. 20.23.

Последняя система с задней концентрической линзой может быть зашифрована в виде

$$\text{Б (ка) + Б (ка) + К (кк)}$$

и представлена на рис. 20.24.

Замена концентрических линз на плоско-вогнутые возможна в системах с передней концентрической коррекционной линзой и приводит к системам вида

$$\begin{aligned} &\text{К (ок) + Б (ак) + Б (ак); К (ок) + Б (ак) + Б (аб);} \\ &\text{К (ок) + Б (ак) + Б (ао),} \end{aligned}$$

которые представлены на рис. 20.25.

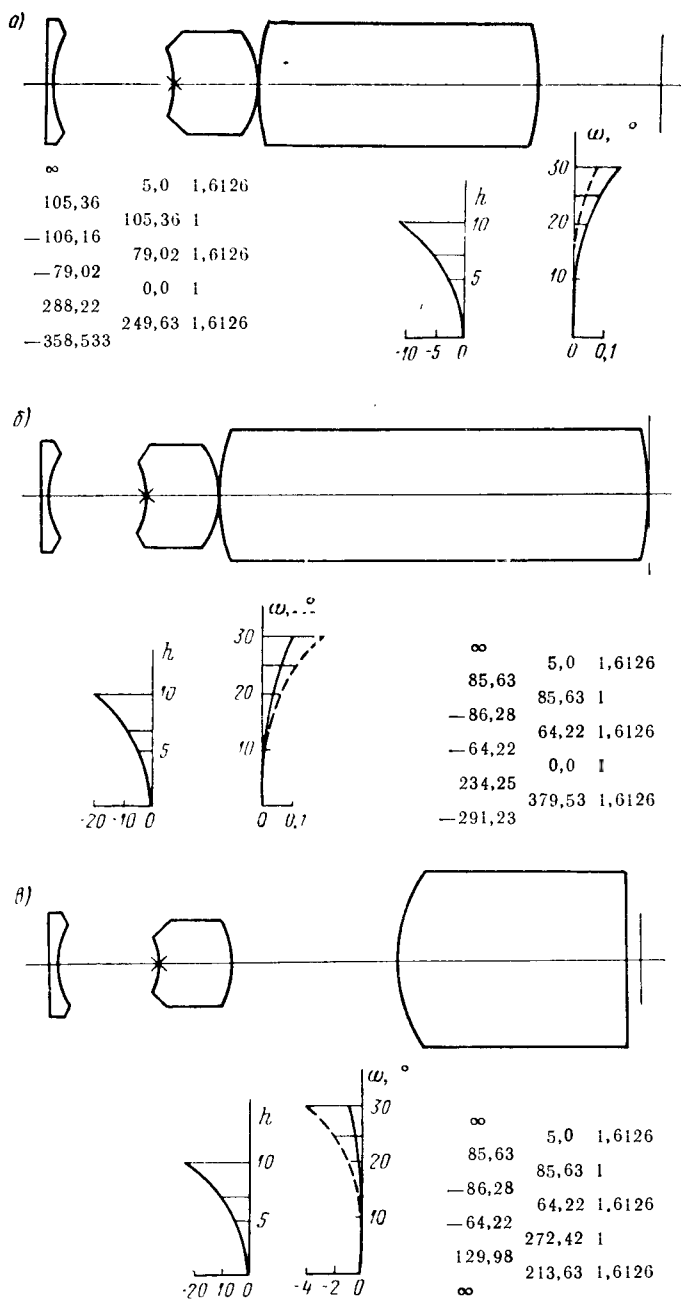
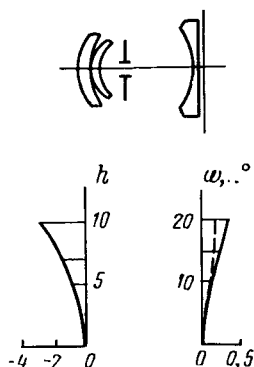


Рис. 20.25. Трехлинзовые системы с передней плоско-вогнутой линзой: *a* — К (ок) + Б (ак) + Б (ак); *б* — К (ок) + Б (ак) + Б (аб); *в* — К (ок) + Б (ак) + Б (ао)

При расположении концентрической коррекционной линзы позади системы тоже возможна замена ее на плоско-вогнутую линзу, что приводит к системе вида

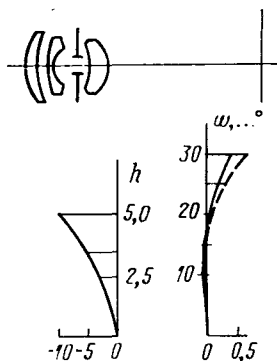
$$Б (ка) + Б (ка) + К (ко),$$

которая представлена на рис. 20.26.



44,42	
67,27	9,36 1,6126
27,12	0,0 1
31,70	5,27 1,6126
82,0	1
-63,65	1,0 1,6126
∞	

Рис. 20.26. Система с близ-фокальной линзой



48,666	
73,696	10,25 1,6126
67,694	9,349 1
24,117	3,613 1,6126
-49,239	30,555 1
-24,989	15,377 1,6126

Рис. 20.27. Система с воздушной бианалитической линзой, введенной в концентрическую линзу

Концентрическая коррекционная линза может быть преобразована в две линзы с внутренними апланатическими поверхностями. Это позволяет систему $К (кк) + Б (ак)$ превратить в трехлинзовую

$$Б (ка) + К (ак) + Б (ак),$$

изображенную на рис. 20.27.

Таким образом, получается 19 трехлинзовых систем, корригированных на астигматизм, кому и кривизну поля. В пяти из этих систем, в которых используются концентрические коррекционные линзы, возможно исправление, кроме вышеупомянутых трех aberrаций, еще и сферической aberrации.

В базовых системах, построенных на использовании двух симметрично расположенных менисков, точно также можно

применять все коррекционные элементы для исправления кривизны поля. Это позволяет получить следующие системы:

с использованием линзы Смита (рис. 20.28)

2Б (ан I) + К(бо) и 2Б (ан II) и К (бо);

с использованием биапланатической линзы (рис. 20.29)

2Б (ан I) + К (аа) и 2Б (ан II) + К (аа);

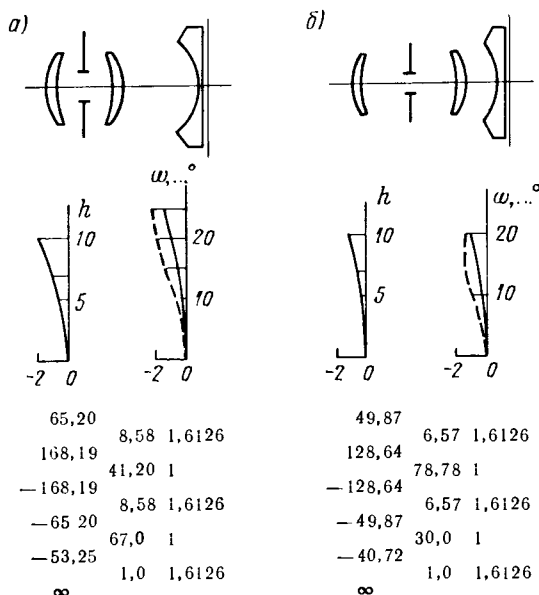


Рис. 20.28. Симметричные базовые системы с близфокальной линзой: а — 2Б (ан I) + К (бо); б — 2Б (ан II) + К (бо)

с использованием концентрической коррекционной линзы (рис. 20.30)

2Б (ан I) + К (кк) и К (кк) + 2Б (ан I).

При применении анастигматических линз второго рода размещение концентрической коррекционной линзы вне системы становится невозможным, и тогда приходится переходить к размещению ее между анастигматическими линзами. Это приводит к системе вида

2 [Б (ан II) + К (кк)],

представленной на рис. 20.31.

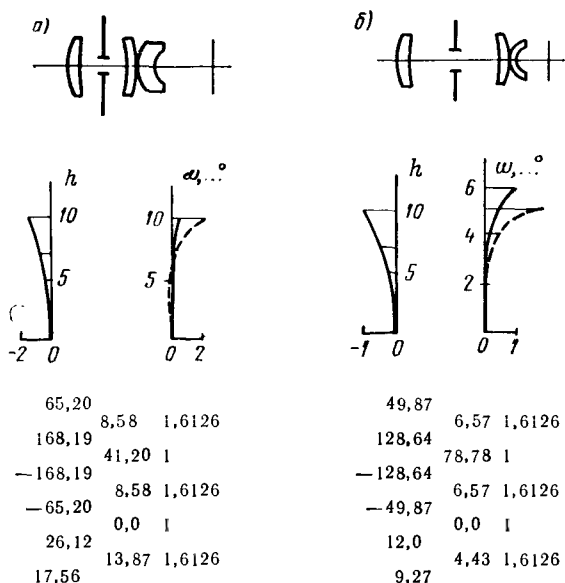


Рис. 20.29. Симметричные базовые системы с биплантической линзой: *a* — 2Б (ан I) + К (аа); *б* — 2Б (ан II) + К (аа)

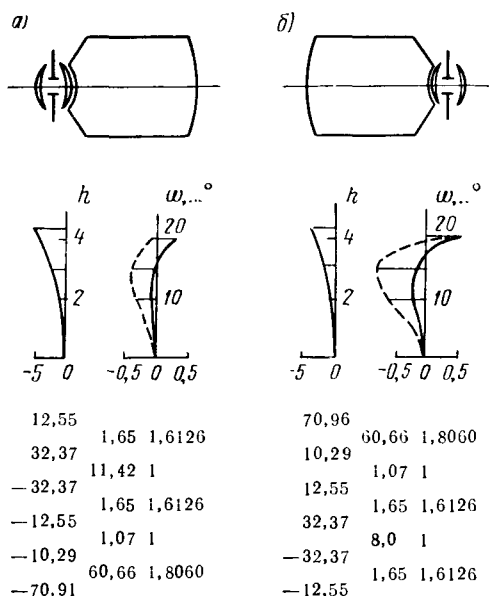


Рис. 20.30. Симметричные базовые системы с концентрической линзой: *a* — 2Б (ан I) + К (кк); *б* — К (кк) + 2Б (ан I)

Используя анастигматические мениски первого рода и заменяя концентрические линзы на плоско-вогнутые, получаем системы вида

$$2Б (ан I) + К (ко) \text{ и } К (ок) + 2Б (ан I),$$

представленные на рис. 20.32.

Таким образом, имеем еще девять систем, скорректированных на астигматизм, кому и кривизну поля.

Система типа $2 [Б (ан II) + К (кк)]$, построенная на сочетании симметричной системы из двух менисков с дальним положением

зрачка с внутренней концентрической линзой, использовалась в качестве широкоугольных аэросъемочных объективов «Руссар-1» и «Руссар-19».

Эти объективы обладали полем зрения $2\omega = 100^\circ$ при относительном отверстии $1:6,3$. Графики aberrаций объективов «Руссар-1» и «Руссар-19» приведены на рис. 20.31 и 20.33 вместе с их схемами.

Заметим, что системы $2Б (ан I) + К (кк)$ или $К (кк) + 2Б (ан I)$, построенные на основе исполь-

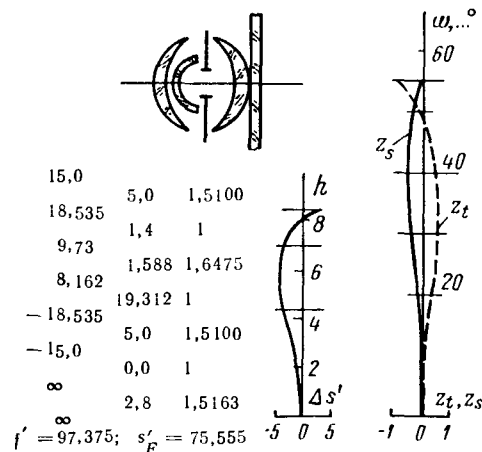


Рис. 20.31. Объектив «Руссар-1»

зования симметричной базовой системы из двух анастигматических менисков с ближним положением зрачка и концентрической коррекционной линзой снаружи, можно рассматривать как прототипы объектива типа плазмат.

Переход к трехлинзовым системам позволяет использовать для исправления кривизны поля зрения вдвоенные анастигматические и телеанастигматические линзы как первого, так и второго рода. Те и другие могут выполняться стеклянными или воздушными линзами. Поэтому к исходным шести одиночным базовым линзам можно добавить и стеклянные, и воздушные анастигматические и телеанастигматические линзы.

Стеклянные линзы можно добавить лишь к базовым линзам Б (ок) и Б (ка). При этом линза Б (ок) преобразуется в линзу Б (ак), и мы получаем следующие системы:

$$\begin{array}{ll} 2К (ан I) + Б (ак) & 2К (ан II) + Б (ак) \\ Б (ка) + 2К (ан I) & Б (ка) + 2К (ан II), \end{array}$$

причем линзы $2К (ан I)$ и $2К (ан II)$ могут быть выполнены в виде тонких отрицательных линз. Эти четыре системы представлены на рис. 20.34.

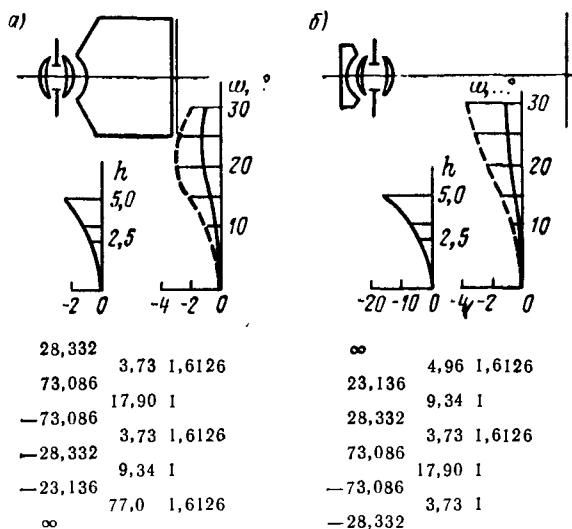


Рис. 20.32. Симметричные базовые системы с плоско-вогнутой линзой: а — 2Б (ан I) + К (ко); б — К (ок) + 2Б (ан I)

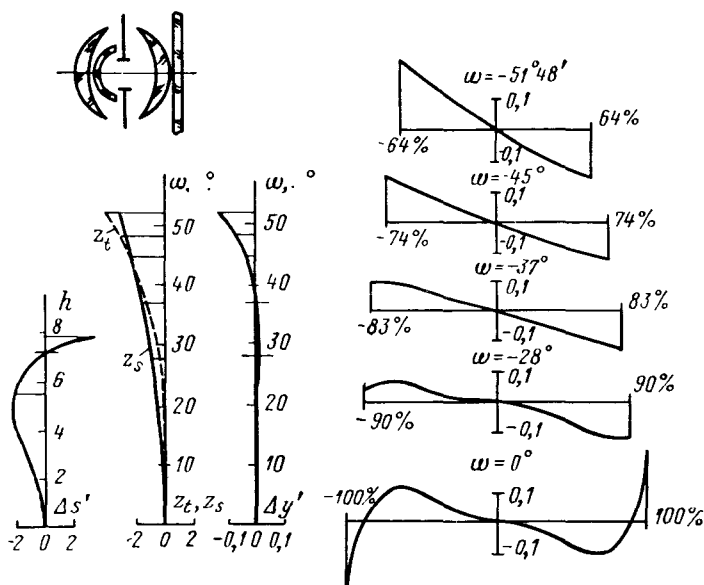


Рис. 20.33. Объектив «Руссар-19»

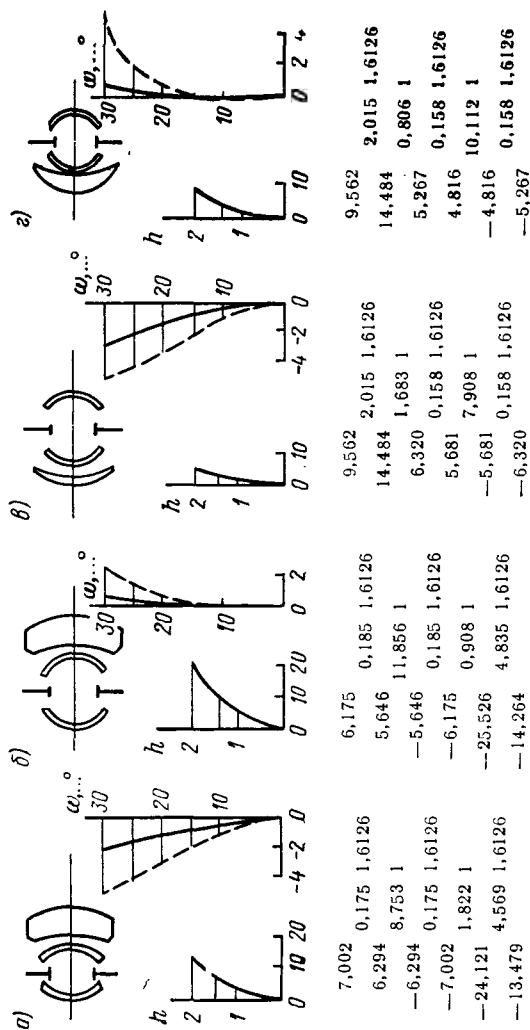


Рис. 20.34. Трехлинзовые системы со сдвоенным коррекционными менисками: а—2К (ан I) + $+B$ (ак); б—2К (ан II) + B (ак); в—2К (ан I) + $2K$ (ка) + $2K$ (ан II); г—2К (ан I) + $2K$ (ка) + $2K$ (ан II)

Воздушные анастигматические линзы требуют для своего размещения в базовых линзах заполнения стеклом пространства вокруг материальной диафрагмы.

Таковыми базовыми линзами могут служить линзы Б (ок), Б (кк), Б (ко); в линзах Б (кб) кривизна поля может быть устранена с помощью последней поверхности, поэтому ее не учитываем. Тогда, применяя воздушные анастигматические линзы первого рода, получаем следующие системы:

Б [о, $-2K$ (ан I), к]; Б [к, $-2K$ (ан I), к]; Б [к, $-2K$ (ан I), о].

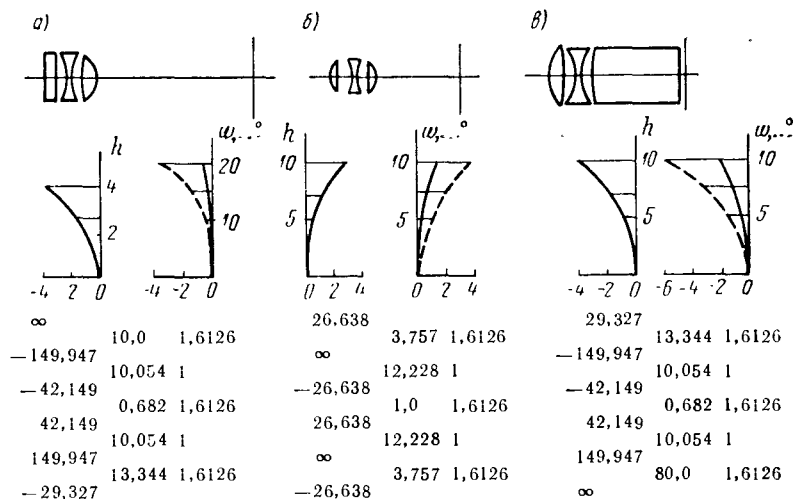


Рис. 20.35. Трехлинзовые системы с воздушными анастигматическими линзами: а — Б [о, $-2K$ (ан I), к]; б — Б [к, $-2K$ (ан I), к]; в — Б [к, $-2K$ (ан I), о]

Эти три системы представлены на рис. 20.35. Система Б [к, $-2K$ (ан I), к] широко известна как один из вариантов объектива типа триплет. Система Б [о, $-2K$ (ан I), к] — триплет с передней плоской поверхностью — в литературе не встречалась и определилась лишь на основе классификации. Она может быть полезной в качестве прототипа гидросъемочного объектива средней широкоугольности.

Используя в качестве коррекционного элемента двойные воздушные телеанастигматические линзы второго рода, получаем следующие три системы:

Б [о, $-2K$ (та II), к]; Б [к, $-2K$ (та II), к]; Б [к, $-2K$ (та II), о],

представленные на рис. 20.36.

Первая система может служить прототипом гидросъемочного объектива с увеличенным полем зрения; вторая система является прототипом широкоугольного аэросъемочного объектива «Руссар-29»

с абберационным виньетированием, соответствующим третьей степени косинуса полевого угла, и полем зрения, достигающим до $2\omega = 120^\circ$.

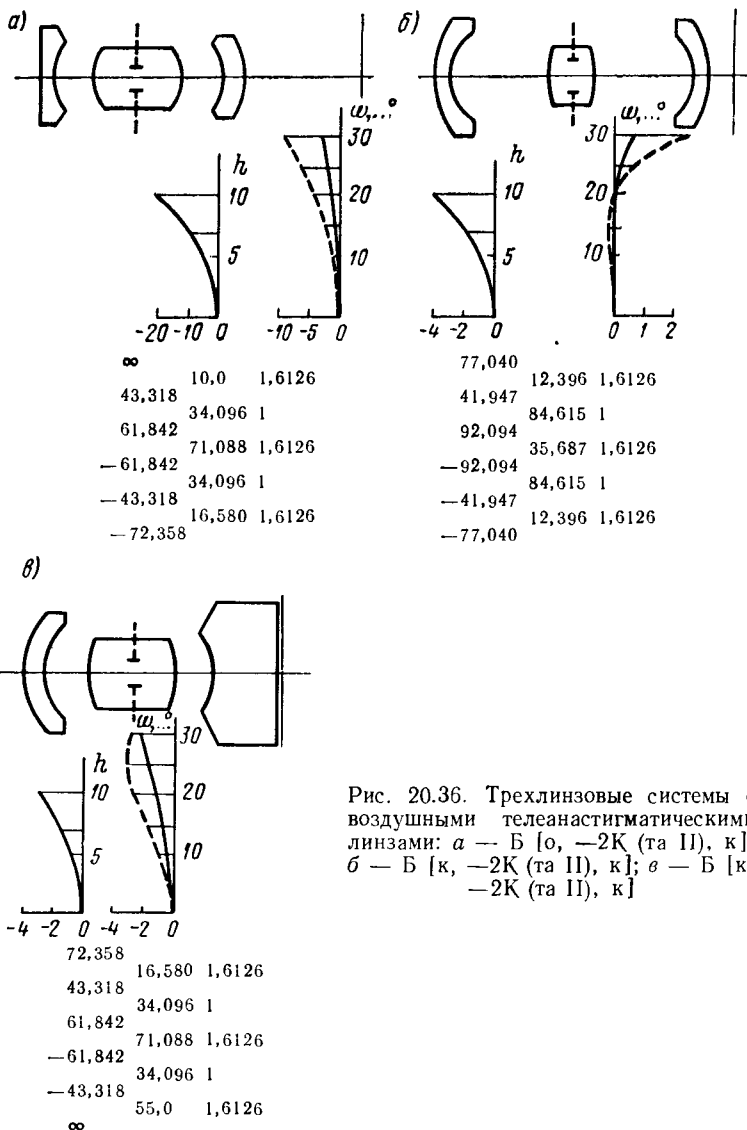


Рис. 20.36. Трехлинзовые системы с воздушными телеанастигматическими линзами: а — Б [о, $-2K$ (та II), к]; б — Б [к, $-2K$ (та II), к]; в — Б [к, $-2K$ (та II), к]

Добавление третьей линзы за счет введения концентрической склеенной поверхности (нормальной склейки, обладающей положительной сферической абберацией) позволяет в двухлинзовых базовых системах, скорригированных на астигматизм, кому и кривизну поверхности изображения, решить задачу исправления

сферической аберрации. Таким образом, приходим к системам следующего вида:

$$\begin{array}{ll} \text{Б (о, снк, к)} + \text{К (бо)} & \text{Б (о, снк, к)} + \text{К (аа)} \\ \text{Б (к, снк, к)} + \text{К (бо)} & \text{Б (к, снк, к)} + \text{К (аа)} \end{array}$$

В эти системы не включены системы с концентрическими менисками, которые обеспечивают не только исправление кривизны поля, но и сферической аберрации.

Перечисленные выше системы с концентрическими склеенными поверхностями представлены на рис. 20.37.

Общее число трехлинзовых систем, скорректированных на астигматизм, кому и кривизну поверхности изображения, достигает 44. В это число не вошли трехлинзовые системы компенсационных типов, составляемые из тонких линз.

Аналогично двухлинзовым системам все трехлинзовые системы можно свести в классификационные таблицы.

Табл. 20.3 содержит два вертикальных столбца, соответствующих двум исходным базовым линзам Б (ок) и Б (ка), на основе которых возможно построение трехлинзовых систем. В горизонтальных строках этой таблицы помещены системы, в которых используются в качестве коррекционных элементов близфокальные К (бо), биапланатические К (аа), концентрические К (кк) и плоско-вогнутые К (ок) линзы.

Остальные трехлинзовые системы, скорректированные на астигматизм, кому и кривизну поля, представлены в табл. 20.4. В горизонтальных строках этой таблицы сначала расположены системы, в которых используются вдвоенные коррекционные элементы. Затем следуют системы, построенные на основе использования базовых систем симметричного типа, и в последней части таблицы — системы со склеенными концентрическими поверхностями.

Перейдем к рассмотрению компенсационных схем из трех тонких линз. Наиболее типичной системой такого рода является объектив типа триплет, состоящий из двух положительных линз, между которыми расположена третья, отрицательная линза. Оптическая сила третьей линзы должна быть по абсолютной величине равной сумме сил обеих положительных линз.

В подобной системе уместно расположение материальной диафрагмы вблизи средней линзы. Благодаря этому обеспечивается возможность варьирования прогиба средней линзы без изменения ее астигматизма и, как следствие, астигматизма всей системы.

Изменение прогибов наружных положительных линз будет связано с изменением всех аберраций (кроме изменения кривизны поля); однако здесь может быть установлено некоторое разделение влияний прогибов.

Так, если обе положительные линзы будут прогибаться в одну и ту же сторону, будем наблюдать преимущественное изменение нечетных аберраций — комы и дисторсии.

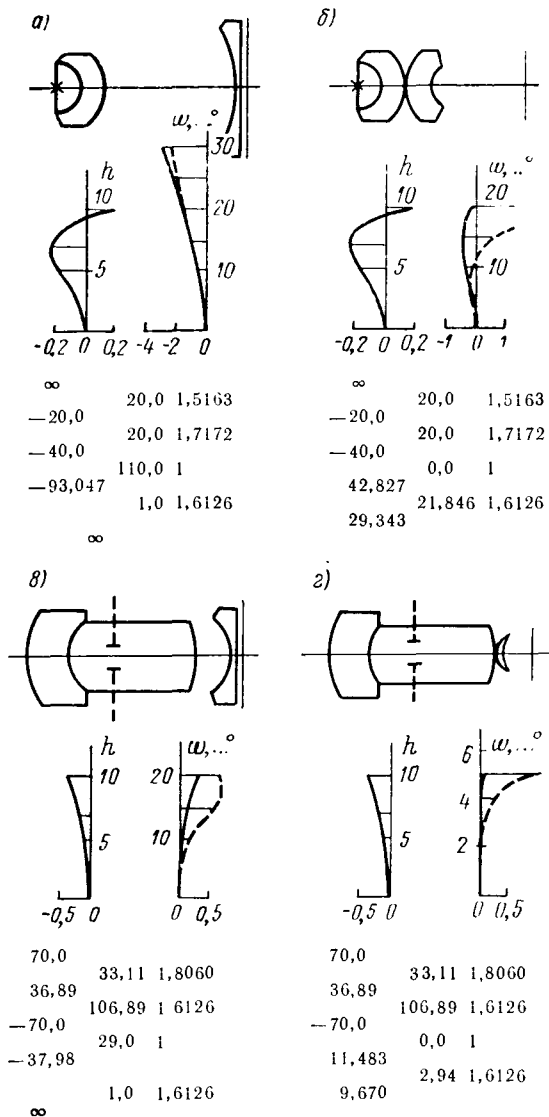
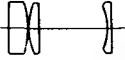
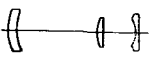
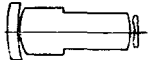
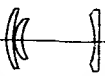
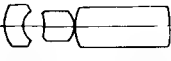
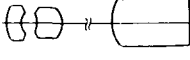
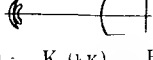
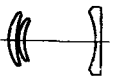
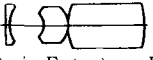
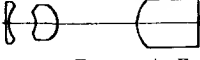
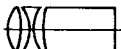
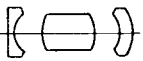
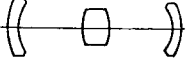
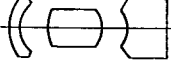
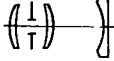
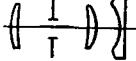
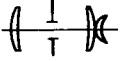
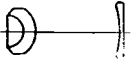
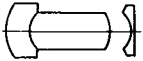


Рис. 20.37. Трехлинзовые системы со склеенной концентрической поверхностью для исправления сферической аберрации: а — Б (о, снк, к) + К (бо); б — Б (о, снк, к) + К (аа); в — Б (к, снк, к) + К (бо); г — Б (к, снк, к) + К (аа)

Признак	Трехлинзовые системы	
С близфокальной линзой	 Б (ок) + Б (ак) - К (зо)	 Б (ка) + Б (ак) - К (зо)
		 Б (ка) - Б (кк) - К (зо)
		 Б (ка) + Б (ка) - К (зо)
С биапланатической линзой	 Б (ок) + Б (ак) - К (аа)	 Б (ка) + Б (ак) - К (аа)
С концентрической линзой	 К (кк) - Б (ак) + Б (зк)	 Б (ка) + К (кк) - Б (ск)
	 К (кк) + Б (ак) + Б (ао)	 Б (ка) - К (зк) - Б (ас)
		 Б (ка) - Б (ка) - К (зк)
С плоско-вогнутой линзой		 Б (ка) + Б (ка) - К (зо)
	 К (ок) + Б (ак) - Б (ак)	
	 К (ок) + Б (ак) + Б (ао)	

При- знак	Трехлинзовые системы		
С воз- душ- ными ана- стигма- тиче- скими линзами	 Б [о, -2К (ан I), к]	 Б [к, -2К (ан I), к]	 Б [к, -2К (ан I), о]
	 Б [о, -2К (та II), к]	 Б [к, -2К (та II), к]	 Б [к, -2К (та II), о]
С сим- метрич- ными базо- выми линзами	 2Б (ан I) + К (бо)	 2Б (ан II) + К (бо)	
	 2Б (ан I) - К (аа)	 2Б (ан II) + К (аа)	
	 2Б (ан I) - К (кк)	 К (кк) + 2Б (ан I)	 2 [Б (ан II) + К (кк)]
	 2Б (ан I) - К (ко)	 К (ок) - 2Б (ан I)	
Со склеен- ной концен- триче- ской поверх- ностью	 Б (о, снк, к) - К (бо)	 Б (к, снк, к) - К (бо)	
	 Б (о, снк, к) - К (аа)	 Б (к, снк, к) - К (аа)	

Прогибы же положительных линз, направленные навстречу друг другу, наоборот, будут оказывать преимущественное влияние на четные aberrации — астигматизм и сферическую aberrацию.

Прогиб средней линзы не изменит астигматизма и выразится в воздействии на кому и сферическую aberrацию.

Таким образом, представляется возможным, задаваясь некоторым прогибом первой положительной линзы, с помощью другой положительной линзы добиться устранения астигматизма.

Из оставшихся после этого неустраненных aberrаций — комы и сферической aberrации — одну из них можно устранить с помощью прогиба средней отрицательной линзы, не ухудшая исправления астигматизма.

В результате устанавливается зависимость между величиной прогиба первой линзы и величиной последней оставшейся неисправленной aberrации. Используя эту зависимость, можно подобрать такую величину прогиба первой линзы, при которой произойдет устранение последней aberrации.

При этом в трехлинзовой системе остаются неиспользованными два воздушных промежутка, изменением которых можно влиять на дисторсию.

В компенсационных системах с достаточно большим числом свободных параметров легко произвести перестройку одной системы в другую, что затрудняет четкое их разделение. Нередко компенсационные системы приводят и к системам с использованием концентрических и апланатических поверхностей и коррекционных элементов, обеспечивающих исправление кривизны поля.

Глава 21

КОМПОНОВКА СИММЕТРИЧНЫХ И СВЕТОСИЛЬНЫХ ОБЪЕКТИВОВ

§ 101. Двойные склеенные анастигматы

В предыдущей главе мы произвели классификацию оптических систем по принципу исправления трех полевых aberrаций — астигматизма, комы и кривизны поля зрения. При этом мы не выходили за пределы общего числа линз в системе, равного трем.

Можно было бы дальше развивать подобную классификацию, увеличивая и число исправляемых aberrаций, и число линз в оптической системе.

Однако быстрое увеличение числа систем, обеспечивающих устранение требуемых aberrаций, при увеличении числа линз в этих системах представляет известные затруднения.

Поэтому, чтобы избежать изучения малоперспективных оптических систем, остановимся на ряде основных конструктивных схем, достаточно хорошо зарекомендовавших себя на практике.

Рассмотрим группу объективов симметричных типов и, в частности, двойные склеенные анастигматы.

В § 99 уже говорилось о том, что в базовых линзах 2Б (ан I) при соблюдении условия Петцваля ближнее положение анастигматического зрачка углубляется внутрь линзы, делая невозможным составление симметричной системы.

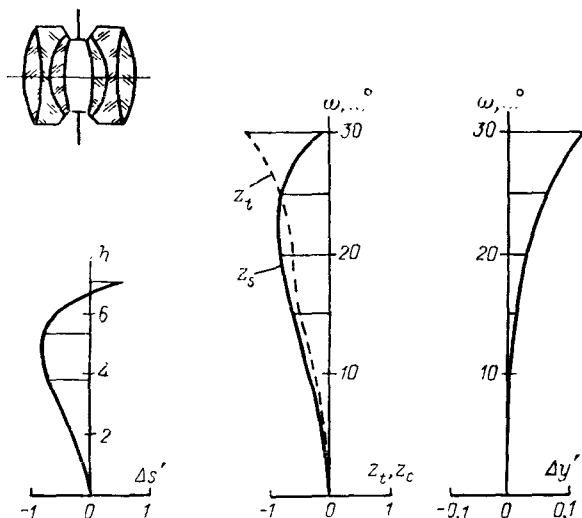


Рис. 21.1. Объектив «Дагор»

Однако, вводя в такие анастигматические линзы аномальные склеенные поверхности с обратной ориентировкой, способствующие устранению положительного астигматизма высшего порядка (или отрицательного астигматизма в средней части поля), наблюдаем тенденцию к некоторому удалению ближнего положения анастигматического зрачка, вплоть до его выхода из тела мениска.

Это делает возможным составление симметричной системы из двух таких менисков с аномальными склейками, исправленной на астигматизм, кому и кривизну поля.

Для устранения отрицательной сферической aberrации вводят в мениски нормальные склейки, обладающие положительной сферической aberrацией при соблюдении прямой ориентировки, что исключает влияние нормальной склейки на исправление астигматизма.

Подобного рода мениски с двумя склейками составляют группу симметричных двойных склеенных анастигматов. Такие объективы могут быть зашифрованы в виде

$$2Б (ан I + \overleftarrow{нс} + \overrightarrow{ас}) \text{ или } 2Б (ан I + \overrightarrow{ас} + \overleftarrow{нс}),$$

где буквами нс обозначена нормальная склейка и буквами ас — аномальная склейка.

Стрелка вверх указывает на ориентировку поверхности; стрелка, направленная влево, определяет прямую ориентировку, и стрелка, направленная вправо, — обратную ориентировку склеенной поверхности.

Для нормальной склейки, обладающей отрицательной оптической силой, при прямой ориентировке меньший показатель пре-

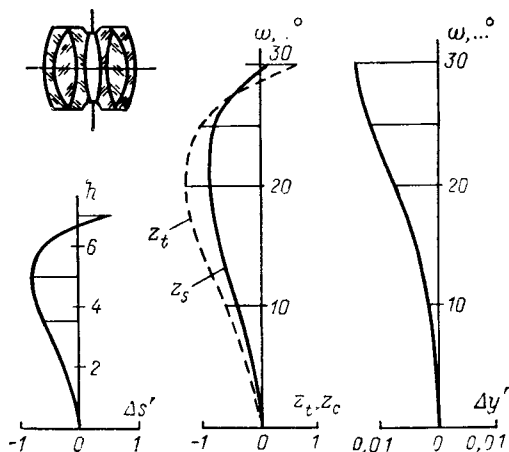


Рис. 21.2. Объектив «Двойной протар»

ломления должен быть у среды, расположенной с вогнутой стороны преломляющей поверхности, и при выбранной прямой ориентировке — будет у среды, расположенной слева от преломляющей поверхности (если рассматривать заднюю половину объектива).

У аномальной склейки с положительной оптической силой меньший из показателей преломления должен быть у среды, расположенной с выпуклой стороны поверхности, и при обратной ориентировке — тоже будет расположен слева.

Таким образом, при любом положении склеек друг относительно друга всегда будет наблюдаться рост показателя преломления по мере удаления от материальной диафрагмы — так называемое правило Рудольфа.

Одним из примеров симметричной системы, составленной из менисков с двумя склейками, является объектив «Дагор» (рис. 21.1),

конструктивные данные передней половинки которого приведены ниже:

$$\begin{aligned} r_1 &= 21,33 & d_1 &= 3,0 & n_2 &= 1,61366 \\ r_2 &= -35,56 & d_2 &= 0,9 & n_3 &= 1,54852 \\ r_3 &= 8,60 & d_3 &= 2,5 & n_4 &= 1,51390 \\ r_4 &= 21,46 & d_4/2 &= 2,75 \\ f' &= 103,05 & s'_F &= 94,84. \end{aligned}$$

Другим примером подобной симметричной системы в соответствии с приведенным выше вторым шифром является объектив «Двойной протар» Рудольфа (рис. 21.2), который имеет следующие конструктивные данные (также для передней половинки объектива):

$$\begin{aligned} r_1 &= 20,83 & d_1 &= 1,10 & n_2 &= 1,6221 \\ r_2 &= 9,15 & d_2 &= 3,64 & n_3 &= 1,5895 \\ r_3 &= -30,31 & d_3 &= 1,06 & n_4 &= 1,4983 \\ r_4 &= 19,04 & d_4/2 &= 1,41 \\ f' &= 99,87 & s'_F &= 94,02. \end{aligned}$$

§ 102. Двойные четырехлинзовые анастигматы

Конструкции двойных четырехлинзовых анастигматов являются своеобразными системами, в которых используются два различных приема компоновки. Для систем подобного рода характерно устранение комы и других нечетных aberrаций за счет использования симметрии или пропорциональности двух половинок. Таким образом, при создании половинки симметричного объектива отпадает необходимость исправления в ней комы. Наоборот, желательно иметь в такой половинке значительную кому, так как варьируя величину расстояния до материальной диафрагмы, можно осуществлять исправление астигматизма, не затрагивая коррекции других aberrаций.

Удовлетворяя подбором сил линз, входящих в половинку двойного анастигмата, условию Петцваля, остается решить последнюю задачу — исправление сферической aberrации.

Рассматривая компенсационные системы, построенные из двух тонких линз, мы видели, что даже при фиксированном положении диафрагмы в подобных системах возможно устранение трех aberrаций — астигматизма, комы и кривизны поверхности изображения. Поэтому при использовании системы из двух тонких

линз в качестве половинки симметричного объектива задача исправления такой половинки существенно упрощается и сводится к исправлению сферической аберрации системы из двух тонких линз с равными оптическими силами по их абсолютной величине за счет использования двух параметров — двух прогибов обеих линз.

Условие устранения сферической аберрации равносильно удовлетворению уравнения, связывающего две переменные и определяющего собой некоторую плоскую кривую.

Подобную зависимость затруднительно выразить аналитически, и поэтому понадобится прибегнуть либо к численному определению величин, связывающих между собой прогибы линз, необходимые для устранения сферической аберрации, либо обратиться к приближенным формулам теории аберраций третьего порядка, ограничиваясь лишь выявлением общего характера изменений прогибов, необходимых для исправления сферической аберрации.

Воспользуемся приведенным в § 76 выражением для первой суммы

$$S_1^* = \sum \left(\frac{h_k}{h_1} \right)^4 \left(Q_{sk}^2 \Delta_k \frac{1}{ns} + k_k \right), \quad (21.1)$$

определяющей собой коэффициент сферической аберрации.

Это выражение не совсем удобно для практического использования; однако его нетрудно привести к форме Ланге, вводя высоты h_k в выражения Q_{sk} и $\Delta_k \frac{1}{ns}$.

Согласно формуле (2.19), получаем

$$h_k Q_{sk} = n_k \left(\frac{h_k}{r_k} - \frac{h_k}{s_k} \right) = n_k \left(\frac{n_{k+1} \alpha_{k+1} - n_k \alpha_k}{n_{k+1} - n_k} - \alpha_k \right) \quad (21.2)$$

или

$$h_k Q_{sk} = \frac{n_k n_{k+1}}{n_{k+1} - n_k} (\alpha_{k+1} - \alpha_k). \quad (21.3)$$

Преобразуем произведение $\Delta_k \frac{1}{ns}$

$$h_k \Delta_k \frac{1}{n_k s_k} = \frac{h_k}{n_{k+1} s'_k} - \frac{h_k}{n_k s_k} = \frac{\alpha_{k+1}}{n_{k+1}} - \frac{\alpha_k}{n_k}. \quad (21.4)$$

Имея в виду, что в нашем случае коэффициент деформации k будет равен нулю, и используя формулы (21.3) и (21.4), преобразуем формулу (21.1)

$$S_1^* = \frac{1}{h_1^4} \sum h_k \frac{(\alpha_{k+1} - \alpha_k)^2}{(v_{k+1} - v_k)^2} (\alpha_{k+1} v_{k+1} - \alpha_k v_k) = \frac{1}{h_1^4} \sum h_k P_k, \quad (21.5)$$

где величинами v обозначены обратные величины показателей преломления.

Для тонких линз в воздухе, ограниченных двумя преломляющими поверхностями, величины v_{k+2} и v_k будут равными единице, а величина v_{k+1} может быть просто обозначена через v .

Составляя для таких тонких линз сумму вида $P_k + P_{k+1}$, находим

$$P_k + P_{k+1} = \frac{(\alpha_{k+1} - \alpha_k)^2}{(1 - v)^3} (\alpha_{k+1}v - \alpha_k) + \frac{(\alpha_{k+2} - \alpha_{k+1})^2}{(1 - v)^2} (\alpha_{k+2} + \alpha_{k+1}v). \quad (21.6)$$

Раскрывая скобки и делая сокращения, получаем

$$P_k + P_{k+1} = \frac{1}{(1 - v)^2} [\alpha_{k+2}^3 - \alpha_k^3 - (\alpha_{k+2}^2 - \alpha_k^2)(2 + v)\alpha_{k+1} + (\alpha_{k+2} - \alpha_k)(1 + 2v)\alpha_{k+1}^2]. \quad (21.7)$$

Пользуясь формулой (21.7) для первой и второй линз и полагая, что для обеих линз показатели преломления одинаковы, представим формулу (21.5) в виде

$$S_1^* = \frac{1}{h_1} \sum_1^4 h_k P_k = 0 = \frac{1}{(1 - v)^2} \{ h_1 [\alpha_3^3 - \alpha_1^3 - (\alpha_3^2 - \alpha_1^2) \times \\ \times (2 + v)\alpha_2 + (\alpha_3 - \alpha_1)(1 + 2v)\alpha_2^2] + h_{II} [\alpha_5^3 - \alpha_3^3 - \\ - (\alpha_5^2 - \alpha_3^2)(2 + v)\alpha_4 + (\alpha_5 - \alpha_3)(1 + 2v)\alpha_4^2] \}. \quad (21.8)$$

Для тонкой линзы нечетные углы α определяют ее силу:

$$\Phi_I = \frac{\alpha_3 - \alpha_1}{h_I}; \quad \Phi_{II} = \frac{\alpha_5 - \alpha_3}{h_{II}} = -\Phi_I. \quad (21.9)$$

Так как α_1 для половинки должно быть равно нулю и α_5 принимают равным единице, а также имея в виду, что высоты h_I и h_{II} связываются через величину воздушного промежутка

$$h_{II} = h_I - \alpha_3 d = 1 - \alpha_3 d, \quad (21.10)$$

то при выбранном Φ_I или d однозначно определяется величина

$$\alpha_3 = \Phi_I. \quad (21.11)$$

Четные же углы α определяют прогибы обеих линз. Таким образом, формула (21.8) является уравнением второй степени, связывающим между собой величины α_2 и α_4 . Отсутствие в формуле (21.8) членов, содержащих произведения обеих переменных α_2 и α_4 , свидетельствует о том, что оси кривых, связывающих углы α_2 и α_4 , будут параллельны координатным осям.

Уравнение (21.8) является уравнением гиперболы; действительная ось такой гиперболы при отрицательном α_3 , когда первая

линза имеет отрицательную силу, будет параллельной оси α_2 , и, наоборот, когда угол α_3 положительный, действительная ось гиперболы становится параллельной оси α_4 .

Полагая для половинки системы $f' = 1$; $h_1 = 1$ и $\alpha_5 = 1$, на основании формул (21.9) будем иметь

$$\frac{1 - \alpha_3}{1 - \alpha_3 d} = -\alpha_3, \quad (21.12)$$

откуда

$$1 - \alpha_3 = -\alpha_3 + \alpha_3^2 d, \quad (21.13)$$

и тогда величина угла α_3 будет равна

$$\alpha_3 = \pm \sqrt{1/d}. \quad (21.14)$$

В частном случае, полагая величину d равной 0,1 фокусного расстояния, находим величину угла

$$\alpha_3 = \pm \sqrt{10} = \pm 3,16.$$

Для этих значений α_3 были определены кривые, связывающие величины углов α_2 и α_4 , которые представлены на рис. 21.3. Точки

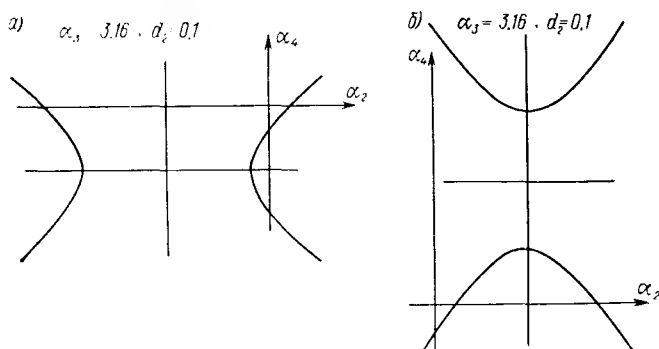


Рис. 21.3. График областей устранения сферической аберрации у двух тонких линз в воздухе: а — первая линза отрицательная; б — первая линза положительная

этих кривых определяют собой равенство нулю сферической аберрации третьего порядка.

Реальная сферическая аберрация в точках гипербол будет несколько отличаться от нуля. Однако, соответственно изменяя один из углов α_2 или α_4 , можно получить точки, в которых и она была бы исправлена. Совокупность таких точек даст кривые, несколько смещенные и деформированные относительно гипербол, определявших равенство нулю сферической аберрации третьего порядка. При этом общий характер зависимостей, связывающих между собой прогибы первой и второй линз, все же сохранится.

Пользуясь этими кривыми, можно для различных пар значений α_2 и α_4 находить положения анастигматических зрачков и, ограничиваясь небольшими отрицательными значениями отрезков, определить три типа половинок, состоящих из двух тонких линз с исправленным астигматизмом, кривизной поля и сферической абберацией.

Двум типам таких двухлинзовых половинок соответствуют точки, расположенные на двух ветвях гиперболы, получающейся при отрицательных передних линзах. Эти две половинки могут быть зашифрованы в виде

$$К (т, м) + Б (т, м) \text{ и } К (т, д) + Б (т, д),$$

где буквой м обозначены тонкие линзы менискообразной формы и буквой д — линзы двояковогнутой и двояковыпуклой форм.

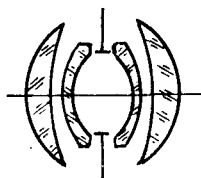


Рис. 21.4. Объектив типа Гаусса

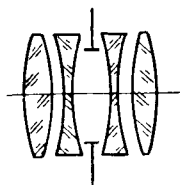


Рис. 21.5. Объектив «Догмар» («Целор»)

Двойные анастигматы, построенные на основе этих половинок, зашифруются следующим образом:

$$2[К (т, м) + Б (т, м)]; \quad 2[К (т, д) + Б (т, д)].$$

Анастигматы, построенные с использованием тонких линз менискообразной формы, известны под наименованием объективов типа Гаусса (рис. 21.4); они смыкаются с объективами типа 2 [Б (ан II) + К (кк)].

Симметричные объективы, построенные на основе использования линз двояковыпуклой и двояковогнутой форм, известны под названием объективов «Догмар» (или «Целор»). Схема этих объективов представлена на рис. 21.5.

Половинки, составленные из первой положительной и второй отрицательной линз, можно зашифровать в виде

$$Б (т, м) + К (т, м);$$

на их основе получают симметричные объективы, имеющие следующий шифр:

$$2 [Б (т, м) + К (т, м)].$$

Они смыкаются с объективами типа Б [к, $-2К$ (та II), к] и при дальнейшей разработке приводят к объективам «Руссар-29», как об этом говорилось уже ранее.

§ 103. Объективы типа плазмат

При рассмотрении двухлинзовых симметричных базовых систем упоминалось, что системы из двух симметричных менисков с ближним расположением анастигматического зрачка являются в сочетании с концентрической коррекционной линзой прототипами объективов типа плазмат.

Тонкому мениску, работающему с ближним положением зрачка, присущи значительные высшие порядки положительного астигматизма и быстрый рост отрицательной меридиональной сферической aberrации по полю зрения.

При рассмотрении же работы склеенной поверхности было уста-

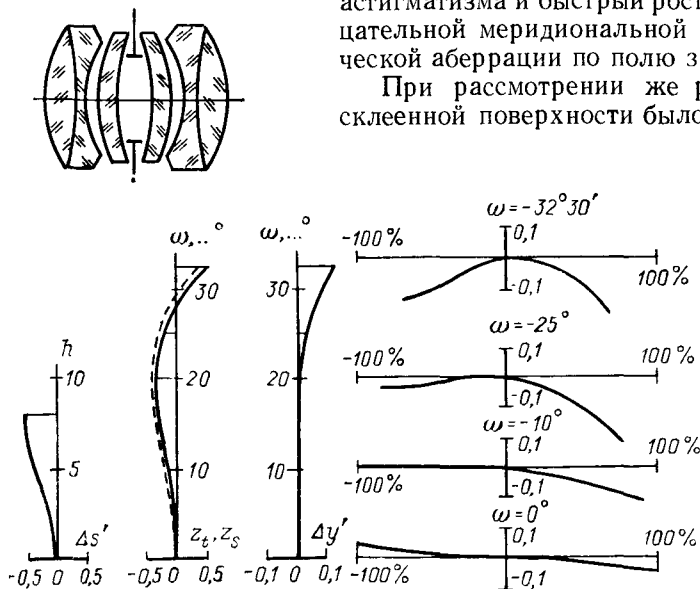


Рис. 21.6. Объектив «Ортометар» (типа плазмат)

новлено, что аномальные склейки с обратной ориентировкой обладают отрицательными высшими порядками астигматизма; использование таких склеек приводит к конструкции симметричных объективов типа плазмат с двумя коррекционными концентрическими линзами, расположенными по обе стороны от положительных базовых менисков, с введенными во внутрь концентрических линз аномальными склеенными поверхностями с обратной ориентировкой.

Таким образом, схемы объективов типа плазмат могут быть зашифрованы в виде

$$2 [Б (ан I) + К (κ, \vec{a_s}, κ)].$$

Однако аномальные склейки не исправляют меридиональную отрицательную сферическую aberrацию, а несколько ее увеличивают; поэтому у объективов типа плазмат приходится

прибегать к значительному геометрическому виньетированию и ограничению величины поля зрения.

Схема одного из объективов типа плазмат — объектив «Ортометар» и графики его аберраций представлены на рис. 21.6.

§ 104. Объективы Петцваля

Объективы Петцваля характеризуются тем, что в них невозможна коррекция кривизны поля зрения, и поэтому к ним предъявляются требования исправления лишь астигматизма, комы и сферической аберрации.

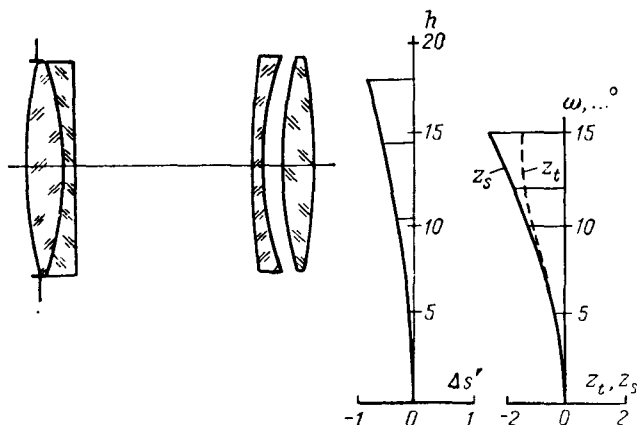


Рис. 21.7. Объектив Петцваля

Устранение этих трех аберраций возможно и для системы из двух тонких линз с введением в них для исправления сферической аберрации нормальных склеек (в классическом объективе Петцваля обе склейки заменены расклейками, что, как уже излагалось, может способствовать исправлению высших порядков сферической аберрации). Поэтому схему объектива Петцваля можно зашифровать в виде

$$Б (т, нс) + Б (т, нс).$$

Схема и графики аберраций представлены на рис. 21.7.

В настоящее время объективы Петцваля, просуществовав более 100 лет, уже утратили свое значение как объективы фото-графические, уступив место светосильным анастигматам с исправленной кривизной поля.

Однако схема объектива Петцваля до сих пор широко используется в микроскопии в качестве схем микрообъектива небольшого увеличения или коррекционно-силового компонента в конструкциях микрообъективов с высокими апертурами.

§ 105. Объективы типа планар

Схема объективов типа планар (известных у нас под названием «Гелиос») является одной из наиболее распространенных схем светосильных фотографических объективов.

Она была предложена в конце XIX столетия Рудольфом и, постепенно развиваемая в течение многих лет, не утратила своего значения в наши дни, и надо полагать, что останется жизнеспособной еще долгие годы.

Первоначальная схема объектива типа планар строилась на основе симметричной конструкции, созданной на базе сочетания силовой плоско-выпуклой линзы с расположенной впереди нее телеанастигматической стеклянной линзой второго рода. В таком виде исходная схема планара могла бы быть зашифрована в виде

$$2 [K (\text{та II}) + B (\text{ок})],$$

но тогда в ней не было бы возможности исправить сферическую aberrацию.

Поэтому, в целях устранения сферической aberrации, можно было бы перейти к отрицательной анастигматической линзе, обладающей некоторой положительной сферической aberrацией. При использовании этой линзы для компенсации отрицательной сферической aberrации базовой плоско-выпуклой линзы ее первая плоская поверхность должна быть заменена на апланатическую. Таким образом, схема симметричного планара могла бы быть представлена в виде

$$2 [K (\text{ан II}) + B (\text{ак})].$$

Однако при переходе к предмету, расположенному в бесконечности, такая схема потребует перестройки. Поэтому наиболее уместно представить схему планара в виде концентрической линзы с вырезом из нее воздушной биапланатической линзы и с введением в образованный воздушный промежуток для кривизны поля и сферической aberrации коррекционного элемента из пары анастигматических стеклянных линз второго рода.

Тогда схема планара может быть представлена в виде

$$B (\text{ка}) + 2K (\text{ан II}) + B (\text{ак}).$$

Вогнутые поверхности анастигматических линз, расположенные вблизи материальной диафрагмы, образуют тонкую воздушную отрицательную линзу, создающую положительную сферическую aberrацию на оси системы, необходимую для компенсации отрицательной сферической aberrации базовых линз $B (\text{ка})$ и $B (\text{ак})$.

Однако положительная сферическая aberrация этой тонкой воздушной линзы будет быстро возрастать по полю зрения, что, при постоянстве отрицательной сферической aberrации по полю у базовых линз, приведет к возникновению положительной

меридиональной сферической аберрации у всего объектива, ослабление действия которой потребует введения геометрического виньетирования.

В принципиальной схеме планара не обеспечивается его ахроматизация; поэтому для исправления хроматизма положения в анастигматические линзы вводятся хроматические поверхности склейки.

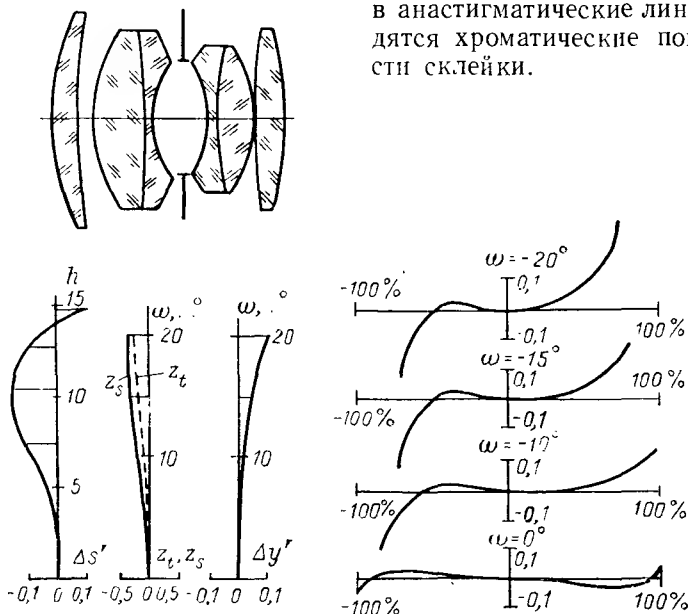


Рис. 21.8. Объектив «Планар»

В таком виде схема планара может быть зашифрована следующим образом:

$$\text{Б (ка)} + 2\text{К (ан II, xc)} + \text{Б (ак)}.$$

Схема объектива типа планар и графики его аберраций представлены на рис. 21.8.

§ 106. Объективы с дополнительными изопланатическими линзами

Двухлинзовые базовые системы, одна из базовых линз которых является концентрической, т. е. системы

$$\text{Б (кк)} + \text{Б (ак)} \text{ и } \text{Б (ка)} + \text{Б (кк)},$$

позволяют ввести в концентрические линзы Б (кк) по паре воздушных анастигматических линз первого рода. Тогда получаем системы, состоящие из трех положительных и одной отрицательной линз, которые можно рассматривать как объективы триплет с дополнительными изопланатическими линзами.

Объективы подобного рода могут быть зашифрованы в виде $B[k, -2K(\text{ан I}), k] + B(\text{ак})$ и $B(\text{ка}) + B[k, -2K(\text{ан I}), k]$; их схемы представлены на рис. 21.9 и 21.10.

Совершенно очевидно, что добавление дополнительной изопланатической линзы к триплету должно существенно повысить относительное отверстие подобных объективов по сравнению с простыми объективами триплет, что и наблюдается на самом деле.

Действительно, объективы «Тахар», построенные по схеме

$$B[k, -2K(\text{ан I}), k] + B(\text{ак}),$$

имеют относительное отверстие 1 : 2, тогда как объективы триплет при использовании обычных тяжелых кронов обладают относи-

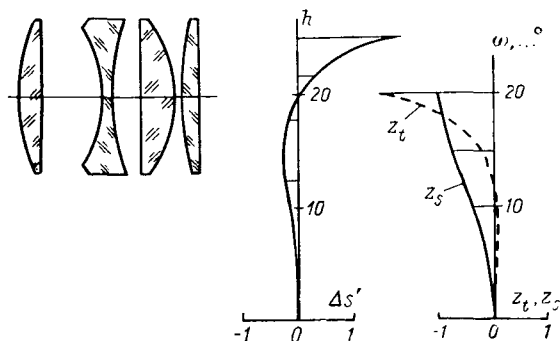


Рис. 21.9. Объектив «Тахар»

тельными отверстиями не выше, чем 1 : 2,8. Однако в части развития поля зрения объективы с дополнительными изопланатическими линзами не будут иметь каких-либо преимуществ перед объективами триплет.

Возвращаясь к двухлинзовым базовым системам типа

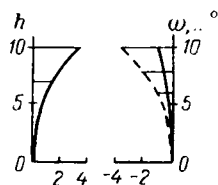
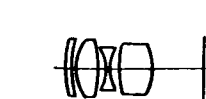
$$B(\text{кк}) + B(\text{ак}) \text{ и } B(\text{ка}) + B(\text{кк})$$

и деля в них concentрические линзы путем замены части стекла биапланатическими воздушными линзами, переходим к трехлинзовым базовым системам вида

$$B(\text{ка}) + B(\text{ак}) + B(\text{ак}) \text{ и } B(\text{ка}) + B(\text{ка}) + B(\text{ак}).$$

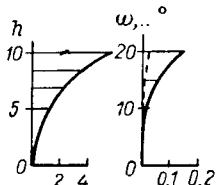
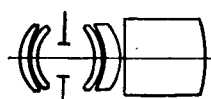
Вводя в воздушные промежутки, образованные между апланатическими поверхностями, пару стеклянных анастигматических линз второго рода, переходим к системам типа усложненного планара $B(\text{ка}) + 2K(\text{ан II}) + B(\text{ак}) + B(\text{ак})$ и $B(\text{ка}) + B(\text{ка}) + 2K(\text{ан II}) + B(\text{ак})$. Схемы этих объективов представлены на рис. 21.11 и 21.12.

Системы типа усложненного планара, равно как и усложнённого триплета, обладают более высокими относительными отверстиями по сравнению с обычными планарами; но в части разви-



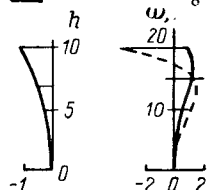
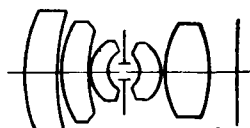
76,025		
118,83	7,60	1,6126
34,84	0,0	1
-89,95	25,25	1,6126
-25,285	6,03	1
25,285	0,5	1,6126
89,95	6,03	1
-42,725	33,14	1,6126

Рис. 21.10. Объектив триплет с передней изопланатической линзой



15,299		
23,168	3,222	1,6126
20,921	0,0	1
13,369	0,709	1,6126
-13,369	33,878	1
-20,921	0,709	1,6126
-27,127	0,0	1
-18,954	6,514	1,6126
∞	0,0	1
-63,180	29,5	1,6126
$f' = 98,184; s'_F = 99,597$		

Рис. 21.11. Объектив типа планар с задней изопланатической линзой



121,074		
183,346	25,50	1,6126
73,908	0,0	1
80,242	24,356	1,6126
26,188	0,0	1
19,108	20,70	1,6126
-19,108	20,88	1
-26,188	20,70	1,6126
64,876	0,0	1
-111,049	46,408	1,6126
$f' = 101,912; s'_F = 19,838$		

Рис. 21.12. Объектив типа планар с передней изопланатической линзой

тия полей зрения они точно так же, как и триплеты, не будут обладать какими-либо преимуществами.

Прием разделения базовых линз будет способствовать повышению относительного отверстия и в других оптических системах.

§ 107. Объективы с дополнительной телеконцентрической линзой

Одним из средств существенного повышения относительного отверстия в оптических системах является использование телеконцентрических линз, все поверхности которых обладают центрами, совмещенными с задним фокусом исходной системы.

Добавление такой телеконцентрической склеенной линзы или системы представлено на рис. 21.13.

Нетрудно представить, что лучи апертурного осевого пучка, войдя в телеконцентрическую линзу вдоль ее нормалей, не смогут

приобрести сферической аберрации и нарушения условия синусов; по выходе же из ее плоской стороны, размещенной вблизи поверхности изображения, произойдет увеличение синуса выходного апертурного угла пропорционально показателю преломления материала последней линзы, т. е. в n раз.

Соблюдение телескопичности для главных лучей наклонных пучков, падающих на телеконцентрическую линзу, устраняет и астигматизм, и кривизну поля.

Кома телеконцентрической линзы тоже будет равна нулю, и поэтому действие телеконцентрической линзы выразится лишь в том, что она уменьшит в n раз фокусное расстояние всей системы по отношению к фокусному расстоянию исходной системы.

Следствием уменьшения фокусного расстояния явится уменьшение в n раз масштаба изображения и всех поперечных aberrаций составной системы по отношению к aberrациям исходной системы.

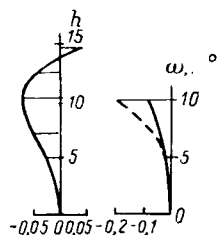
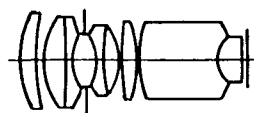
Величины же продольных aberrаций уменьшатся пропорционально квадрату уменьшения масштаба — квадрату показателя преломления последней линзы телеконцентрической системы.

Заметим, что в связи с уменьшением величины фокусного расстояния после телеконцентрической линзы произойдет повышение линейной разрешающей способности по всему полю зрения; однако повышения угловой разрешающей способности в предметном пространстве при этом не произойдет, и она сохранится неизменной.

Главным недостатком применения телеконцентрической системы является ограничение величины изображения, диктуемое габаритами телеконцентрической линзы, и заполнение пространства между исходной системой и плоскостью изображения массой стекла.

§ 108. Высокосветосильные объективы, построенные на основе тонкой линзы

Одной из особенностей линз или поверхностей, концентричных к точке изображения, расположенной на оси системы (конфокальных линз или поверхностей), является, как это было установлено



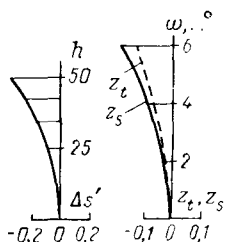
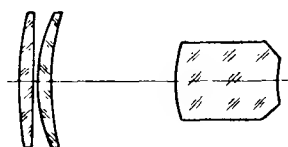
38,070	4,81	1,6130
136,365	2,26	1
25,330	9,07	1,6130
—124,225	1,32	1,5783
15,995	9,33	1
—16,620	1,32	1,5783
66,085	6,25	1,6130
—22,210	0,50	1
191,540	4,94	1,6709
—52,725	0,06	1
38,0	29,0	1,8060
9,0∞	9,0	1,5163

$$f' = 38,645; s'_F = 0,0$$

Рис. 21.13. Объектив типа планар с телеконцентрической линзой

в § 61, возникновение положительной меридиональной кривизны поля, если сила таких линз положительная.

Так как у конфокальных линз сагиттальная кривизна изображения не возникает, то астигматическая разность получается положительной при положительной силе этих линз.

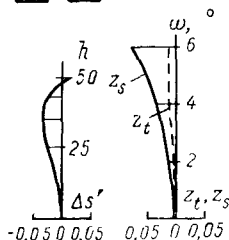
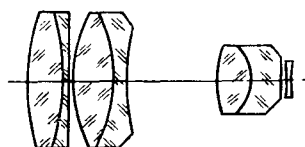


226,290		
	8,72	1,7440
∞	0,01	1
109,021		
	10,0	1,7440
161,533		
	87,133	1
74,40		
	74,40	1,7440
74,40		
$f' = 100,0; s'_F = 0,0$		

Рис. 21.14. Высокосветосильный объектив с использованием конфокальной поверхности

Сочетание конфокальной положительной линзы с тонкой линзой, совпадающей со зрачком входа и обладающей поэтому отрицательным астигматизмом, приводит к двухлинзевой базовой системе, скорректированной на астигматизм и кому (последняя устраняется за счет соответственного прогиба тонкой линзы).

Имея в виду, что конфокальная линза увеличивает при этом выходную апертуру соответственно показателю преломления, нетрудно прийти к выводу, что подобная базовая система может служить прототипом для высокосветосильных объективов с относительно большими отверстиями порядка 1 : 1,0.



176,20		
	24,82	1,6919
-164,44		
	4,96	1,8060
3837,0		
106,17	0,1	1
-100,0		
	29,78	1,7030
	7,94	1,7092
183,23		
	64,42	1
61,38		
	25,8	1,7440
-31,05		
	22,49	1,7398
500,0		
	1,18	1
-69,66		
	1,62	1,8060
229,1		
$f' = 100,84; s'_F = 1,22$		

Рис. 21.15. Высокосветосильный объектив с ахроматизированным передним компонентом и линзой Смита

Такая система может быть зашифрована в виде

Б (т) + Б (кф, б),

а ее несколько усложненная схема с разделенной первой линзой представлена на рис. 21.14.

Развитием этой системы является схема высокосветосильного объектива, изображенная на рис. 21.15. С целью ахроматизации одиночные линзы в ней заменены склеенными блоками, а для лучшего исправления кривизны поверхности изображения добавлена близфокальная линза Смита.

Глава 22

КОМПОНОВКА ШИРОКОУГОЛЬНЫХ ОБЪЕКТИВОВ

§ 109. Широкоугольные объективы «Лиар»

Создание широкоугольных объективов, пригодных для использования в фотограмметрии, является одной из наиболее сложных задач разработки оптических систем.

Сложность задачи обусловлена тем, что при увеличении поля зрения наблюдается общая тенденция к возрастанию полевых aberrаций оптической системы и одновременно имеет место быстрое падение освещенности изображения к краям поля. Последнее обстоятельство не позволяет воспользоваться устранением полевых aberrаций за счет введения геометрического виньетирования.

Наоборот, развитие поля зрения требует для достижения приемлемого светораспределения по полю зрения использования явления aberrационного виньетирования, позволяющего увеличивать ширину наклонных пучков лучей по отношению к осевому пучку.

Поэтому при создании широкоугольных ортоскопических объективов в распоряжении разработчика остается лишь одно средство для обеспечения достаточно высокого качества изображения по полю зрения — исправление всех возникающих aberrаций широких наклонных пучков.

Устранение нечетных aberrаций — комы, дисторсии, хроматизма увеличения — успешно решается при использовании симметричных и пропорциональных систем; однако этот прием еще не обеспечивает исправления четных aberrаций — астигматизма, кривизны поля, меридиональной и сагиттальной сферической aberrации.

Борьба с астигматизмом и кривизной поля более или менее успешно разрешается путем использования аномальных склеек.

Наибольшие трудности представляет исправление меридиональной и сагиттальной сферической аберрации в широких наклонных пучках. Решающим в этом деле является устранение или ослабление роста полевых сферических аберраций, что в большей или меньшей мере может быть обеспечено использованием в силовых элементах концентрических линз.

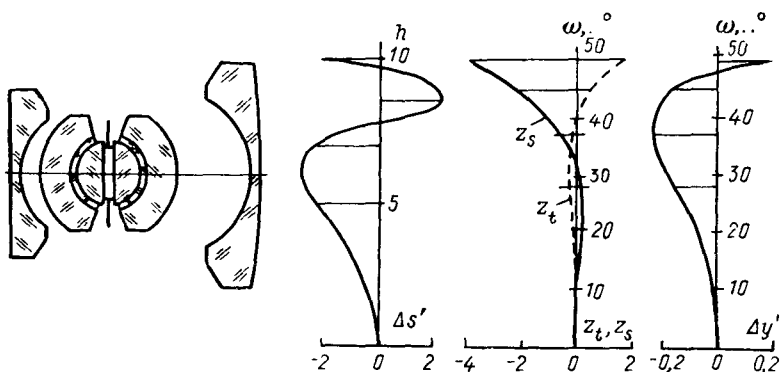


Рис. 22.1. Объектив «Лиар-6»

Для развития поля зрения выгодным является использование передней плоской поверхности, не вносящей ни астигматизма, ни кривизны поля, ни комы. Правда на плоской поверхности при преломлении главного луча из стекла в воздух возникает значительная отрицательная дисторсия.

Учитывая эти соображения, при разработке первых широкоугольных аэрофотообъективов была использована схема объектива с передней плоской поверхностью, состоящая из плоско-вогнутой отрицательной линзы с концентрической поверхностью и концентрического базового компонента; отрицательная дисторсия плоской поверхности компенсировалась положительной дисторсией отрицательной менискообразной линзы, расположенной после концентрического базового компонента.

Эта конструктивная схема, реализованная в начале тридцатых годов в объективах «Лиар», сравнительно близка к принципиальной схеме вида

$$K(ок) + Б(кк) + K(т, ан),$$

не обеспечивавшей исправления комы.

Из-за этого была нарушена концентричность второй поверхности в первой линзе объектива, что в какой-то степени позволило получить удовлетворительное исправление комы во всем объективе.

Одним из положительных качеств принципиальной схемы объективов «Лиар» являлась возможность габаритного устранения геометрического виньетирования.

Схема объектива «Лиар-6» и графики его аберраций представлены на рис. 22.1.

Использование концентрического силового компонента уже в шестидесятих годах было осуществлено в объективах «Авиогон» фирмы «Вильд».

§ 110. Объективы «Руссар-1» («Топогон»)

Трехлинзовые системы, построенные на использовании схемы симметричного объектива со сдвоенными анастигматическими линзами, работающими при дальнем расположении зрачка, и концентрической коррекционной линзы, расположенной между ними, т. е. системы 2 [Б (анI) + К (кк)]₁, были использованы в объективах «Руссар-1» и «Руссар-19» с полями зрения, достигавшими величины $2\omega = 100^\circ$.

Анастигматические мениски с дальним положением входного зрачка (см. § 87) обладают небольшой положительной зоной остаточного астигматизма и практически постоянной меридиональной сферической аберрацией.

Эти две особенности работы положительного мениска второго рода позволили развить поле зрения объективов «Руссар-1» до $2\omega = 100^\circ$ (и даже более) без существенного ухудшения качества изображения.

Положительные анастигматические мениски второго рода обладают также небольшой отрицательной сферической аберрацией в зрачках; следствием этого является возникновение небольшой положительной дисторсии при удалении предмета в бесконечность.

Такая положительная дисторсия легко исправлялась в объективах «Руссар-1» с помощью размещения позади объектива плоскопараллельной пластинки, которая устраняла аберрацию в зрачках и тем самым — причину возникновения дисторсии.

Объективам «Руссар-1» было свойственно значительное геометрическое виньетирование, возникавшее из-за габаритов менискообразных линз, ограничивавших своими острыми краями наклонные пучки лучей на краю поля зрения. Такое геометрическое виньетирование не вызывалось коррекционными требованиями. Однако попытки увеличения толщин менискообразных линз в этих объективах приводили к уменьшению угла поля зрения.

Концентричность корригирующей кривизну поля линзы, даже при изготовлении ее из тяжелых флинтгов, снижала ее положительный хроматизм положения и делала невозможным компенсацию увеличенного отрицательного хроматизма положения базовых линз и, следовательно, ахроматизацию всего объектива в целом.

В объективах «Руссар-5» и «Топогон» с целью обеспечения ахроматизации концентрическая линза заменялась симметричной парой отрицательных коррекционных линз, что перестраивало

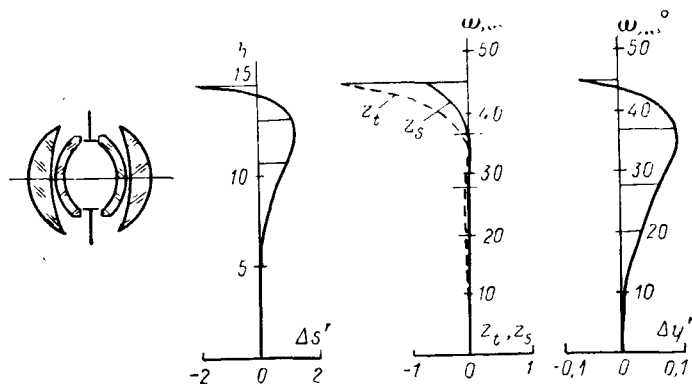


Рис. 22.2. Объектив «Руссар-5»

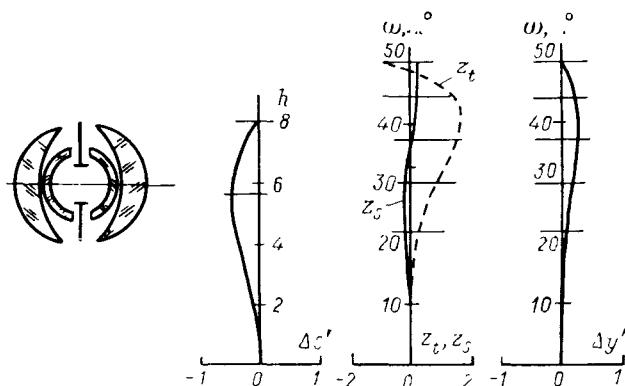


Рис. 22.3. Объектив «Топогон»

систему и приводило ее к объективам типа Гаусса, имеющим следующий шифр:

$$2 [K (т, м) + Б (т, м)].$$

Такая перестройка способствовала некоторому утолщению базовых линз, но опять-таки уменьшала поле зрения до $2\omega = 90^\circ$.

Схемы объективов «Руссар-1», «Руссар-5» и «Топогон» с их графиками аберраций приведены на рис. 20.31, 22.2, 22.3.

§ 111. Объективы «Руссар-29»

Схема объективов «Руссар-29», явившаяся развитием схем объективов «Руссар-15», «Руссар-22» и «Руссар-25», принадлежит к принципиальной схеме широкоугольных объективов вида

$$Б [к, -2К (та II), к] \text{ или } 2 [Б (т, м) + К (т, м)].$$

Эти объективы обладали положительным абберационным виньетированием, обеспечивавшим светораспределение по функции

$$\Phi(\omega) = \cos^3 \omega. \quad (22.1)$$

Кроме того, они имели большие коррекционные возможности в части исправления астигматизма, меридиональной сферической абберации и дисторсии, в особенности при введении аномальных склеек внутри базовых линз, что позволило решить задачу создания ортоскопических широкоугольных объективов с полями зрения, достигавшими 120° , которые могли бы быть зашифрованы в виде

$$2 [Б (ас, м) + К (т, м)].$$

Эти системы не содержат в себе конструктивных элементов, предназначенных для исправления сферической абберации для точки на оси. Однако сферическая абберация в исходной базовой концентрической линзе была наименьшей из всех других простейших базовых линз, поэтому в объективах «Руссар-29» величина неисправленной отрицательной сферической абберации оставалась сравнительно небольшой и при средних относительных отверстиях не выходила из границ, соизмеримых с величинами полевых аббераций. Схема объектива «Руссар-29» и графики аббераций представлены на рис. 22.4.

Положительные качества объективов «Руссар-29», разработанных еще в 1945 г., обеспечили возможность их использования для картографической аэросъемки в течение трех десятилетий.

Возросшие за это время требования к широкоугольным аэросъемочным объективам для съемок в средних и крупных масштабах привели к необходимости дальнейшего улучшения качества изображения в объективах «Руссар-29». Это было достигнуто за счет усложнения положительного силового компонента путем введения в него элементов, позволивших исправить сферическую абберацию для точки на оси и улучшить коррекцию меридиональной сферической абберации по полю зрения.

В результате этих работ были созданы аэрофотосъемочные объективы «Руссар-63» (рис. 22.5) и «Руссар-71» (рис. 22.6), которые по качеству изображения не уступают лучшим зарубежным объективам того же назначения.

Другим направлением в развитии объективов «Руссар-29» явилось, кроме усложнения его силового компонента, разделение коррекционных отрицательных менисков. С точки зрения предлагаемой нами классификации такое разделение отрицательных

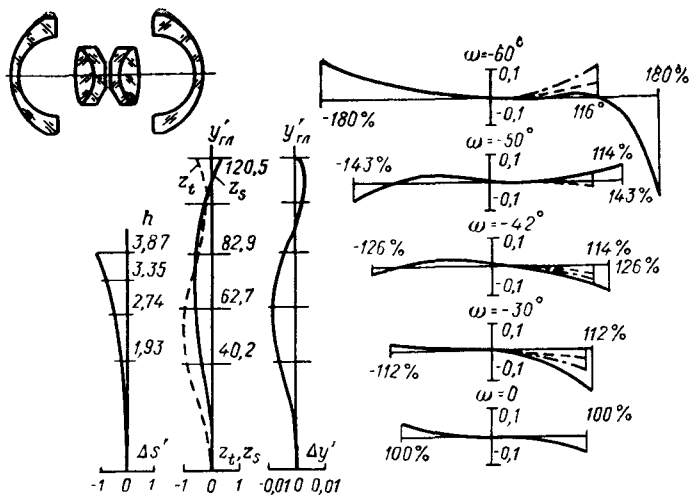


Рис. 22.4. Объектив «Руссар-29»

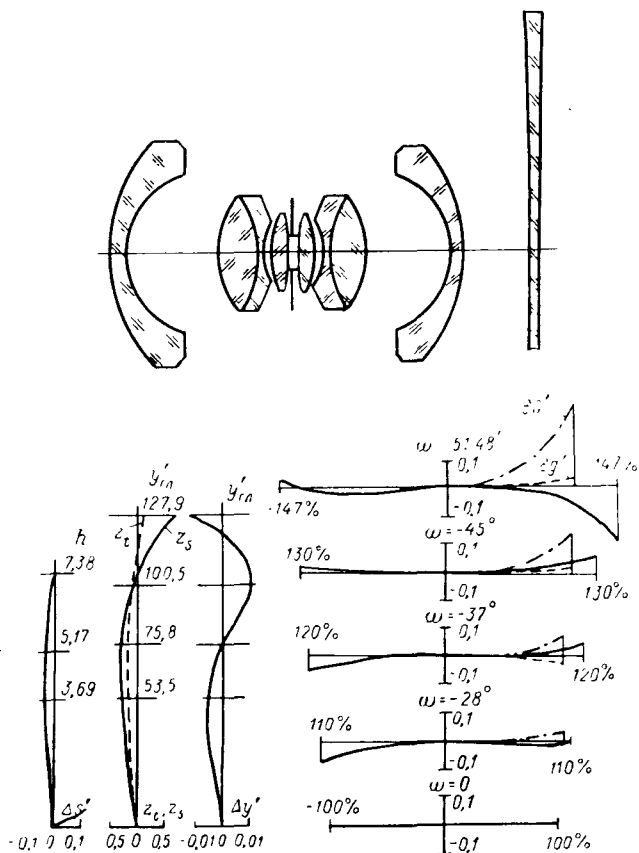


Рис. 22.5. Объектив «Руссар-63»

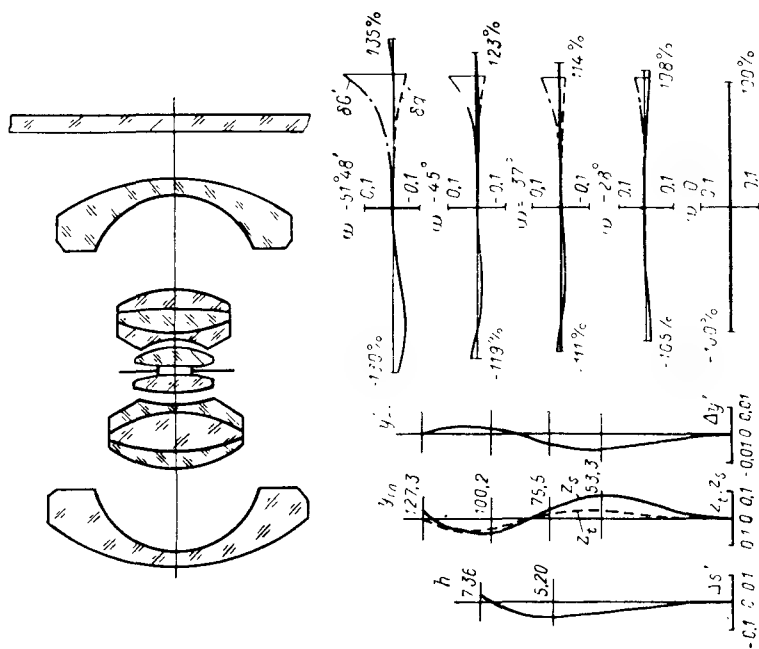


Рис. 22.6. Объектив «Руссар-71»

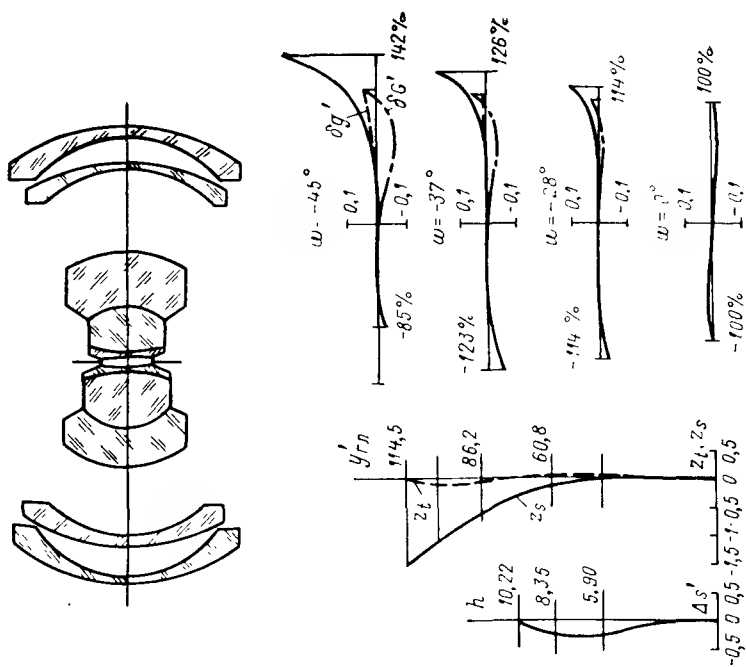


Рис. 22.7. Объектив «Авнягон»

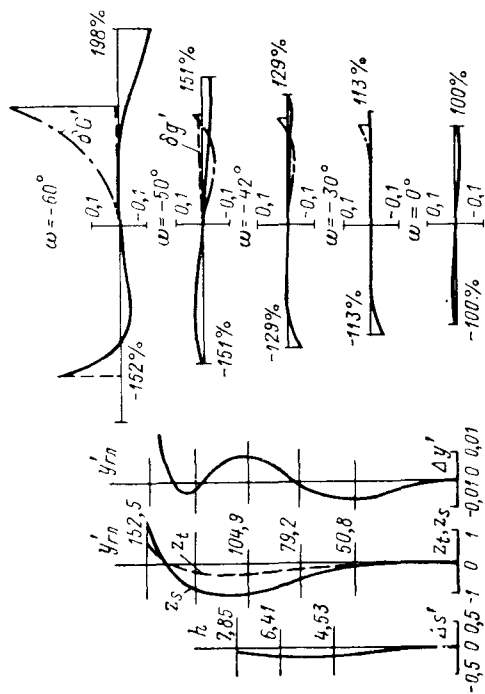
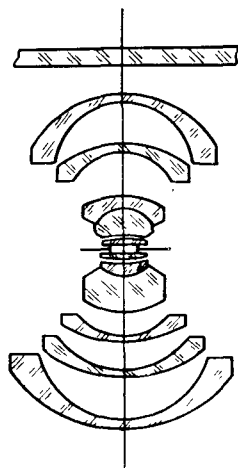
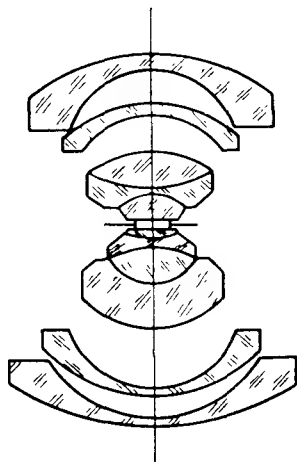


Рис. 22.8. Объектив «Супер-Авиогон»

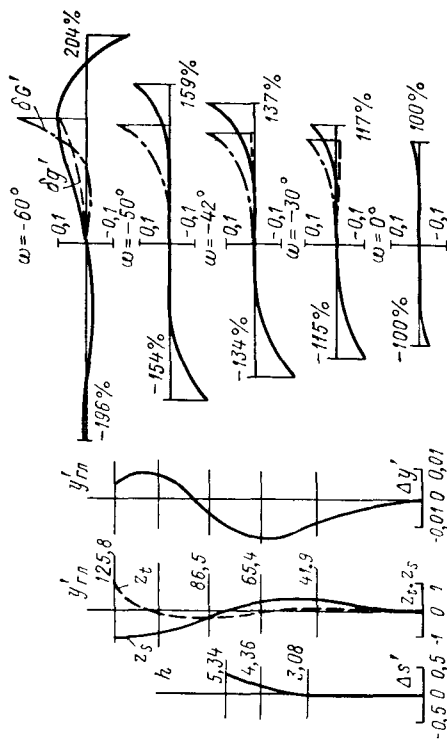


Рис. 22.9. Объектив «Руссар-67»

менисков можно рассматривать как результат введения в исходную концентрическую базовую линзу двух пар воздушных телеконцентрических линз второго рода. Тогда подобного рода система может быть зашифрована в виде

$$B [k, -2K (\text{ан II} + \text{ан II}), k].$$

Эти системы, называемые также системами с двойными отрицательными колпаками, были реализованы в объективах «Ави-

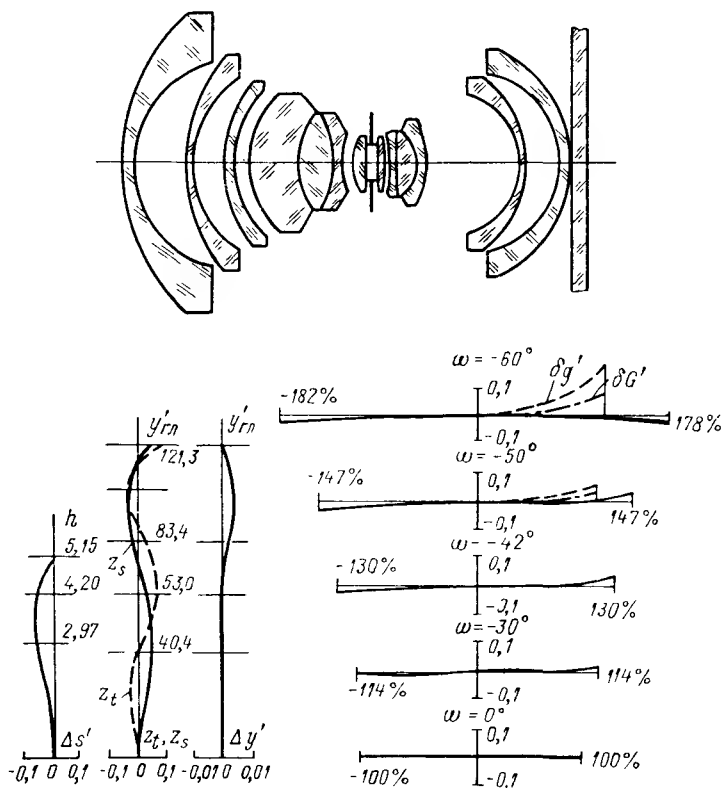


Рис. 22.10. Объектив «Руссар-73»

огон» и «Супер-Авиогон» фирмой «Вильд», а также в объективах «Руссар-67» и «Руссар-73», причем в последних двух объективах передний компонент состоит из трех отрицательных менисков.

Наличие двойных и тройных колпаков несколько улучшает абберационное виньетирование и способствует повышению относительного отверстия и общему улучшению качества изображения.

Схемы и графики aberrаций объективов «Авиогон», «Супер-Авиогон», «Руссар-67» и «Руссар-73» представлены на рис. 22.7—22.10.

§ 112. Широкоугольные зеркально-линзовые объективы

Одной из особенностей работы отражательных несферических поверхностей второго порядка является возможность строгого устранения астигматизма для расположения выходного зрачка в одном из геометрических фокусов кривой второго порядка.

Кроме того, так как при отражении всегда сохраняется равенство углов падения и отражения, точки отражения главного луча всегда можно рассматривать как узловые точки.

Равенство же отношения показателей преломления минус единице обуславливает собой равенство передних и задних фокусных расстояний. Благодаря этому при прохождении главного луча через геометрические фокусы кривой второго порядка имеет место равенство сагиттальных и меридиональных фокусных расстояний вдоль главного луча и, как следствие, отсутствие астигматизма при произвольном положении предметной точки на главном луче. Вместе с тем геометрические фокусы отражательных поверхностей второго порядка являются сопряженными точками, изображаемыми друг другом без возникновения сферической аберрации.

Таким образом, отражательная поверхность второго порядка может рассматриваться как строго анастигматическая поверхность для произвольного положения предмета при строгом отсутствии аберрации в зрачках, когда последние будут совмещены с ее геометрическими фокусами.

Таковыми же свойствами обладают и концентрические поверхности. Они так же строго свободны от астигматизма при произвольном положении предмета, если главные лучи проходят через общий центр этих поверхностей.

Рассматривая такие отражательные поверхности и концентрические системы как конструктивные элементы, обладающие одними и теми же свойствами, сохраняем эти свойства (строгое отсутствие астигматизма при произвольном положении предмета и строгое отсутствие аберрации в зрачках) для оптических систем, скомпонованных только из вышеуказанных элементов.

При этом и концентрические линзы и отражательные поверхности будут также строго свободными и от хроматизма увеличения.

Одной из особенностей отражательных поверхностей является то, что отраженные ими лучи идут в том же пространстве, что и падающие лучи. Поэтому для их разделения приходится прибегать либо к пропусканию изображения через часть зрачка (что практикуется в тех случаях, когда величина поля зрения меньше, чем величина отверстия зрачка, как это имеет место в зеркальных объективах астрономических инструментов), либо, наоборот, при больших полях зрения пропускать через часть поля зрения зрачки системы.

При развертке зеркальных вогнутых поверхностей их можно рассматривать в качестве положительных зеркальных линз,

отличающихся тем, что создаваемая ими при этом кривизна поверхности изображения при положительной силе получается не отрицательной, а положительной; поэтому, сочетая зеркальную

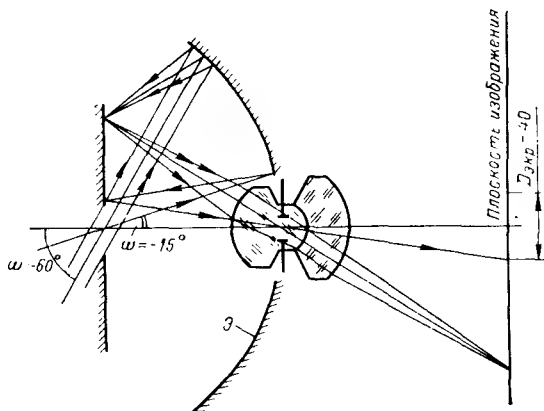


Рис. 22.11. Зеркально-линзовый широкоугольный объектив

линзу с концентрической системой, обладающей при положительной силе отрицательной кривизной, получаем потенциальную возможность устранения кривизны поля для какого-то одного заранее выбранного полевого угла.

Наиболее простой оптической системой подобного рода является сочетание эллиптического зеркала с концентрической линзой. Конструктивно в такую систему целесообразно ввести плоское зеркало с отверстием, совпадающим со зрачком входа.

Подобная система представлена на рис. 22.11, а на рис. 22.12 — ее развертка. В качестве численного примера приведем систему со следующими данными:

r	d	n_D
$(-140,0)^*$	$-105,0$	-1
∞	$75,3$	1
$29,7$	$45,4$	$1,4874$
$-15,7$	$24,6$	$1,8060$
$-40,3$		
$f' = -67,5; s_F' = 94,6$		
* Эллипсоид вращения: $a \approx 157,5;$ $b \approx 148,5.$		

Графики aberrаций этой системы для угла поля зрения $2\omega = 120^\circ$ представлены на рис. 22.13. Эллиптическая поверхность не будет корригирована на кому и дисторсию, что наблюдается на графиках aberrаций.

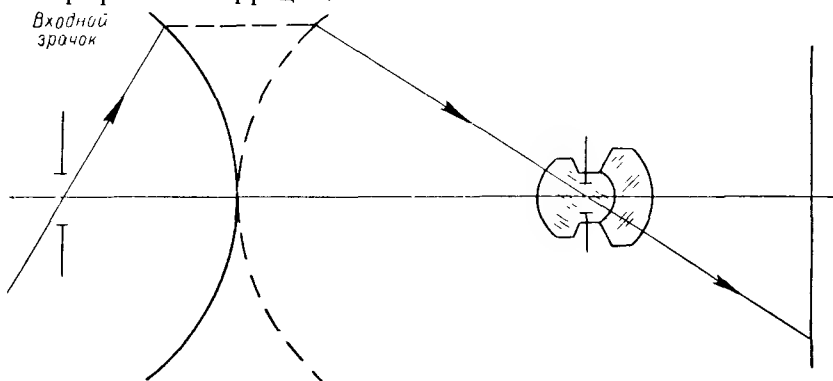


Рис. 22.12. Развернутая схема зеркально-линзового объектива

Совершенно очевидно, что приведенная система при обратном ходе лучей может быть также корригирована на кривизну поля для одного полевого угла, но тогда она будет иметь уже положительную дисторсию.

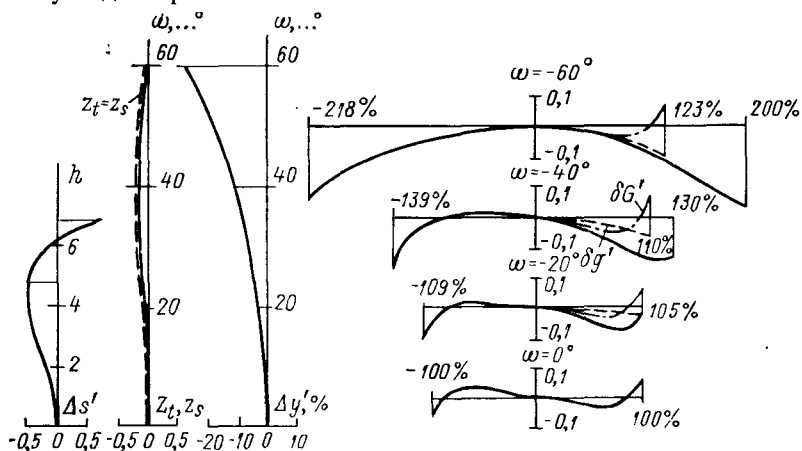


Рис. 22.13. Графики aberrаций зеркально-линзового объектива

Ранее было установлено, что при составлении симметричной системы при увеличении, равном минус единице, происходит автоматическое устранение полевых aberrаций нечетного характера — комы, дисторсии и хроматизма увеличения.

В подобном случае объединяем обе концентрические линзы друг с другом и тогда приходим к симметричной системе, представленной на рис. 22.14.

Так как рассматриваемая система не обладает аберрацией в зрачках, то при изменении положения предмета, вплоть до удаления его в бесконечность, должно соблюдаться строгое отсутствие астигматизма и дисторсии по всему полю зрения, а кривизны поля — для одного определенного полевого угла.

Однако при отступлении от увеличения, равного минус единице, начнется возникновение комы, присущее всем симметричным системам независимо от их конструктивных схем.

Заменяя в симметричной зеркально-линзовой системе плоские зеркала на гиперболические и не нарушая при этом всех основных

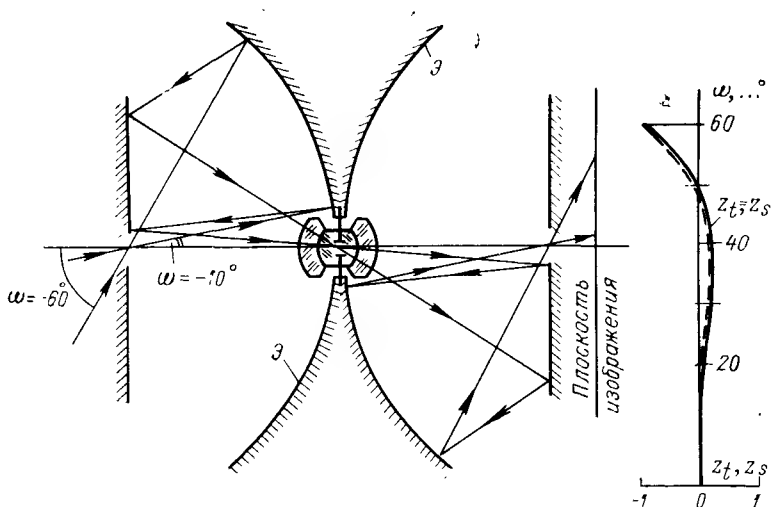


Рис. 22.14. Схема ортоскопического зеркально-линзового объектива

свойств системы, можно добиться также строгого исправления кривизны поверхности изображения по всему полю зрения независимо от положения предмета.

При введении в подобную систему компенсаторов комы, расположенных в зрачках, получаем схему объектива «Руссар-69», представленную на рис. 22.15 вместе с графиками аберраций.

Заметим, что система, построенная по этому принципу, легко может быть превращена в зеркально-линзовый перископ со строгим исправлением всех аберраций, кроме сферической аберрации и хроматизма положения.

Схема такого перископа с однократным увеличением представлена на рис. 22.16, а графики аберраций из-за их отсутствия, естественно, не приводятся.

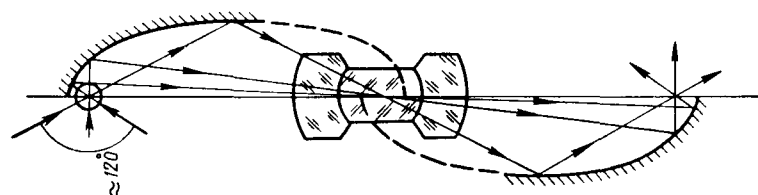


Рис. 22.16. Коаксиальная зеркально-линзовая телескопическая система

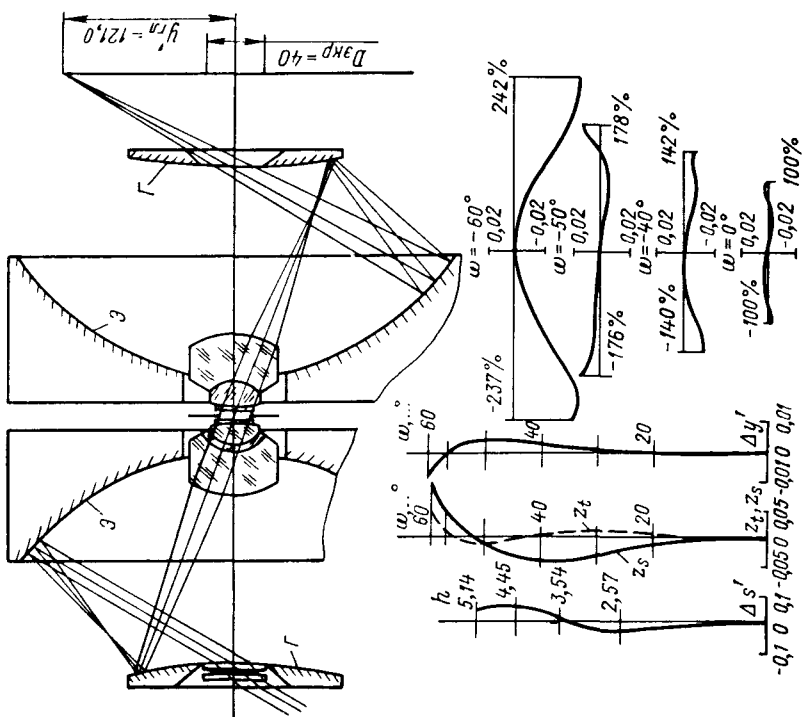


Рис. 22.15. Зеркально-линзовый объектив «Руссар-69»

§ 113. Особоширокоугольные объективы

Попытки увеличения полей зрения свыше 120° в объективах симметричных типов, как правило, не давали положительных результатов.

Причинами тому являлись сильное падение освещенности изображения по краям поля зрения за пределами 120° и трудности обеспечения достаточно хорошего качества изображения.

В § 29 было установлено, что при отсутствии дисторсии у передней части системы величина светораспределения выражается четвертой степенью косинуса полевого угла у материальной диафрагмы независимо от величины полевого угла в предметном пространстве. Поэтому можно осуществить требуемое светораспределение за счет уменьшения величины полевого угла у материальной диафрагмы при соблюдении ортоскопии расположенной впереди нее части оптической системы.

Устранение дисторсии приводит к постоянству углового увеличения W передней части системы при его значении, меньшем единицы; при этом необходимо также обеспечить вынос выходного зрачка из этой части системы.

Такое принципиальное решение вопроса об улучшении светораспределения равносильно постановке другой задачи — возможности создания ортоскопической системы с угловым увеличением, меньшим единицы, и с вынесенным зрачком выхода при больших полях зрения.

Решить эту задачу, используя только сферические поверхности, не удастся для полей зрения, существенно превышающих 120° .

Таким образом, возникла необходимость использования для решения поставленной задачи несферических поверхностей, с помощью которых удалось достичь желаемых результатов.

Для получения углового увеличения W , меньшего единицы, при вынесенном зрачке выхода необходимо использовать отрицательную линзу, которая при помощи несферической поверхности должна быть скорректирована на дисторсию.

При создании такой ортоскопической линзы задача устранения дисторсии может быть возложена либо на первую (наружную), либо на вторую (внутреннюю) поверхности.

В обоих случаях для достаточно хорошего исправления дисторсии требуется прибегать к использованию несферической поверхности высшего порядка.

Однако при заданных увеличении и фокусном расстоянии габариты подобных линз будут значительно различаться, и поэтому практически более целесообразным является использование ортоскопической отрицательной линзы с внутренней несферической поверхностью, имеющей меньшие габариты, чем линза с наружной несферической поверхностью. Это различие в габаритах особенно сильно сказывается при больших полях зрения, превосходящих $120-130^\circ$.

Кроме того, линза с внутренней несферической поверхностью обладает несколько меньшим астигматизмом, чем линза с наружной несферической поверхностью.

В качестве второго силового компонента особоширокоугольного объектива удобно использовать какой-либо из симметричных широкоугольных объективов, обладающих всеми основными коррекционными элементами; при этом особенно выгодно применять объективы, уже имеющие положительное абберационное виньетирование.

Анализируя работу ортоскопической наружной линзы, следует обратить внимание на следующее обстоятельство. Условие отсутствия дисторсии у передней отрицательной линзы приводит к постоянству отношения тангенсов входного и выходного полевых углов

$$\operatorname{tg} \omega' / \operatorname{tg} \omega = W = \text{const.} \quad (22.2)$$

Задаваясь определенным значением углового увеличения, например $W = 0,6$, составим таблицу величин входных и выходных углов ω и ω' , начиная с полевого угла $\omega = 75^\circ$ (табл. 22.1).

Т а б л и ц а 22.1

$\Delta\omega$	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°
$\operatorname{tg} \omega$	3,732	2,747	2,145	1,732	1,428	1,192	1,000
$\operatorname{tg} \omega'$	2,239	1,648	1,287	1,039	0,857	0,715	0,600
ω'	$65,9^\circ$	$58,7^\circ$	$52,1^\circ$	46°	$40,5^\circ$	$35,6^\circ$	31°
$\Delta\omega$	$9,1^\circ$	$11,3^\circ$	$12,9^\circ$	14°	$14,5^\circ$	$14,4^\circ$	14°

Из приведенной таблицы следует, что угол $\Delta\omega$ отклонения главного луча ортоскопической отрицательной линзой, возрастая в пределах от нуля до 55° , далее начинает уменьшаться, и при больших углах ω это уменьшение получится достаточно ощутимым.

Следствием этого является уменьшение к краям поля зрения угла хроматического рассеяния, определяющего собой хроматизм увеличения, рост которого будет к краям поля несколько замедляться. Это обстоятельство создает известные затруднения при коррекции хроматизма увеличения в особоширокоугольных объективах.

Вторым немаловажным обстоятельством, которое следует учитывать при разработке особоширокоугольных объективов, яв-

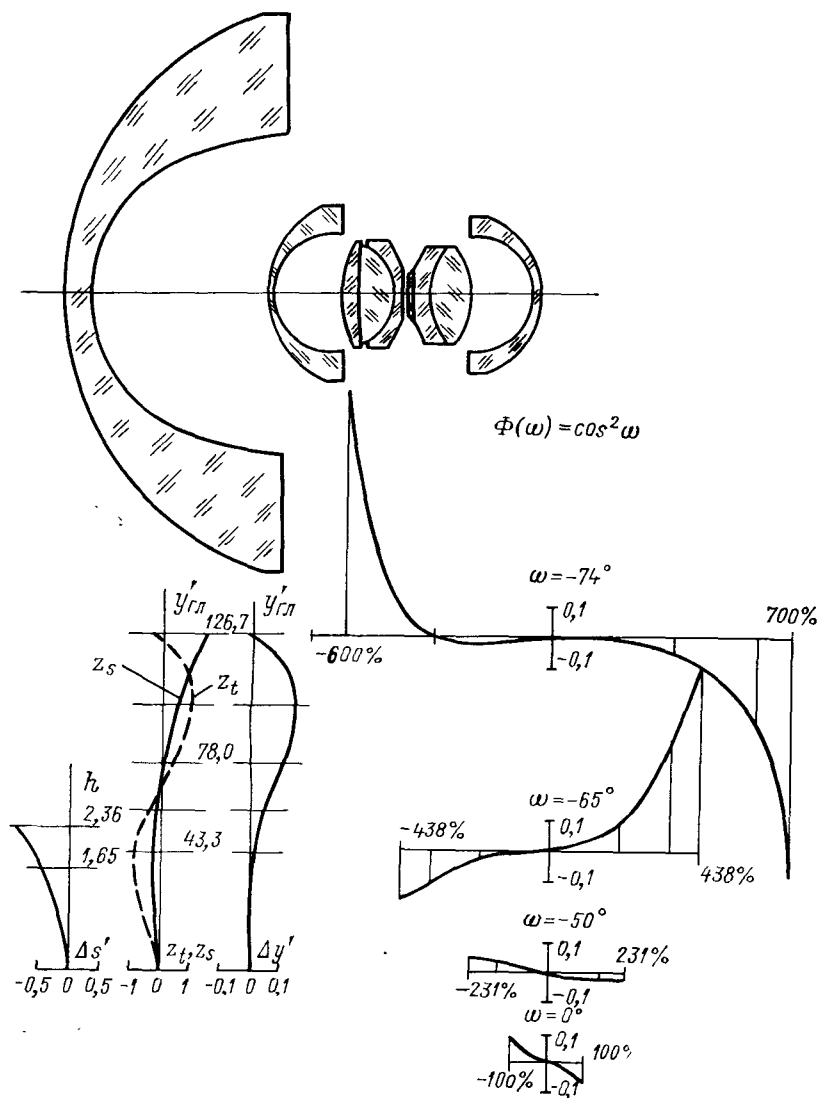


Рис. 22.17. Объектив «Руссар-38»

ляется ограничение габаритов передней ортоскопической отрицательной линзы, определяющее собой ее фокусное расстояние и линейное увеличение последующей системы — собственно объектива.

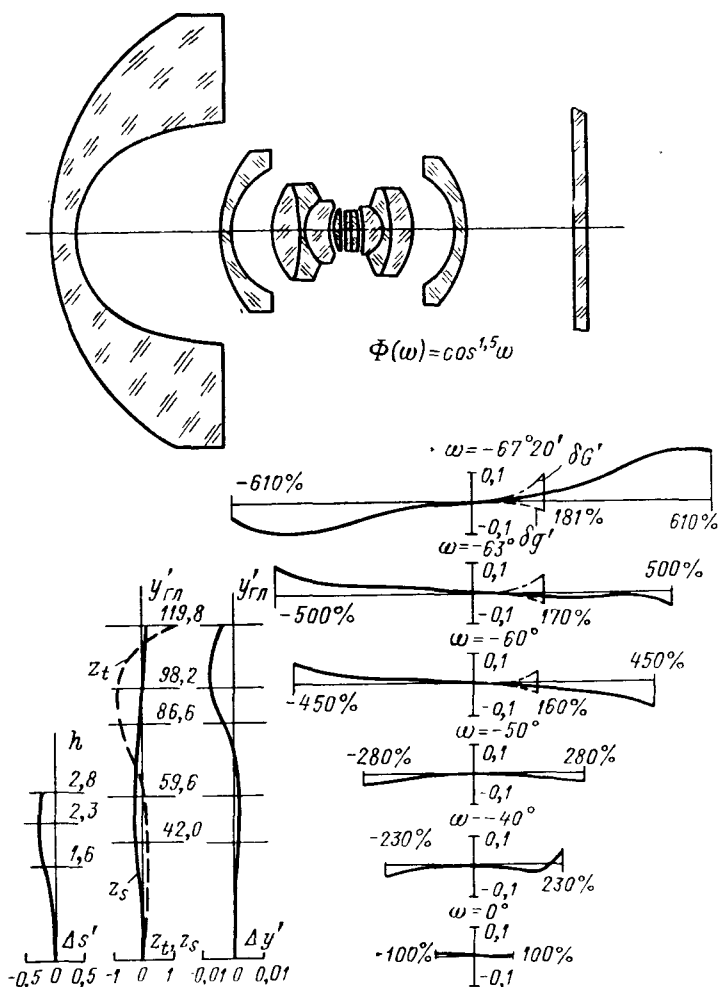


Рис. 22.18. Объектив «Руссар-62»

Такое ограничение габаритов неблагоприятно сказывается тогда, когда фокусное расстояние всей системы относительно велико, т. е. собственно объектив начинает работать с увеличением, приближающимся к единице, и ему приходится корректировать весьма значительный астигматизм от передней ортоскопической линзы.

С уменьшением эквивалентного фокусного расстояния всей системы, что имеет место при увеличении поля зрения в предметном пространстве, собственно объектив будет работать в более благоприятных условиях, т. е. с меньшим увеличением; при этом существенно уменьшается влияние аберраций передней ортоскопической линзы.

Таким образом, использование отрицательной линзы с несферической поверхностью для объективов с полями зрения порядка 120° оказывается, вопреки ожиданиям, более затруднительным, чем для объективов с полями зрения в 136 или 148° .

По схемам такого рода были построены объективы «Руссар-38» и «Руссар-62», приведенные на рис. 22.17 и 22.18 вместе с графиками аберраций и функциями светораспределения $\Phi(\omega)$.

§ 114. Объективы с большой дисторсией

Развитие полей зрения для объективов с исправленной дисторсией ограничивается габаритами даваемого ими изображения.

Поэтому уже чисто геометрически развитие полей зрения до 180° и более становится возможным лишь при наличии значительной отрицательной дисторсии.

Использование дисторсии способствует также и улучшению светораспределения, как это было установлено в § 29. Это обстоятельство еще до создания широкоугольных ортоскопических объективов обращало на себя внимание, и первоначально создание широкоугольных аэросъемочных объективов считалось возможным лишь при условии отказа от ортоскопической коррекции.

Одной из наиболее простых схем дисторзирующих широкоугольных объективов являются системы, построенные на использовании наружных отрицательных плоско-вогнутых линз типа К (ок), достоинством которых является отсутствие комы и астигматизма.

Такого рода линзы в сочетании с силовыми объективами обычных типов позволяют без особых затруднений (если не считать исправления хроматизма увеличения) развивать поле зрения до 120° и выше.

К числу таких систем принадлежит оптическая система широкоугольной камеры, предложенная в 1929 г. проф. В. Н. Чуриловским и состоявшая из дисторзирующей двухлинзовой системы — дистортера и собственно объектива с полем зрения около 60° . Эта оптическая система рассчитывалась для поля зрения около 127° при относительном отверстии $1:5,6$.

Аналогичная система, но значительно позднее, во время Великой Отечественной войны, была разработана фирмой «Карл Цейсс» (Йена) под названием «Плеон».

Объектив «Плеон» был построен так же на принципе использования передней плоско-вогнутой линзы в сочетании с собственно объективом «Топогон». Поле зрения «Плеона» доходило до 148° , но при значительной отрицательной дисторсии.

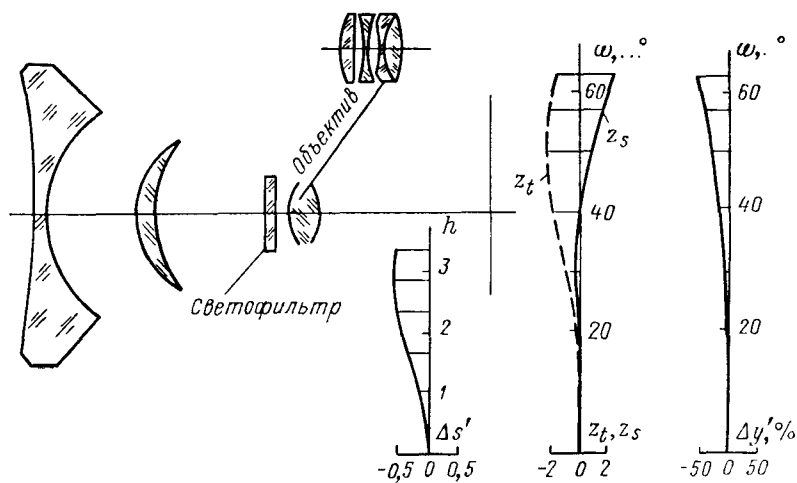


Рис. 22.19. Схема дисторзирующего объектива

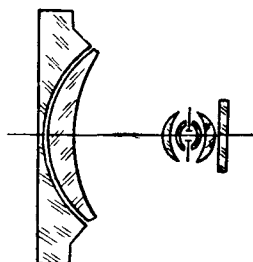


Рис. 22.20. Объектив «Плеон»

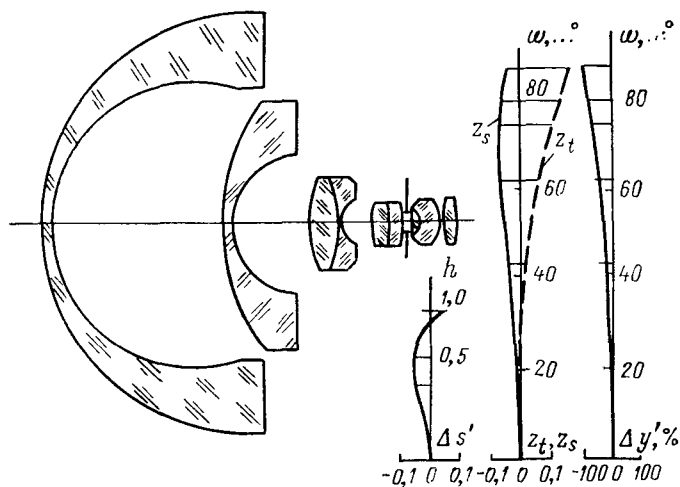


Рис. 22.21. Объектив особоширокоугольный

Схемы объектива В. Н. Чуриловского и объектива «Плеон» представлены на рис. 22.19 и 22.20.

Однако системы подобного рода не дают возможности увеличивать угол поля зрения до 180° и выше. Причиной тому является наличие передней плоской поверхности, создающей очень быстрый рост дисторсии по синусоидальному закону, следствием чего является быстрое падение масштаба изображения к краям поля зрения.

Однако на практике возникает потребность съемки полушара (съемки облачности, метеоритов и т. п.) и производства по снимку угловых измерений.

Такая потребность может быть удовлетворена при соблюдении угловой закономерности образования изображения

$$y' = -f'\omega. \quad (22.3)$$

Получение нужного характера изображения при использовании плоско-вогнутых линз невозможно и поэтому в подобного рода объективах целесообразно систему, развивающую поле зрения, строить на основе нескольких отрицательных линз-менисков, работающих в режиме минимума угла отклонения главного луча, что также благоприятно сказывается на коррекции астигматизма и комы.

Схема объектива подобного рода с полем зрения $2\omega = 170^\circ$ и графики аберраций представлены на рис. 22.21.

Глава 23

КОМПОНОВКА ГИДРОСЪЕМОЧНЫХ ОБЪЕКТИВОВ

§ 115. Иллюминаторы

Переход от жидкой среды к воздушной может быть осуществлен через различные разграничивающие поверхности, главнейшими из которых являются сферические и плоские поверхности.

Переход через плоские поверхности связан с ростом угла выхода для наклонных пучков лучей в соответствии с законом преломления. Так, задаваясь величиной угла поля зрения в воде $2\omega_w = 90^\circ$, получаем после плоской разделяющей поверхности выходное поле зрения в воздухе равным $2\omega' = 141^\circ$; при этом характерным является возникновение значительной положительной дисторсии.

Рассматривая плоскую поверхность как телескопическую систему с увеличением Γ , равным показателю преломления жидкой

среды, и определяя относительную дисторсию такой телескопической системы как разность

$$\Delta = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\Gamma \operatorname{tg} \omega} - 1 = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{n \operatorname{tg} \omega} - 1 = \frac{\cos \omega}{\cos \omega'} - 1, \quad (23.1)$$

получаем для рассматриваемого случая величину относительной дисторсии

$$\Delta = 2,1215 - 1 = 1,1215 \approx 112\%.$$

Кроме того, плоская поверхность будет вносить значительный положительный хроматизм увеличения, величина которого в угловой мере может быть получена путем дифференцирования формулы закона преломления по показателю преломления

$$\cos \omega' d\omega' = \sin \omega dn, \quad (23.2)$$

откуда величина угла хроматического рассеяния

$$d\omega' = \frac{dn}{n} \operatorname{tg} \omega' \quad (23.3)$$

или, вводя числа Аббе,

$$d\omega' = \frac{n-1}{nv} \operatorname{tg} \omega'. \quad (23.4)$$

Находим для участка спектра от линии С до линии F при поле зрения в воде, равном 90° , численное значение

$$d\omega' \approx 0,012$$

— величину, большую полуградуса.

Эти три особенности существенно ограничивают возможности съемки в жидкой среде с использованием обычной фотографической оптики, которую можно применять лишь при небольших полях зрения в жидкой среде.

Однако плоская разграничивающая поверхность между жидкой и воздушной средами имеет свои положительные качества — для плоской поверхности раздела не требуется определенный фиксированный фотографический объектив, и, кроме того, плоская поверхность не создает оптической силы и не обладает монохроматическими аберрациями, нарушающими резкость изображения.

Вместе с тем, чтобы использовать плоскую поверхность раздела (плоские иллюминаторы) и получать при этом полноценное качество изображения, требуется создание либо переходных оптических систем, допускающих применение обычной фотографической оптики, либо создание специально разработанных гидросъемочных объективов, предназначенных для работы с плоскими иллюминаторами.

Переход от жидкой среды к воздушной может быть осуществлен также и через сферическую преломляющую поверхность; в этом случае выгодно располагать зрачок входа объектива, предназначенного для работы с таким иллюминатором, в центре сферической

преломляющей поверхности, обеспечивая тем самым отсутствие астигматизма, комы, дисторсии и хроматизма увеличения и сохраняя при этом величину углового поля зрения в жидкой и воздушной средах одинаковыми.

Все эти положительные качества сферических иллюминаторов весьма заманчивы; однако достигнуть их весьма трудно. Действительно, сферический иллюминатор требует фиксированного положения объектива и его перефокусировки, так как сферический иллюминатор обладает отрицательной оптической силой. При этом происходит также и некоторое понижение светосилы применяемого объектива, так как тогда он работает уже при некотором конечном расстоянии от изображения, созданного сферическим иллюминатором. Кроме того, сферический иллюминатор обладает положительной кривизной поля и хроматизмом положения, что препятствует непосредственному использованию широкоугольных объективов, разработанных для съемок в воздушной среде.

Оценим величину кривизны поля, вносимой сферическим иллюминатором при использовании объективов с 90° полем зрения.

На рис. 23.1 представлены сферическая поверхность радиуса r , разделяющая жидкую и воздушную среды, и расположенный за этой поверхностью объектив, совмещенный своим входным зрачком с центром рассматриваемой поверхности раздела.

Обозначим расстояние от переднего фокуса объектива до его входного зрачка через некоторую величину $z_{зр}$.

Из рисунка следует

$$R = -z_0 + z_{зр}, \quad (23.5)$$

где R — радиус кривизны поверхности изображения, образуемого поверхностью раздела жидкой и воздушной сред.

Этот радиус может быть определен как разность заднего фокусного расстояния поверхности раздела и ее радиуса кривизны

$$R = -f'_1 + r = \frac{nr}{n-1}. \quad (23.6)$$

Величину перефокусировки по центральной части поля зрения найдем по формуле Ньютона

$$z'_0 = -\frac{f'^2_0}{z_0} = \frac{f'^2_0}{\frac{nr}{n-1} - z_{зр}}, \quad (23.7)$$

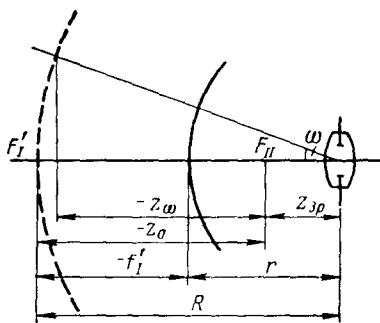


Рис. 23.1. Сферический иллюминатор

и аналогично величину перефокусировки для краевого участка поля с углом ω

$$z'_{\omega} = -\frac{f_0'^2}{z_{\omega}} = \frac{f_0'^2}{\frac{nr}{n-1} \cos \omega - z_{3p}}. \quad (23.8)$$

Разность величин этих перефокусировок определит кривизну поля, вносимую сферической поверхностью раздела,

$$z'_{\omega} - z'_0 = \left(\frac{1}{\frac{nr}{n-1} \cos \omega - z_{3p}} - \frac{1}{\frac{nr}{n-1} - z_{3p}} \right) f_0'^2, \quad (23.9)$$

или

$$z'_{\omega} - z'_0 = \frac{(1 - \cos \omega) \frac{n-1}{nr}}{\left(\cos \omega - z_{3p} \frac{n-1}{nr} \right) \left(1 - z_{3p} \frac{n-1}{nr} \right)} f_0'^2. \quad (23.10)$$

Полагая, что передний фокус объектива совмещен со сферической поверхностью раздела ($z_{3p} = r$) формулу (23.10) соответственно упростим

$$z'_{\omega} - z'_0 = \frac{n(n-1)(1 - \cos \omega) f_0'^2}{[1 - n(1 - \cos \omega)] r}. \quad (23.11)$$

Если, как это часто бывает, зрачок входа объектива совпадет с его передней главной плоскостью, т. е. когда $r = f_0'$, формула (23.11) упрощается еще более.

$$z'_{\omega} - z'_0 = \frac{n(n-1)(1 - \cos \omega)}{1 - n(1 - \cos \omega)} f_0'. \quad (23.12)$$

Приведем численный пример. Полагая полевой угол $\omega = 45^\circ$, фокусное расстояние $f_0' = 20,0$ мм и показатель преломления воды $n = 1,33304$, находим величину разности

$$z'_{\omega} - z'_0 = 4,4 \text{ мм},$$

выражающую собой кривизну поля, вносимую поверхностью раздела водной и воздушной сред.

Согласно формуле (23.11) кривизна поля уменьшается при увеличении радиуса кривизны иллюминатора. Однако при этом возникает необходимость соответственного увеличения диаметра сферического иллюминатора, что не всегда приемлемо.

Таким образом, и при наличии сферического иллюминатора необходима разработка специальных гидросъемочных объективов; однако подобные объективы смогут быть использованы лишь с теми сферическими иллюминаторами, для которых они были разработаны, тогда как гидросъемочные объективы, рассчитанные для работы с плоскими иллюминаторами, будут пригодны для любых плоских иллюминаторов, лишь бы они обеспечивали пропускание требуемого поля зрения.

Последнее обстоятельство является решающим при выборе основного направления для разработки гидросъемочных объективов.

§ 116. Гидросъемочные объективы, построенные из воздушных линз

Так как показатель преломления воды ближе к показателям преломления стекол, чем к показателю преломления воздуха, возникла идея создания объективов, для которых основной средой была бы не воздушная среда, а стекло. Действительно, переход от воды к стеклу значительно ближе, чем переход от воды к воздуху и будет связан, кроме того, не с увеличением выходного угла поля зрения, а с его уменьшением.

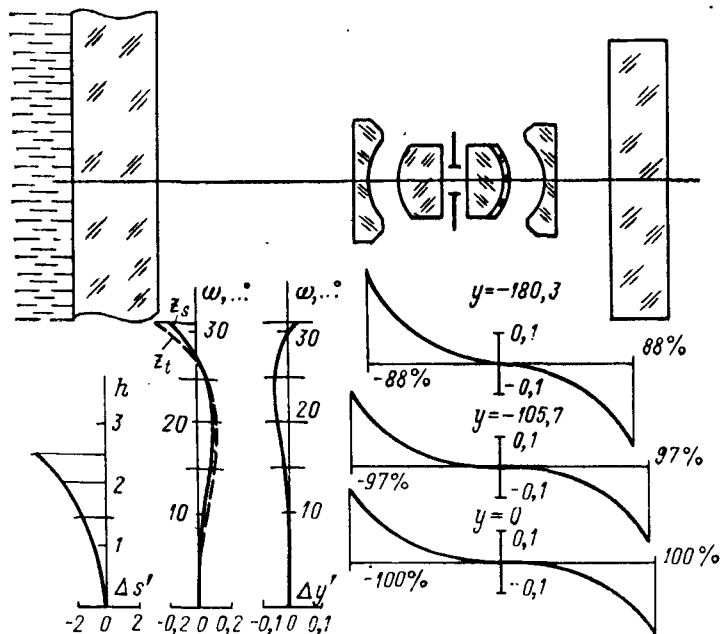


Рис. 23.2. Объектив «Гидроруссар-1»

Таким образом, принимая за основную среду стекло, можно использовать в качестве силовых элементов не стеклянные линзы, а воздушные базовые линзы. Применяя те же приемы, какие были положены в основу создания базовых систем из стеклянных линз, можно было бы последовательно рассмотреть различные базовые системы из воздушных линз.

Однако, не ставя задачи создания гидросъемочных объективов с большими полями зрения и высокой светосилой, воспользуемся симметричной системой из двух воздушных базовых линз, работающих с дальним положением входного зрачка. Схема такой системы может быть записана в виде

$$2Б \text{ (—ан II)}.$$

По этой схеме были построены гидросъемочные объективы «Гидроруссар-1» с полем зрения в воде $2\omega_w = 62^\circ$; $f' = 40,8$ и с относительным отверстием $1 : 10$.

Для устранения некоторой исходной отрицательной дисторсии, возникающей на плоскости раздела воды и стеклянной среды, в пространстве между объективом из воздушных линз и плоскостью изображения из массы стекла была вырезана воздушная плоскопараллельная пластинка, что внесло положительную дисторсию и позволило скомпенсировать отрицательную дисторсию от плоскости раздела, т. е. сделать весь объектив скорректированным на дисторсию.

В целях устранения хроматизма увеличения от плоскости раздела в одну из линз объектива был введен соответствующий хроматический радиус склейки.

Схема объектива «Гидроруссар-1» и графики его аберраций представлены на рис. 23.2. Этот объектив имеет плоскую переднюю поверхность.

§ 117. Гидросъемочные объективы с передними отрицательными линзами менискообразной формы

Компенсация положительной дисторсии, вносимой плоскостью раздела водной и воздушной среды, легко может быть достигнута путем использования плоско-вогнутой коррекционной линзы К (ок). При этом, однако, ввиду значительной отрицательной дисторсии таких линз получилось бы переисправление исходной дисторсии из положительной в отрицательную.

Поэтому, стремясь обеспечить более или менее точную компенсацию дисторсии плоскости раздела, вместо плоско-вогнутой линзы К (ок) целесообразно воспользоваться отрицательными менисками, работающими в минимуме дисторсии.

Такого рода отрицательные мениски позволяют при обеспечении компенсации дисторсии наиболее значительно уменьшать выходное поле зрения.

При соответственном выборе положения выходного зрачка подобные отрицательные мениски будут обладать более или менее исправленным астигматизмом и положительной кривизной поля. Это позволяет в качестве последующей системы — собственно объектива — использовать оптические системы с соответственной отрицательной кривизной поля зрения и возможностью варьирования астигматизма, комы, и других аберраций.

По такому принципу были построены гидросъемочные объективы со следующими характеристиками:

	f'	$2\omega_w$	$D:f'$
«Гидроруссар-2»	47,0	$81,5^\circ$	$1 : 10$
«Гидроруссар-3»	14,3	70°	$1 : 5$
«Гидроруссар-4»	95,6	68°	$1 : 10$

Схемы этих объективов с графиками их аберраций представлены на рис. 23.3, 23.4 и 23.5.

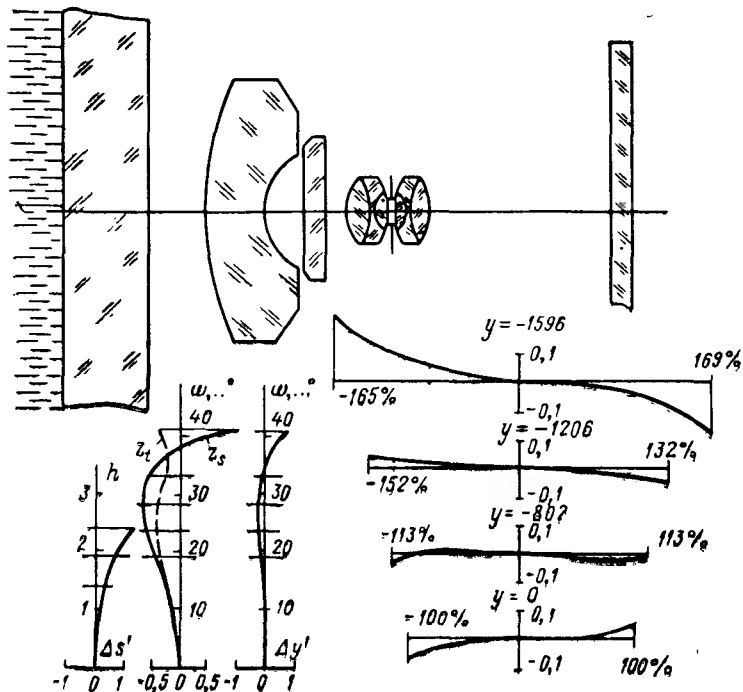


Рис. 23.3. Объектив «Гидроруссар-2»

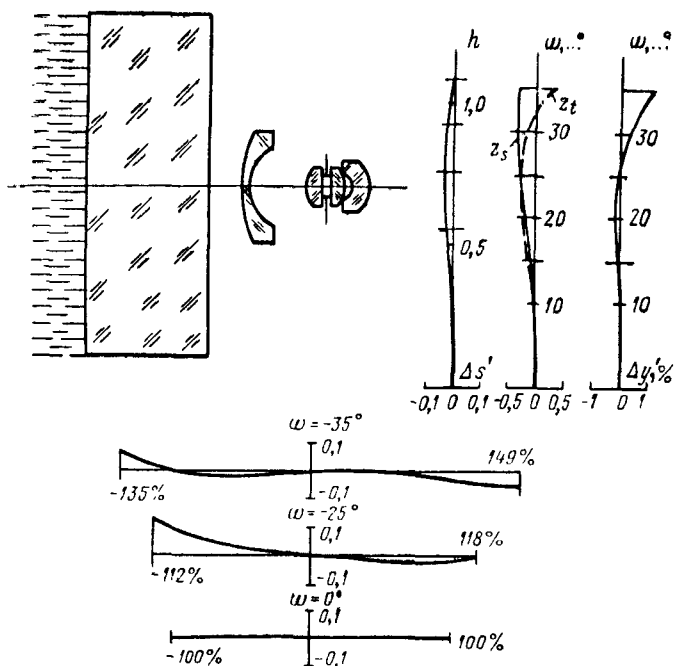


Рис. 23.4. Объектив «Гидроруссар-3»

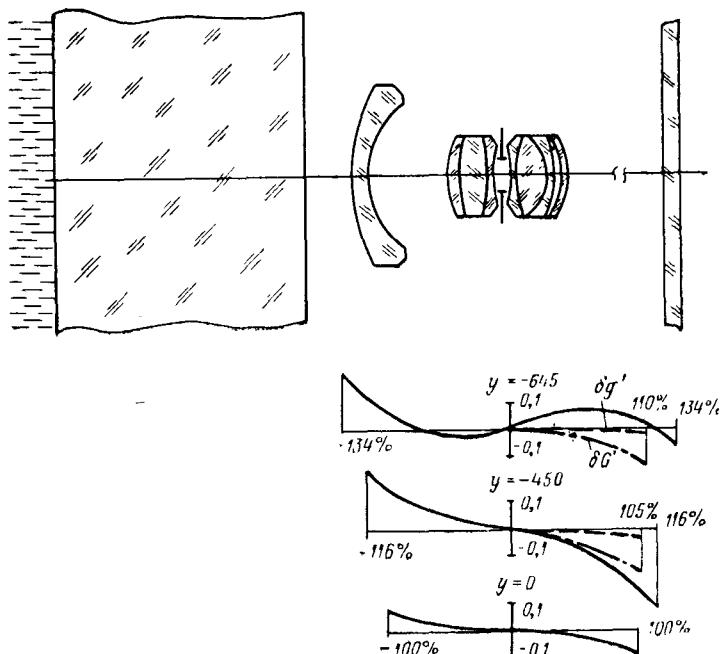


Рис. 23.5. Объектив «Гидроруссар-4»

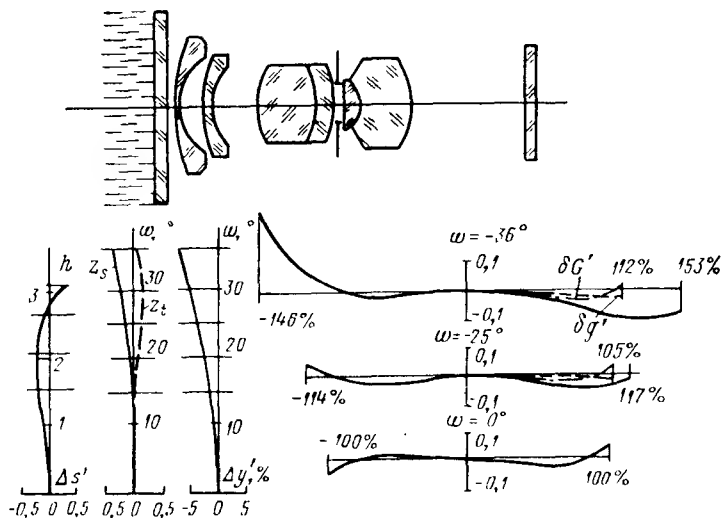


Рис. 23.6. Объектив «Гидроруссар-8»

Представляется возможным использовать не один, а два отрицательных мениска, расположенных друг за другом; это было осуществлено в объективе «Гидроруссар-8», схема и графики аберраций которого представлены на рис. 23.6.

§ 118. Гидросъемочные объективы с использованием изопланатических линз

Одной из особенностей работы в жидких средах, в частности в водной среде, является рассеивание света и снижение прозрачности; поэтому при более или менее значительных расстояниях до объекта съемки весьма важным становится вопрос об освещении объекта и получении нужной освещенности на изображении.

Кроме того, вследствие ограниченной дальности видения при работе в жидких средах требуются достаточно большие величины полей зрения (порядка $60-90^\circ$) для возможности съемки протяженных объектов.

Поэтому возникает необходимость создания гидросъемочных объективов с относительными отверстиями не менее $1:2$ и полями зрения от 60 до 90° , а также с высокой равномерностью светораспределения по полю зрения, достигающей до $70-80\%$ от освещенности в центре поля зрения.

Подобного рода требованиям не удовлетворяют современные объективы, разработанные для производства съемок в воздушной среде, в особенности в части обеспечения требования высокой равномерности светораспределения по полю зрения.

Для решения такой задачи потребовалось полностью изменить подход к разработке подобного рода объективов, что стало возможным лишь при создании оптических систем, построенных на использовании концентрических и апланатических поверхностей.

В этом отношении оказалось целесообразным использовать системы, созданные на основе базовой системы Б (ок) + Б (ак) с размещением перед ней телескопической системы, составленной из двух линз вида К (кк) + Б (ак).

Обе системы — базовая и телескопическая, — будучи свободными от астигматизма и комы, обладают отрицательной дисторсией, что позволяет осуществить компенсацию (но большей частью с переисправлением) положительной дисторсии, возникающей на плоскости раздела жидкой и воздушной сред.

Варьируя масштаб телескопической системы К (кк) + Б (ак), можно добиться компенсации отрицательной кривизны поля базовой системы Б (ок) + Б (ак); изменяя радиусы кривизны в концентрическом мениске К (кк), можно устранять и отрицательную сферическую аберрацию базовой системы.

Подобного рода системы могут быть зашифрованы в виде
$$во + К (кк) + Б (ак) + Б (ок) + Б (ак),$$

где во — поверхность раздела вода — плоскость.

Если от concentрической линзы отделить плоско-вогнутую линзу К (ок), то такая система будет иметь следующий шифр: во + К (ок) + К (кк) + Б (ак) + Б (ок) + Б (ак).

Для целей ахроматизации в линзах могут быть введены хроматические склейки.

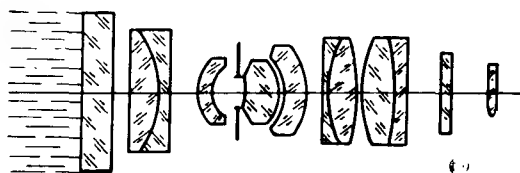


Рис. 23.7. Объектив «Гидроруссар-11»

Системы этого вида были осуществлены в объективах «Гидроруссар-11» и «Гидроруссар-12» (рис. 23.7 и 23.8), что и позволило решить задачу создания светосильных гидросъемочных объективов с относительными отверстиями 1 : 2, полями зрения $2\omega_w =$

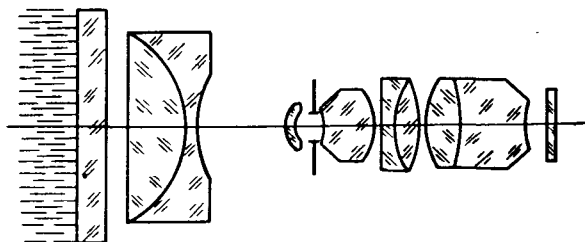


Рис. 23.8. Объектив «Гидроруссар-12»

$= 40-60^\circ$ и с высокой равномерностью светораспределения по полю зрения (освещенность на краю поля достигает 80% от освещенности в центре).

Объективам «Гидроруссар-11» и «Гидроруссар-12» свойственны значительные длина системы и отрицательная дисторсия.

§ 119. Гидросъемочные объективы с использованием эллиптических поверхностей

Кардинальное решение задачи создания широкоугольного и светосильного гидросъемочного объектива с высокой равномерностью освещенности по полю зрения и при исправленной дисторсии может быть обеспечено при использовании в них плоскоэллиптических линз с глубокой несферической поверхностью.

Сопоставляя работу плоскопараболической и плоскосферической линз в воздухе, можно увидеть, что первая линза, сохраняя анастигматичность, при определенной величине показателя преломления становится корригированной на дисторсию.

Вместе с тем для плоскосферической линзы наблюдаем отсутствие дисторсии при исправленном астигматизме в том случае, когда среда, расположенная с плоской стороны такой линзы, обладает показателем преломления, равным показателю преломления стекла самой линзы.

Таким образом, при переходе от параболической формы поверхности к сферической и при сохранении анастигматической и ортоскопической коррекции происходит изменение показателя преломления от единицы до величины показателя преломления стекла линзы. Поэтому если остановиться на каком-то промежуточном показателе преломления, например на показателе преломления воды, то для осуществления анастигматической и ортоскопической коррекции должен определиться промежуточный — эллиптический — профиль преломляющей поверхности.

Перейдем к определению этого профиля. На рис. 23.9 представлен ход главного луча через плоскоэллиптическую линзу, перед плоской поверхностью которой находится водная среда, а позади эллиптической поверхности — воздушная; показатели преломления обозначим через $n_1 = n$; $n_2 = n'$ и $n_3 = 1$.

Главный луч образует с осью линзы углы ω , ω' и ω'' и пересекает ось по выходе из линзы в точке F_2 геометрического фокуса эллиптической поверхности.

Расстояние от вершины эллиптической поверхности до фокальной плоскости, проходящей через задний фокус линзы F'_0 , обозначим через s''_0 ; положение геометрического фокуса F_2 определим отрезком s''_2 .

Величина реального изображения y'' , согласно рис. 23.9, определится по формуле

$$y'' = (s''_2 - s''_0) \operatorname{tg} \omega''; \quad (23.13)$$

величина неискаженного изображения будет равна

$$y''_0 = f_0 \operatorname{tg} \omega. \quad (23.14)$$

Заднее фокусное расстояние f'_0 может быть определено через величину радиуса r_0 в вершине линзы

$$f'_0 = s''_0 = -\frac{r_0}{n' - 1}; \quad (23.15)$$

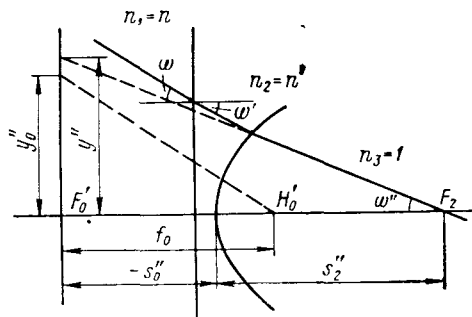


Рис. 23.9. Работа плоскоэллиптической линзы

переднее фокусное расстояние f_0 находим из выражения

$$f_0 = -nf'_0 = \frac{nr_0}{n' - 1}. \quad (23.16)$$

В соответствии с формулами (23.15) и (23.16) формулы (23.13) и (23.14) преобразуются:

$$y'' = \left(s''_2 + \frac{r_0}{n' - 1} \right) \operatorname{tg} \omega''; \quad y'_0 = \frac{nr_0}{n' - 1} \operatorname{tg} \omega. \quad (23.17)$$

Для устранения дисторсии величины y'' и y'_0 должны быть равны друг другу. Поэтому

$$\left(s''_2 + \frac{r_0}{n' - 1} \right) \operatorname{tg} \omega'' = \frac{nr_0}{n' - 1} \operatorname{tg} \omega, \quad (23.18)$$

откуда может быть определено отношение величин $s''_2 : r_0$

$$\frac{s''_2}{r_0} = \frac{n \operatorname{tg} \omega - \operatorname{tg} \omega''}{(n' - 1) \operatorname{tg} \omega''}. \quad (23.19)$$

Согласно формуле (14.78), отношение величин $s''_2 : r_0$ должно быть равно

$$\frac{s''_2}{r_0} = -\frac{1}{B} (1 + \sqrt{1 + B}), \quad (23.20)$$

что позволяет формулу (23.19) представить в виде

$$1 + \sqrt{1 + B} = -B \frac{n \operatorname{tg} \omega - \operatorname{tg} \omega''}{(n' - 1) \operatorname{tg} \omega''}. \quad (23.21)$$

Освобождаясь от иррациональности в этой формуле, получаем

$$1 = 2 \frac{n \operatorname{tg} \omega - \operatorname{tg} \omega''}{(n' - 1) \operatorname{tg} \omega''} + \left[\frac{n \operatorname{tg} \omega - \operatorname{tg} \omega''}{(n' - 1) \operatorname{tg} \omega''} \right]^2 B, \quad (23.22)$$

откуда

$$-B = 1 - \left[1 - \frac{(n' - 1) \operatorname{tg} \omega''}{n \operatorname{tg} \omega - \operatorname{tg} \omega''} \right]^2 = \frac{r_0}{a}, \quad (23.23)$$

где a — большая полуось эллипса.

Полагая угол ω заданным, определим угол ω'' . Согласно закону преломления, легко определяется угол ω'

$$\sin \omega' = \frac{n}{n'} \sin \omega. \quad (23.24)$$

Углы падения и преломления ε_2 и ε'_2 на второй эллиптической поверхности также связываются через закон преломления

$$\sin \varepsilon'_2 = n' \sin \varepsilon_2, \quad (23.25)$$

что позволяет, задавшись углом ε_2 , найти угол ε'_2 .

Тогда и угол ω'' определится согласно формуле

$$\omega'' = \omega' + \varepsilon'_2 - \varepsilon_2 \quad (23.26)$$

Приведем численный пример. Полагая $n_1 = n = 1,33304$ и $n_2 = n' = 1,6126$ (стекло марки ТК16) и задавая угол $\omega = 45^\circ$ в воде, находим

$$\omega' = 35^\circ 46' 04''.$$

Принимая затем угол $\varepsilon_2 = 15^\circ$, определим углы $\varepsilon'_2 = 24^\circ 40' 07''$ и $\omega'' = 26^\circ 05' 57''$.

После этого, в соответствии с формулой (23.23), находим

$$-B = 0,585161 = r_0/a.$$

Если $r_0 = 18,0$, получим: длина большой полуоси $a = 30,76079$; длина малой полуоси $b = 23,53072$; эксцентриситет $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 19,81241$ и отрезок до зрачка $s'_2 = 50,51320$.

Размещая после такой линзы concentрическую линзу или линзу с последней поверхностью, совмещенной с изображением, можно обеспечить при соответственном подборе ее оптической силы исправление кривизны поля; имея же в concentрической линзе нормальную склеенную concentрическую поверхность, представляется возможным исправить сферическую aberrацию.

Таким путем приходим к системе вида

$$К (оэ) + Б (к, снк, о),$$

строго скорригированной на астигматизм для всего поля зрения и исправленной на дисторсию и кривизну поля для определенного полевого угла.

Такая система будет скорригирована и на сферическую aberrацию; однако эллиптическая поверхность внесет в изображение некоторую кому.

Для размещения диафрагмы в подобной системе может быть образован воздушный промежуток за счет вырезания воздушной биапланатической линзы.

В этом случае схема гидросъемочного объектива с плоско-эллиптической линзой преобразуется и может быть записана в виде

$$К (оэ) + Б (к, снк, а) + Б (ао).$$

У одной из базовых линз вблизи материальной диафрагмы может быть отрезана тонкая линза, изменяя прогиб которой можно воздействовать на кому, не затрагивая при этом исправление астигматизма.

В таком виде приходим к схеме гидросъемочного объектива «Гидроруссар-6» с полем зрения в воде $2\omega_w = 90^\circ$ и с относительным отверстием 1 : 3 при соблюдении освещенности изображения на краю поля порядка 80% от освещенности в центре поля.

Схема объектива «Гидроруссар-6» и графики его aberrаций представлены на рис. 23.10.

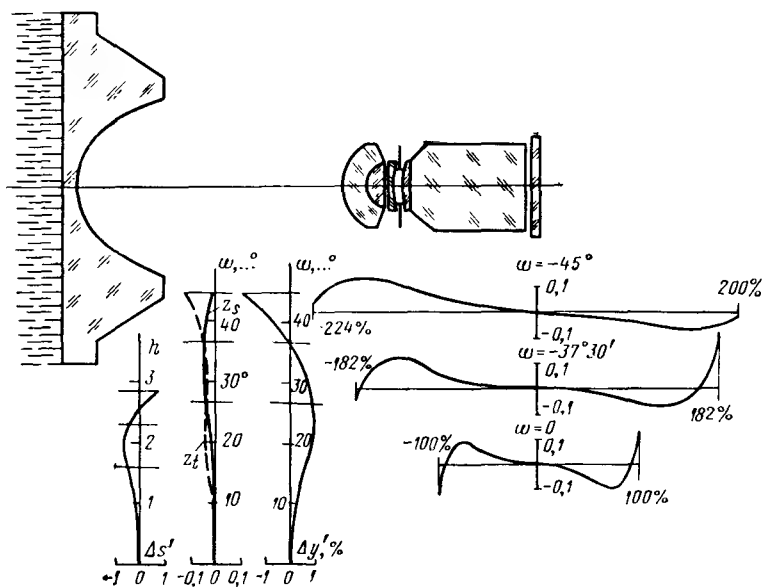


Рис. 23.10. Объектив «Гидроруссар-6»

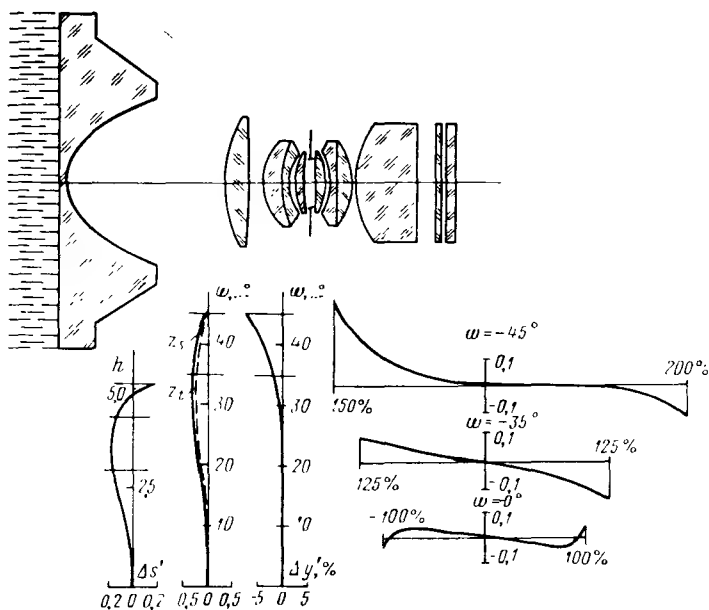


Рис. 23.11. Объектив «Гидроруссар-7»

Следует обратить внимание на то, что, несмотря на значительную величину относительного отверстия в объективе «Гидроруссар-6», оптическая сила создается лишь одной сферической поверхностью — наружной поверхностью первого базового компонента.

Поэтому совершенно естественным явилось стремление перейти к усложненному силовому компоненту, построенному из двух или трех силовых элементов — обычному объективу типа плазмат с добавлением силовой линзы Б (ао).

Подобная линза, будучи положительной, вносит отрицательную кривизну поля, при помощи которой может быть частично скомпенсирована положительная кривизна плоскоэллиптической линзы.

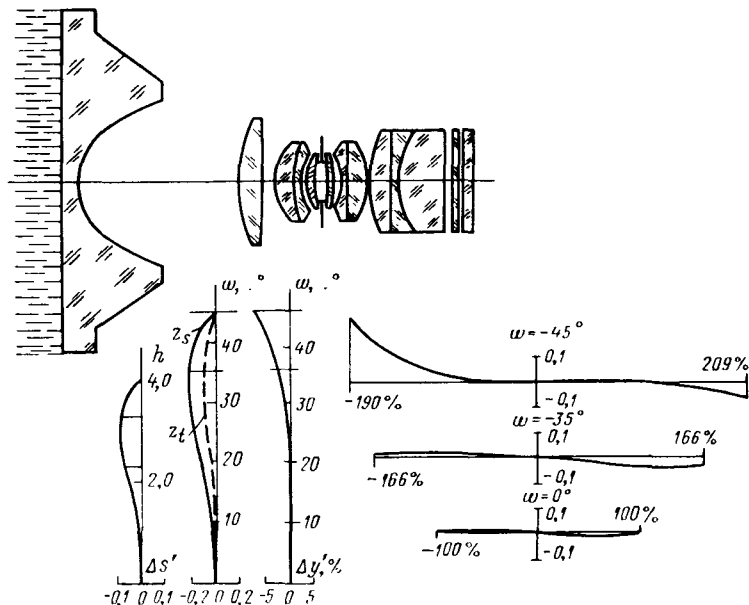


Рис. 23.12. Объектив «Гидроруссар-9»

Кроме того, после плоскоэллиптической линзы может быть введена линза Б (ко), составляющая вместе с ней телескопическую систему.

В этом случае приходим к гидросъемочным объективам вида

$$K (o\bar{z}) + B (ko) + O (\text{плазмат}) + B (ao),$$

осуществленным под названиями «Гидроруссар-7» и «Гидроруссар-9».

Эти два объектива, так же как и объектив «Гидроруссар-6», имеют поле зрения в воде $2\omega_w = 90^\circ$, но их относительные отверстия повышены до 1:2 и 1:1,5 соответственно; светораспределение

обеспечивает освещенность на краю поля порядка 80% от освещенности в центре поля.

Схемы объективов «Гидроруссар-7» и «Гидроруссар-9» с графиками их аберраций представлены на рис. 23.11 и 23.12.

§ 120. Телеконцентрические переходные системы

Для использования с плоскими иллюминаторами обычных фотографических объективов, предназначенных для работы в воздушной среде, можно прибегнуть к созданию переходных телескопических систем галилеевского типа, работающих в обратном ходе и уменьшающих поэтому выходное поле зрения.

Однако обычные галилеевские системы неизбежно внесут положительную кривизну поля, что и будет ограничивать возможности переходных систем подобного рода.

Вместе с тем можно избежать возникновения кривизны поля, если воспользоваться для этой цели телеконцентрическими системами. Одна из систем подобного рода была рассмотрена в случае исправления кривизны поля у плоско-выпуклой линзы Б (ок), превращенной в телескопическую систему вида

Б (ок) + К (кк).

Подобная телеконцентрическая система представлена на рис. 23.13; она обладает угловым увеличением, обратным показателю преломления положительной базовой линзы,

$$\Gamma_T = W_T = 1/n'. \quad (23.27)$$

С учетом перехода из воды в воздух, получим угловое увеличение

$$\Gamma = W' - W_W W_T = n/n' \quad (23.28)$$

Величина дисторсии в этом случае будет равна

$$\Delta = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\Gamma \operatorname{tg} \omega} - 1 = \frac{\cos \omega}{\cos \omega'} - 1. \quad (23.29)$$

Полагая угол $\omega = 45^\circ$ и показатели преломления воды и стекла марки К8 равными $n = 1,33304$ и $n' = 1,5163$,

$$\Delta_{\omega=45^\circ} = -0,09706 \approx -9,7\%.$$

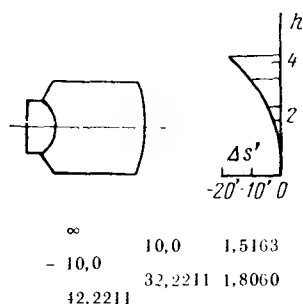


Рис. 23.13. Телеконцентрическая линза

Хроматизм увеличения подобной телеконцентрической системы определится аналогично формуле (23.3)

$$d\omega'' = d\omega' = \left(\frac{dn}{n} - \frac{dn'}{n'} \right) \operatorname{tg} \omega' \quad (23.30)$$

и, переходя к числам Аббе,

$$d\omega'' = d\omega' = \left(\frac{n-1}{nv} - \frac{n'-1}{n'v'} \right) \operatorname{tg} \omega', \quad (23.31)$$

откуда нетрудно получить и условие устранения хроматизма увеличения

$$\frac{n-1}{nv} = \frac{n'-1}{n'v'}. \quad (23.32)$$

Существующий ассортимент марок оптического стекла позволяет подобрать такие стекла, при которых условие устранения хроматизма увеличения будет удовлетворяться. Такими марками стекол, например, будут ТК16 и КФ1.

Однако подобная телеконцентрическая система неудобна по двум причинам — она может быть использована лишь в совокупности с объективами с вынесенным вперед зрачком входа (которые еще не получили широкого распространения) и будет вносить отрицательную дисторсию, которая суммируется с отрицательной дисторсией последующего объектива.

Тем не менее практическое использование телеконцентрических систем для перехода от жидкой среды к воздушной возможно, если такие системы строить по схеме

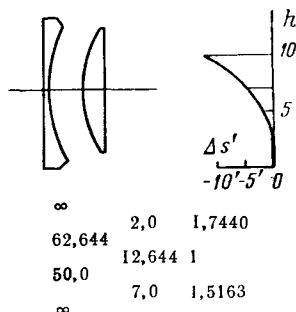


Рис. 23.14. Телеконцентрическая система

К (ок) ; Б (ко),

используя различные показатели преломления. На рис. 23.14 представлена подобная телеконцентрическая система. Из условия концентричности следует

$$r_2 = r_3 + d_2, \quad (23.33)$$

а из условия телескопичности

$$-s_3 = -s'_2 + d_2 \quad (23.34)$$

Исключая из формул (23.33) и (23.34) толщину d_2 , получаем

$$r_2 - r_3 = d_2 = s'_2 - s_3. \quad (23.35)$$

Радиусы могут быть выражены через отрезки и показатели преломления

$$r_2 = -(n_2 - 1) s_2' \text{ и } r_3 = -(n_4 - 1) s_3, \quad (23.36)$$

что позволяет формулу (23.35) представить в виде

$$-(n_2 - 1) s_2' - s_2' = -(n_4 - 1) s_3 - s_3, \quad (23.37)$$

откуда

$$n_2 s_2' = n_4 s_3. \quad (23.38)$$

Отношение отрезков s_2'/s_3 определяет собой угловое увеличение подобной телеконцентрической системы

$$\Gamma_T = s_2'/s_3 = n_4/n_2. \quad (23.39)$$

Полагая видимое увеличение плоскости раздела водной и воздушной сред $\Gamma_W = n_W$ и ставя задачу получения эквивалентного

увеличения Γ равным единице, находим

$$\Gamma = \Gamma_W \Gamma_T = 1 = n_W n_4 / n_2, \quad (23.40)$$

откуда может быть определено

$$n_2 = n_4 n_W. \quad (23.41)$$

В частном случае, принимая $n_4 = 1,4704$ (стекло марки ЛК6), находим величину показателя преломления

$$n_2 = 1,4704 \cdot 1,33304 = 1,9601,$$

которая с трудом укладывается в существующий ассортимент оптического стекла.

Возможно осуществить двоянную телеконцентрическую систему. Тогда

$$\Gamma = \Gamma_W \Gamma_T^2 = 1 = (n_4 n_2)^2 n_W, \quad (23.42)$$

откуда

$$n_2 = n_4 \sqrt{n_W} \quad (23.43)$$

Так как показатель преломления воды $n_W = 1,33304$, то $n_2 = 1,1535 n_4$, что может быть удовлетворено достаточно легко.

Как уже видели, телеконцентрические линзы могут обладать значительной дисторсией; однако в случае соблюдения условий (23.40) и (23.42) происходит полная взаимная компенсация дисторсии плоскости раздела водной и воздушной сред и дисторсии телеконцентрической системы. В результате этого получим строгое устранение дисторсии по всему полю зрения.

Существенно, что тогда поле зрения в воде станет равным выходному полю зрения в воздухе.

Задаваясь определенным углом главного луча с осью системы в водной среде и обращая внимание, что излом главного луча

будет происходить лишь на плоских поверхностях, разделяющих первую и вторую, третью и четвертую, пятую и шестую среды, можно написать, опуская воздушные промежутки,

$$n_1 \sin \omega_1 = n_2 \sin \omega_2; \quad n_3 \sin \omega_2 = n_4 \sin \omega_4; \quad n_5 \sin \omega_4 = \sin \omega_6 = \sin \omega_1, \quad (23.44)$$

откуда следует

$$\frac{n_1 n_3 n_5}{n_2 n_4} \sin \omega_1 = \sin \omega_6. \quad (23.45)$$

Входной полевой угол будет оставаться постоянным. Поэтому, дифференцируя логарифмически формулу (23.45), находим

$$\frac{d\omega_6}{\operatorname{tg} \omega_6} = \frac{dn_1}{n_1} + \frac{dn_3}{n_3} + \frac{dn_5}{n_5} - \frac{dn_2}{n_2} - \frac{dn_4}{n_4} \quad (23.46)$$

или, переходя к числам Аббе,

$$d\omega_6 = \left(\frac{n_1 - 1}{n_1 v_1} - \frac{n_2 - 1}{n_2 v_2} + \frac{n_3 - 1}{n_3 v_3} - \frac{n_4 - 1}{n_4 v_4} + \frac{n_5 - 1}{n_5 v_5} \right) \operatorname{tg} \omega_6. \quad (23.47)$$

Приравнявая хроматизм увеличения нулю, получим

$$\frac{n_1 - 1}{n_1 v_1} + \frac{n_3 - 1}{n_3 v_3} + \frac{n_5 - 1}{n_5 v_5} = \frac{n_2 - 1}{n_2 v_2} + \frac{n_4 - 1}{n_4 v_4}. \quad (23.48)$$

Из формулы (23.45) можно определить и зависимость между показателями преломления, обеспечивающую равенство увеличения Γ единице,

$$n_1 n_3 n_5 = n_2 n_4. \quad (23.49)$$

Напомним, что сочетание любого объектива с телеконцентрической переходной системой не сможет изменить его собственных свойств — улучшить светораспределение и т. п.

Глава 24

КОМПОНОВКА ОБЪЕКТИВОВ РАЗЛИЧНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

§ 121. Компоновка телеобъективов

Телеобъективы предназначены для уменьшения длины системы — расстояния от первой линзы до плоскости изображения по отношению к ее фокусному расстоянию.

Конструктивной схемой телеобъектива является система из двух силовых компонентов — положительного и отрицательного,

разделенных значительным воздушным промежутком. В качестве таких силовых компонентов могут быть использованы системы, составленные из тонких линз, близко расположенных друг к другу.

Длина подобной системы L , согласно рис. 24.1, будет равна сумме воздушного промежутка d и последнего отрезка s'_{II}

$$L = d + s'_{II}. \quad (24.1)$$

Пользуясь формулами (2.21) и (2.23), можно написать:

$$\alpha_{II} = h_I \Phi_I; \quad h_{II} = h_I - \alpha_{II} d; \quad \alpha_{III} = \alpha_{II} + h_{II} \Phi_{II}. \quad (24.2)$$

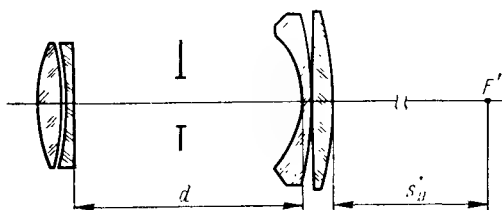


Рис. 24.1. Телеобъектив

Фокусное расстояние системы и ее последний отрезок будут равны:

$$f' = \frac{h_I}{\alpha_{III}}; \quad s'_{II} = \frac{h_{II}}{\alpha_{III}}, \quad (24.3)$$

откуда находим отношение отрезка s'_{II} к фокусному расстоянию

$$\frac{s'_{II}}{f'} = \frac{h_{II}}{h_I} = \frac{h_I - \alpha_{II} d}{h_I} = 1 - \frac{\alpha_{II} d}{h_I} = 1 - \Phi_I d. \quad (24.4)$$

Определим длину системы

$$L = d + s'_{II} = d + (1 - \Phi_I d) f', \quad (24.5)$$

откуда

$$L/f' = \Phi d + 1 - \Phi_I d = 1 + (\Phi - \Phi_I) d. \quad (24.6)$$

Для устранения кривизны поля необходимо удовлетворить условию Петцваля

$$\Phi_I + \Phi_{II} = 0, \quad (24.7)$$

что позволяет выразить силу Φ всего объектива в виде

$$\Phi = \Phi_I + \Phi_{II} - \Phi_I \Phi_{II} d = \Phi_I^2 d. \quad (24.8)$$

В этом случае формула (24.6) преобразуется

$$\frac{L}{f'} = 1 - \frac{\Phi}{\Phi_1} + \frac{\Phi^2}{\Phi_1^2} \quad (24.9)$$

или, переходя к фокусным расстояниям,

$$\frac{L}{f'} = 1 - \frac{f'_1}{f'} + \frac{f'^2_1}{f'^2}. \quad (24.10)$$

Найдем минимум отношения L/f' . Дифференцируя формулу (24.10), получаем

$$\frac{1}{f'} \frac{dL}{df'} = 0 - \frac{1}{f'} + \frac{2f'_1 \min}{f'^2}, \quad (24.11)$$

откуда

$$2f'_1 \min = f'. \quad (24.12)$$

В этом случае величина отношения будет равна

$$\frac{L_{\min}}{f'} = 1 - \frac{f'}{2f'} + \frac{f'^2}{4f'^2} = 0,75. \quad (24.13)$$

Рассмотрим некоторые коррекционные возможности телеобъективов. Система телеобъектива в целом должна быть скорректирована в первую очередь на сферическую абберацию, кому, астигматизм и кривизну поля; исправление дисторсии в телеобъективах является частной задачей, поэтому на ней останавливаться сейчас не будем.

Для исправления кривизны поля, как отмечено выше, приняли равенство сил $\Phi_I = -\Phi_{II}$ (полагая, что показатели преломления линз близки друг к другу, и поэтому их можно не учитывать).

Тонкий компонент легко может быть скорректирован на сферическую абберацию и кому; тогда его астигматизм становится постоянным и определяется лишь величиной полевого угла и силой тонкого компонента, а также не зависит от положения зрачка входа.

Таким образом, можно записать, исходя из случая совмещения первого тонкого компонента со зрачком входа,

$$\frac{\cos^2 \omega_1}{t'_{1F}} = \frac{1}{s'_{1F}} = \Phi_{sI}, \quad (24.14)$$

так как для предмета, расположенного в бесконечности, отрезки $s_I = t_I = \infty$.

В случае, если первый компонент был скорректирован на сферическую абберацию и кому, величина его астигматизма

$$t'_{1F} - s'_{1F} = s'_{1F} \cos^2 \omega_1 - s'_{1F} = -s'_{1F} \sin^2 \omega_1 \quad (24.15)$$

должна сохраняться постоянной и для другого хода главного луча, например для случая, когда главный луч будет проходить через центр второго компонента.

Полагая, что для всего объектива астигматизм будет исправлен, можно принять $s'_{II} = t'_{II}$.

Тогда, если выходной зрачок будет совмещен со вторым компонентом, можно написать

$$\frac{\cos^2 \omega_{II}}{t'_{II}} - \frac{\cos^2 \omega_{II}}{t_{II}} = \frac{1}{s'_{II}} - \frac{1}{s_{II}} = \Phi_{sII}, \quad (24.16)$$

откуда

$$\frac{1}{t_{II}} - \frac{1}{s_{II}} = \Phi_{sII} - \frac{\Phi_{sII}}{\cos^2 \omega_{II}} = \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \omega_{II}}\right) \Phi_{sII} \quad (24.17)$$

или

$$\frac{t_{II} - s_{II}}{t_{II}s_{II}} = - \frac{\sin^2 \omega_{II}}{\cos^2 \omega_{II}} \Phi_{sII} = - \frac{\sin^2 \omega_{II}}{s'_{IF} \cos^2 \omega_{II}}. \quad (24.18)$$

Но астигматическая разность $t_{II} - s_{II}$ должна быть равна разности $t'_{IF} - s'_{IF}$. Поэтому

$$\frac{t_{II} - s_{II}}{t_{II}s_{II}} = \frac{t'_{IF} - s'_{IF}}{t_{II}s_{II}} = - \frac{s'_{IF} \sin^2 \omega_I}{t_{II}s_{II}} = - \frac{\sin^2 \omega_{II}}{s'_{IF} \cos^2 \omega_{II}} \quad (24.19)$$

или

$$\frac{s'^2_{IF}}{s_{II}t_{II}} = \frac{\sin^2 \omega_{II}}{\sin^2 \omega_I \cos^2 \omega_{II}} = \frac{\operatorname{tg}^2 \omega_{II}}{\operatorname{tg}^2 \omega_I - \cos^2 \omega_I}. \quad (24.20)$$

Отношение $\operatorname{tg} \omega_{II} / \operatorname{tg} \omega_I$ можно рассматривать как угловое увеличение W для выходного зрачка, совпадающего с тонким вторым компонентом. Таким образом,

$$\frac{s'^2_{IF}}{s_{II}t_{II}} = \frac{W^2}{\cos^2 \omega_I} = \frac{W^2_I}{\cos^2 \omega_I}, \quad (24.21)$$

так как угловое увеличение самого второго компонента должно быть равно единице.

По отношению к первому компоненту отрезок s_{II} является отрезком z'_I от заднего фокуса первого компонента; рассматривая отрезок s'_{IF} как фокусное расстояние, можно отношение s'_{IF}/s_{II} представить как угловое увеличение W_I .

При небольших полях зрения отрезки s_{II} и t_{II} будут мало отличаться друг от друга, а величину косинуса угла ω_I можно принять равной единице. При этом формула (24.21) переходит в тождество.

Таким образом, приходим к весьма простому выводу, что у телеобъектива из двух тонких компонентов при соблюдении условия Петцваля и самостоятельной коррекции первого компонента (а следовательно, и второго) на сферическую aberrацию и кому будет исправлен астигматизм для всего объектива в целом.

Заметим, что раздельное самостоятельное устранение хроматизма положения у обоих компонентов также приводит к устранению у всего объектива и хроматизма положения, и хроматизма увеличения.

§122. Длиннофокусные объективы

Сокращение длины системы у телеобъективов вызывает рост относительного отверстия первого компонента и увеличение его аберраций при переносе изображения с помощью второго компонента (для поперечных аберраций — пропорционально первой степени

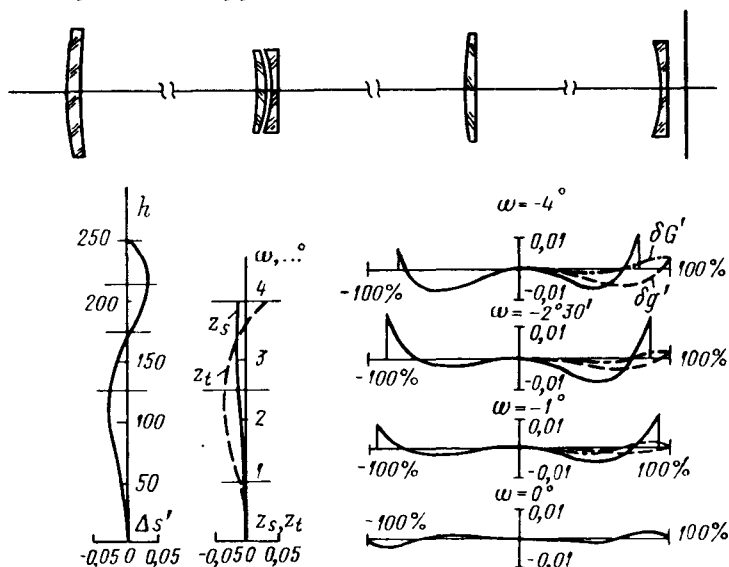


Рис. 24.2. Длиннофокусный объектив «Руссар-77»

увеличения второго компонента и для продольных аберраций — пропорционально его второй степени).

В результате этого у телеобъективов происходит значительное ухудшение качества изображения, что делает в ряде случаев использование схемы телеобъектива не рациональным.

Так, при создании высококачественных длиннофокусных объективов приходится отказываться от схемы телеобъектива и применять оптические схемы, обладающие наиболее благоприятными условиями для исправления аберраций, главным образом, сферической, сферохроматической аберраций и величины вторичного спектра, обеспечивая при этом достаточно хорошее исправление и полевых аберраций (астигматизма, комы и кривизны поля).

Одной из таких схем для длиннофокусных объективов может служить схема, построенная на основе базовой концентрической

линзы, у которой часть стекла заменяется воздушной биапланатической линзой, с добавлением для устранения кривизны поля близфокальной линзы.

Подобная система с включением в нее афокального компенсатора для исправления сферической аберрации и хроматизма положения может быть зашифрована в виде

$$B(ka) + A + B(ak) + K(bo),$$

где символом А обозначен афокальный компенсатор из двух тонких близко расположенных линз.

Схема подобного объектива, известного под названием «Руссар-77», и графики его аберраций представлены на рис. 24.2.

В качестве второй схемы можно воспользоваться системой телеобъектива из двух тонких компонентов с самостоятельным исправлением сферической аберрации и комы у каждого из компонентов, но при близком расположении второго относительно изображения и при небольшом отличии углового увеличения от единицы.

§ 123. Репродукционные ортоскопические объективы

Обычные фотографические объективы предназначены для работы с объектами съемки, удаленными от объектива на расстояния, равные нескольким десяткам его фокусных расстояний; в подобных случаях при изменении положения предмета ход лучей через объектив изменяется сравнительно мало, что делает почти неощутимым происходящее при этом изменение аберраций.

При работе репродукционного объектива положения предмета и его изображения измеряются единицами фокусных расстояний, что может приводить при изменении положения предмета к значительному изменению аберраций, не учитывая которое становится уже невозможным.

Использование репродукционных объективов большей частью связано с производством того или иного вида измерений; для обеспечения высокой точности измерений следует, по возможности, добиваться устранения дисторсии репродукционного объектива, что усложняется еще и тем, что работа подобных объективов может протекать в достаточно широком диапазоне изменения увеличения.

Разбирая вопрос о работе симметричных объективов, было установлено, что при устранении аберрации в зрачках происходит автоматическое устранение дисторсии при произвольных увеличениях; кроме того, устранение аберрации в зрачках обеспечивает стабильность анастигматической коррекции.

Поэтому при использовании для целей репродукции объективов симметричных типов в первую очередь следует позаботиться о возможности устранения у них аберрации в зрачках.

В § 102 были рассмотрены схемы четырехлинзовых симметричных систем следующих типов

$$2 [Б (т, м) + К (т, м)]; \quad 2 [К (т, м) + Б (т, м)] \text{ и} \\ 2 [К (т, д) + Б (т, д)].$$

Первая из этих трех схем обладала рядом положительных свойств — возможностью развития большого поля зрения при улучшенном светораспределении и хорошем исправлении полевых aberrаций; однако этой схеме присуща значительная положительная сферическая aberrация в зрачках, что неблагоприятно влияет на изменение дисторсии и астигматизма при изменении увеличения.

Вторая схема объективов типа Гаусса обладает небольшой отрицательной aberrацией в зрачках, устранение которой может быть легко осуществлено за счет введения до и после объектива плоскопараллельных пластинок соответственной толщины. Объективы, построенные по этой схеме, обладают хорошими возможностями исправления полевых aberrаций и поэтому могут быть рекомендованы для использования их в качестве репродукционных объективов.

Дополнительные плоскопараллельные пластинки с введенными в них хроматическими склеенными поверхностями облегчают исправление хроматизма положения.

Объективы подобной конструкции могут быть зашифрованы в виде

$$2 [К (т, м) + Б (т, м) + П (хс)].$$

Схема такого объектива и графики его aberrаций представлены на рис. 24.3.

Третий шифр соответствует, как отмечалось ранее, объективам «Догмар» (или «Целор»), которые в данном случае не представляют интереса.

Рассматривая кому симметричного объектива, видели, что отступление от увеличения, равного минус единице, приводит к возникновению комы, величина которой не зависит от конструкции объектива и определяется лишь величиной его поля зрения и увеличением,

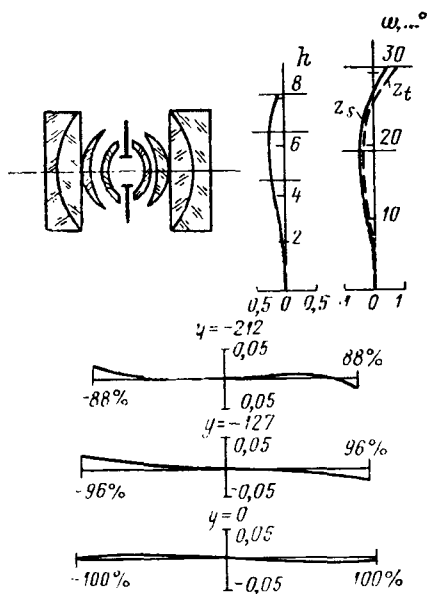


Рис. 24.3. Репродукционный объектив

Ранее была получена универсальная формула для симметричных систем

$$R'_A - R_A V_A^3 = (1 - V_A)^2 (1 + V_A) R'_F \quad (24.22)$$

и для пропорциональных систем

$$R'_A - R_A V_A^3 = (1 - V_A)^2 (R'_F - V_A R_F). \quad (24.23)$$

Для симметричных систем величина радиуса R'_F может быть выражена через величину изображения y'_F в фокальной плоскости по следующей приближенной формуле, которую приводим без вывода:

$$R'_F = - \frac{3y'_F}{2 \cos \omega'}. \quad (24.24)$$

Тогда формула (24.22) преобразуется

$$R'_A - R_A V_A^3 = - (1 - V_A)^2 (1 + V_A) \frac{3y'_F}{\cos \omega'}. \quad (24.25)$$

Для пропорциональной системы, скорректированной на кому для какого-то увеличения V_0 , величины R_F и R'_F могут быть связаны друг с другом через это увеличение. Так, обращаясь к формуле (24.23), находим

$$0 = (1 - V_0)^2 (R'_F - V_0 R_F), \quad (24.26)$$

откуда

$$R'_F = V_0 R_F. \quad (24.27)$$

Из приведенной выше формулы (24.25) следует, что развитие углового поля зрения в репродукционных объективах неблагоприятно сказывается на величине комы, возникающей за счет изменения увеличения, так как радиус комы возрастает при росте полевого угла.

Переходя к рассмотрению поперечной комы в плоскости, перпендикулярной оси объектива, видим, что ее рост будет протекать обратно пропорционально квадрату косинуса полевого угла.

Заметим, что в репродукционных объективах, работающих с увеличениями, близкими к единице, можно было бы избежать большого изменения комы при изменении увеличения. Такие объективы должны строиться на основе систем симметричного типа с уменьшенным промежуточным изображением, расположенным в плоскости симметрии, и телецентрическим ходом лучей в пространстве между обеими половинками такой системы. При этом изменение увеличения достигается за счет изменения расстояния между половинками системы. К сожалению, систем подобного рода пока еще не имеется.

§ 124. Репродукционные телескопические системы постоянного увеличения

Особенностями репродукционных телескопических систем являются постоянство всех увеличений независимо от расположения предмета и телецентричность хода главных лучей в предметном пространстве и в пространстве изображений при расположении апертурной диафрагмы в совмещенных фокусах объективной и окулярной части.

Среди таких систем особый интерес представляют системы, работающие при увеличении, равном минус единице. Подобного рода системы могут быть использованы и как фотографические (или проекционные), и как оборачивающие системы в различных оптических приборах.

Так как при их компоновке в основном используются симметричные системы, то половинка такой системы должна строиться на основе системы с вынесенным вперед зрачком и телецентричным ходом лучей в пространстве изображений.

При этом в подобных системах нет надобности решать задачу исправления комы и дисторсии.

Наиболее простой базовой половинкой подобного рода может служить система вида

$$Б (ок) + Б (ак),$$

обладающая вынесенным вперед зрачком входа и близким к телецентричности или даже просто телецентричным ходом главных лучей в пространстве изображения.

Дополняя подобную половинку каким-либо коррекционным элементом для исправления кривизны поля, не нарушающим телецентричность хода лучей после базовых линз, приходим к прототипам репродукционных телескопических систем с перестройкой первой плоской поверхности на апланатическую

$$2 [К (кк) + Б (ак) + Б (ак)] \text{ или } 2 [К (та II) + Б (ак) + Б (ак)].$$

Усложненная схема одной из таких систем представлена на рис. 24.4.

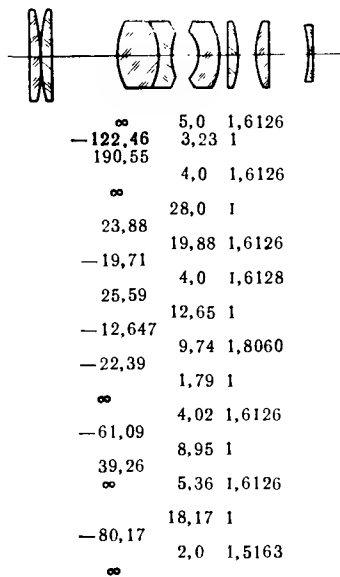


Рис. 24.4. Репродукционная система

Еще одной разновидностью телескопической репродукционной системы является зеркально-линзовая телеконцентрическая система, которая может быть зашифрована в виде

$$K(kk) + B(k, z) + B(k, z) + B(k, z) + K(kk),$$

схема которой представлена на рис. 24.5.

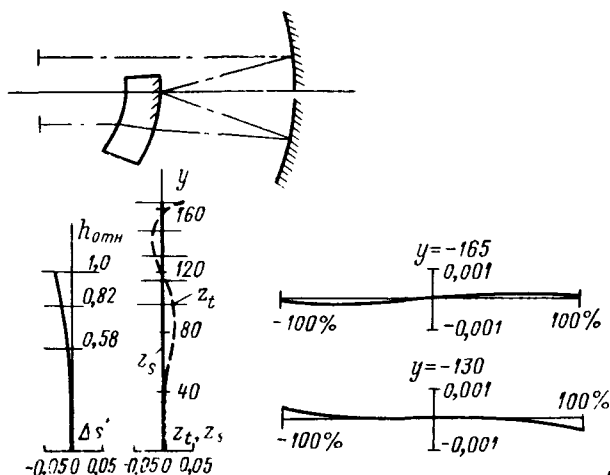


Рис. 24.5. Зеркально-линзовая телескопическая репродукционная система

В подобной системе первый и последний коррекционные элементы могут быть объединены друг с другом и расположены с любой стороны базовых зеркальных элементов.

Небезынтересно, что в сагиттальной плоскости эта система строго свободна от всех аберраций, а аберрации ее в меридиональной плоскости могут быть весьма хорошо скорректированы.

Такая зеркально-линзовая система строго исправлена на хроматизм увеличения по всему полю зрения и в очень широком диапазоне по спектру свободна от хроматизма положения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев Л. Н., Панов В. А. Оптика микроскопов. Л., Машиностроение, 1976. 430 с.
2. Бегунов Б. Н. Геометрическая оптика. МГУ, 1961. 261 с.
3. Берек М. О. Основы практической оптики. М. — Л., ГТТИ, 1933. 129 с.
4. Волосов Д. С. Методы расчета сложных фотографических объективов. М., ОГИЗ, 1948. 396 с.
5. Волосов Д. С. Фотографическая оптика. М., Искусство, 1971. 671 с.
6. Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. М., Изд-во иностр. лит., 1962. 487 с.
7. Губель Н. Н. Аберрации децентрированных оптических систем. Л., Машиностроение, 1975. 272 с.
8. Лазарев Л. П. Инфракрасные и световые приборы. М., Машиностроение, 1976. 567 с.
9. Максудов Д. Д. Астрономическая оптика. М. — Л., ОГИЗ, 1946. 268 с.
10. Марешаль А., Фраисон М. Структура оптического изображения. М., Мир, 1964. 295 с.
11. Мартин Л. Техническая оптика. М., ГИФМЛ, 1960. 424 с.
12. Михельсон Н. Н. Оптические телескопы. М., Наука, 1976. 510 с.
13. Русинов М. М. Габаритные расчеты оптических систем. М., Госгеолтехиздат, 1963. 400 с.
14. Русинов М. М. Техническая оптика. М. — Л., Машгиз, 1961. 328 с.
15. Русинов М. М. Несферические поверхности в оптике. М., Недра, 1973. 295 с.
16. Русинов М. М. Фотограмметрическая оптика. М., Геодезиздат, 1962. 215 с.
17. Слюсарев Г. Г. Геометрическая оптика. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1946. 332 с.
18. Слюсарев Г. Г. Методы расчета оптических систем. Л., Машиностроение, 1969. 670 с.
19. Слюсарев Г. Г. Расчет оптических систем. Л., Машиностроение, 1975. 639 с.
20. Тудоровский А. И. Теория оптических приборов. Ч. I и II. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1948—1952. 661 и 567 с.
21. Турыгин И. А. Прикладная оптика. Ч. I и II, М., Машиностроение, 1965—1966. 362 и 431 с.
22. Фефилов Б. В. Прикладная оптика. М., Геодезиздат, 1947.
23. Чуриловский В. Н. Теория оптических приборов. М. — Л., Машиностроение, 1966. 564 с.
24. Чуриловский В. Н. Теория хроматизма и аберраций третьего порядка. Л., Машиностроение, 1968. 312 с.
25. Conrady A. E. Applied Optiks and Optikal Design. Dover, 1957.
26. Czapski S., Eppenstein O. Grundzüge der Theorie der Optischen Instrumente. Leipzig, 1924.
27. Chretien H. Cours de calcul des combinaisons optiques. Paris, 1934.
28. Hopkins H. H. Wave Theory of Aberrations. Oxford, 1950.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Часть I	ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ
Глава 1. Солинейное сродство	5
§ 1. Сопряженные пространства с одной плоскостью симметрии	—
§ 2. Угловое увеличение. Узловые точки и узловые фокусные расстояния	8
§ 3. Совокупность двух систем. Телескопическая система	10
§ 4. Центрированная оптическая система	14
§ 5. Искажение изображения — дисторсия. Изменение дисторсии при изменении положения предмета	16
§ 6. Меридиональные и сагиттальные увеличения и фокусные расстояния при наличии дисторсии	18
§ 7. Изображение элемента предмета, расположенного на оси системы, широким пучком лучей	19
§ 8. Изменение кривизны поля при изменении положения предмета	20
§ 9. Перефокусировка окуляра	22
Глава 2. Оптика Гаусса	25
§ 10. Вывод меридионального инварианта для сферической преломляющей поверхности	—
§ 11. Вывод сагиттального инварианта	26
§ 12. Определение узловых точек и фокусных расстояний для сферической преломляющей поверхности. Инвариант Штраубеля	29
§ 13. Апланатическая сферическая поверхность	31
§ 14. Анастигматическая несферическая поверхность	33
Глава 3. Кома и апланатизм	34
§ 15. Инвариант меридиональной комы	—
§ 16. Некоторые частные примеры комы	37
§ 17. Инвариант сагиттальной комы	39
§ 18. Условие синусов Аббе. Условие Штебле—Лихотского	41
§ 19. Условие Игнатовского	44
Глава 4. Сферическая aberrация сферической преломляющей поверхности	46
§ 20. Граничные значения сферической aberrации	—
§ 21. Сферическая aberrация сферической преломляющей поверхности в зависимости от положения предмета	51
§ 22. Сферическая aberrация плоской поверхности	58

Глава 5. Ограничение пучков лучей . . . 59

§ 23. Геометрическое виньетирование	—
§ 24. Аберрационное виньетирование	67
§ 25. Определение аберрационного виньетирования	68
§ 26. Связь аберрационного виньетирования с дисторсией	70
§ 27. Аберрационно-геометрическое виньетирование	73
§ 28. Фотограмметрическое виньетирование	76

Глава 6. Светораспределение и светосила 78

§ 29. Световая трубка. Общее выражение для светораспределения	—
§ 30. Светосила системы при широких пучках лучей	88
§ 31. Осветительные системы	92
§ 32. Потери света на поглощение в стекле	96
§ 33. Потери света на отражение от поверхностей линз	97
§ 34. Просветление оптики	98

Часть 3 УЧЕНИЕ ОБ АБЕРРАЦИЯХ

Глава 7. Общие сведения из волновой
теории света 101

§ 35. Основные определения	—
§ 36. Волновые aberrации	107
§ 37. Связь между волновыми и геометрическими aberrациями	109

Глава 8. Анализ aberrаций наклонного
пучка лучей 113

§ 38. Астигматизм	—
§ 39. Кома	117
§ 40. Сферическая aberrация	125

Глава 9. Сочетания aberrаций 137

§ 41. Суммирование aberrаций	—
§ 42. Сочетание простой комы и астигматизма	140
§ 43. Сочетание астигматизма и сферической aberrации	141
§ 44. Сферическая aberrация третьего и пятого порядков	143
§ 45. Взаимная компенсация комы второго и четвертого порядков	148
§ 46. Общая картина монохроматических aberrаций оптической системы	150

Глава 10. Образование дифракционного
изображения и частотно-контрастные харак-
теристики 156

§ 47. Распределение энергии в пространстве	—
§ 48. Распределение энергии для зрачка эллиптической формы	163
§ 49. Передача контраста оптической системой	170
§ 50. Связь частотно-контрастных характеристик с увеличением и апертурными углами	175
§ 51. Каталог частотно-контрастных характеристик для различного вида aberrаций	177

Глава 11. Хроматизм 179

§ 52. Оптические материалы	—
§ 53. Изменение хроматизма при изменении положения предмета	184
§ 54. Ахроматизация системы из тонких линз в воздухе. Хроматизм плоскопараллельной пластинки	188
§ 55. Хроматизм в зрачке оптической системы	192

§ 56. Сферохроматизм	194
§ 57. Вторичный спектр. Апохроматизация системы из двух тонких соприкасающихся линз	197
§ 58. Термооптические аберрации	199

Часть 4

ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Глава 12. Коцентрические и апланатические поверхности

§ 59. Сила коцентрической линзы. Хроматизм коцентрической линзы. Мениск Максудова	—
§ 60. Изменение сферической аберрации коцентрической системы при изменении положения предмета	207
§ 61. Астигматизм коцентрической системы для случая расположения предмета в ее центре. Телекоцентрические линзы	211
§ 62. Использование апланатических поверхностей. Графоаналитический метод построения апланатических поверхностей	215
§ 63. Системы из двух апланатических поверхностей. Биапланатическая линза	219

Глава 13. Анастигматические линзы

§ 64. Условие анастигматичности	—
§ 65. Телеанастигматические линзы	225
§ 66. Определение положения оси в анастигматических и телеанастигматических линзах	229
§ 67. Кривизна поля зрения телеанастигматических линз	231
§ 68. Кома телеанастигматических линз	232
§ 69. Исправление сферической аберрации в телеанастигматических линзах	235

Глава 14. Несферические поверхности второго порядка

§ 70. Задание профиля несферической поверхности	—
§ 71. Радиусы кривизны несферической поверхности	241
§ 72. Анаберрационные поверхности	243
§ 73. Анастигматические поверхности	246
§ 74. Плоскогиперболическая линза	251
§ 75. Плоскопараболическая линза	253
§ 76. Элементы теории аберраций третьего порядка применительно к несферическим поверхностям. Перенос деформации с одной поверхности на другую	256

Глава 15. Несферические поверхности высшего порядка и интегральные методы определения их профилей

§ 77. Малые деформации сферической поверхности	—
§ 78. Влияние малых деформаций высшего порядка на аберрации высшего порядка в зависимости от расположения деформированной поверхности между зрачком и изображением	265
§ 79. Общий интеграл несферической поверхности	275
§ 80. Дифференциальное уравнение для астигматизма несферической поверхности	280

Глава 16. Симметричные и пропорциональные системы

§ 81. Дисторсия симметричных и пропорциональных систем. Роль аберрации в зрачках	—
§ 82. Астигматизм симметричных и пропорциональных систем	286

§ 83. Исправление комы в симметричных и пропорциональных системах	288
§ 84. Метод сохранения углов излома апертурного луча при изменении положения предмета	294
Глава 17. Линза в воздухе	302
§ 85. Влияние формы линзы на сферическую aberrацию	—
§ 86. Кома линзы в воздухе при зрачке, совпадающем с линзой	309
§ 87. Астигматизм линзы в воздухе	311
§ 88. Меридиональная сферическая aberrация анастигматических менисков при дальнем и ближнем положениях входного зрачка	320
Глава 18. Работа склеенной поверхности	329
§ 89. Астигматизм склеенной поверхности	—
§ 90. Ориентировка склеенной поверхности	332
§ 91. Влияние склеенной поверхности на сферическую aberrацию	336
§ 92. Работа тонкого воздушного промежутка	341
Глава 19. Некоторые приемы исправления aberrаций	350
§ 93. Исправление астигматизма	—
§ 94. Приемы исправления кривизны поля. Сумма Петцваля	355
§ 95. Приемы исправления комы	368
§ 96. Исправление сферической aberrации в широких наклонных пучках	371
§ 97. Некоторые приемы исправления дисторсии	376
Часть 5	СИНТЕЗ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ
Глава 20. Классификация простейших оптических систем	379
§ 98. Классификация базовых линз	—
§ 99. Системы с двумя базовыми линзами	391
§ 100. Исправление кривизны поля для двухлинзовых базовых систем	401
Глава 21. Компоновка симметричных и светосильных объективов	419
§ 101. Двойные склеенные анастигматы	—
§ 102. Двойные четырехлинзовые анастигматы	422
§ 103. Объективы типа плазмат	427
§ 104. Объективы Петцваля	428
§ 105. Объективы типа планар	429
§ 106. Объективы с дополнительными изопланатическими линзами	430
§ 107. Объективы с дополнительной телеконцентрической линзой	432
§ 108. Высокосветосильные объективы, построенные на основе тонкой линзы	433
Глава 22. Компоновка широкоугольных объективов	435
§ 109. Широкоугольные объективы «Лиар»	—
§ 110. Объективы «Руссар-1» («Топогон»)	437
§ 111. Объективы «Руссар-29»	439
§ 112. Широкоугольные зеркально-линзовые объективы	444
§ 113. Особоширокоугольные объективы	449
§ 114. Объективы с большой дисторсией	453
	487

Глава 23. Компоновка гидросъемочных объективов 455

§ 115. Иллюминаторы	—
§ 116. Гидросъемочные объективы, построенные из воздушных линз	459
§ 117. Гидросъемочные объективы с передними отрицательными линзами менискообразной формы	460
§ 118. Гидросъемочные объективы с использованием изопланатических линз	463
§ 119. Гидросъемочные объективы с использованием эллиптических по- верхностей	464
§ 120. Телеконцентрические переходные системы	470

Глава 24. Компоновка объективов раз- личного назначения 473

§ 121. Компоновка телеобъективов	—
§ 122. Длиннофокусные объективы	477
§ 123. Репродукционные ортоскопические объективы	478
§ 124. Репродукционные телескопические системы постоянного увели- чения	481
Список литературы	483

ИБ № 1506

Михаил Михайлович РУСИНОВ

ТЕХНИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Редакторы: Т. С. Васильева, Н. А. Жукова
Художественный редактор С. С. Венедиктов
Технический редактор Л. В. Щетикина
Корректор И. Г. Жукова
Переплет художника Н. И. Абрамова

Сдано в набор 25.07.78.
Подписано в печать 04.01.79.
М-26002. Формат 60×90¹/₁₆.
Бумага типографская № 1.
Гарнитура литературная.
Печать высокая. Усл. печ. л. 30,5
Уч.-изд. л. 29,14. Тираж 9000 экз.
Зак. 1031. Цена 1 р. 40 к.

Ленинградское отделение издательства
«Машиностроение»
191065, Ленинград, ул. Дзержинского, 10

Ленинградская типография № 6
Ленинградского производственного объединения
«Техническая книга»
Союзполиграфпрома при Государственном
комитете СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли
193144, Ленинград, С-144, ул. Моисеенко, 10